

문항카드 7

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 1 (수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	경우의 수, 합의 법칙, 곱의 법칙
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 세 사람 A, B, C의 이름이 각각 적힌 서로 다른 3장의 이름표가 들어 있는 상자가 있다. 다음과 같은 규칙의 게임을 고려하자.

- 1라운드: A, B, C가 상자에서 임의로 각각 한 장씩 이름표를 뽑은 다음, 자신의 이름표를 뽑은 사람을 제외하고 다른 사람의 이름표를 뽑은 사람만 이름표를 상자에 다시 넣는다.
- n 라운드($n \geq 2$): 아직 자신의 이름표를 뽑지 못한 사람만 $(n-1)$ 라운드 직후의 상자에서 임의로 각각 한 장씩 이름표를 뽑는다. 이때 자신의 이름표를 뽑은 사람을 제외하고 다른 사람의 이름표를 뽑은 사람만 이름표를 상자에 다시 넣는다.
- 각 라운드 직후 상자에 남은 이름표가 없으면 게임은 종료된다.

위와 같은 규칙으로 게임이 종료되지 않고 6라운드까지 진행된다고 할 때, 오직 한 사람만 자신의 이름표를 뽑는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 라운드에서 이름표를 뽑는 순서는 고려하지 않는다.)

[20점]

3. 출제 의도

합리적인 선택을 하기 위해서는 가능한 모든 경우를 파악하고, 각 경우를 비교·분석하는 습관이 필요하다. 본 문제는 주어진 상황을 이해하고 관심있는 조건의 가능한 모든 경우의 수를 논리적으로 계산하는 문제이다. 특히, 반복 시행으로 구성되어 있으나 그 이전 시행에 의해서 그 다음 시행이 영향을 받는 게임을 묘사하고 있다. 조건에 맞는 경우들을 구분하고 관련된 각 경우의 수는 곱의 법칙을 통하여 계산할 수 있다. 본 문제는 상황에 대한 이해력과 곱의 법칙에 대한 계산력을 평가하며 난이도는 ‘중·하’ 정도로 볼 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2020-236호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 1	[수학] - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2020	262-267
	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	258-262
	수학	권오남 외	교학사	2020	255-262

5. 문항 해설

본 문제는 반복 시행이나 이전 시행에 의해서 그 다음 시행이 영향을 받는 게임을 묘사하고 있다. n 라운드에서 오직 한 사람만 자신의 이름표를 뽑기 위해서, $(n-1)$ 라운드와 $(n+1)$ 라운드가 어떻게 구성되어야 하는지를 논리적으로 추론할 수 있어야 한다. 이전 라운드가 없는 1라운드와 이후 라운드가 없는 마지막 라운드인 6라운드는 별도로 따져야 한다. 즉, 조건에 맞는 각 라운드에 대한 경우의 수와 이전 이후 라운드의 경우의 수를 계산하고 이들을 곱의 법칙으로 연결함으로써 정답을 유도할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	<ul style="list-style-type: none"> $M_n (n = 1, 2, \dots, 6)$ 한 개당: +3점 <ul style="list-style-type: none"> 각 경우에 대한 순서를 이해하고 있으면: +1점 경우의 수 계산을 정확하게 한다면: +2점 모든 경우의 수를 합하여 최종 답인 '189' 를 계산했다면: +2점 <p>※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1점 추가 점수 부여 가능함.</p>	20

7. 예시 답안 혹은 정답

우선, n 라운드에서만 1명이 자신의 이름표를 뽑을 조건을 고려하자. 이를 위해서는,

- ① 이전 라운드까지는 모든 사람이 다른 사람의 이름표를 뽑아야 하고
- ② n 라운드에서 세 사람 중 한 명이 자신의 이름표를 뽑고
- ③ $(n+1)$ 라운드부터는 나머지 사람들이 모두 다른 사람의 이름표를 계속 뽑아야 한다.

단, $n=1$ 인 경우는 이전 라운드가 없기 때문에 ①의 과정이 없고, $n=6$ 인 경우는 6 라운드까지 고려하므로 ③의 과정이 없다.

편의상, 세 사람 A, B, C의 이름표를 각각 a, b, c라고 하자. ①의 경우는 A, B, C가 (b, c, a) 또는 (c, a, b)를 고르는 경우이므로 2가지가 있다. ②의 경우는 A, B, C 중 한 사람이 자신의 이름표를 뽑고 나머지 두 사람은 이름표를 엇갈리게 뽑는 경우이다. 따라서, 자신의 이름표를 뽑는 사람이 세 사람 중 한 명이므로 3가지가 있다. ③의 경우는 두 사람이 서로 이름표를 엇갈리게 뽑는 경우이므로 1가지 경우이다. 따라서, 6라운드까지 진행에서 n 라운드에서만 1명이 자신의 이름표를 뽑는 경우의 수를 M_n 이라고 하면 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$M_1 = 3 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 3;$$

예: A 만 이름표를 뽑는 경우

$$(a, c, b) \rightarrow (\cdot, c, b) \rightarrow \cdots \rightarrow (\cdot, c, b)$$

$$M_2 = 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 3 \times 2^1;$$

예: A 만 이름표를 뽑는 경우

$$(b, c, a) \text{ or } (c, a, b) \rightarrow (a, c, b) \rightarrow (\cdot, c, b) \rightarrow \cdots \rightarrow (\cdot, c, b)$$

$$M_3 = 2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 1 = 3 \times 2^2;$$

예: A 만 이름표를 뽑는 경우

$$(b, c, a) \text{ or } (c, a, b) \rightarrow (b, c, a) \text{ or } (c, a, b) \rightarrow (a, c, b) \rightarrow (\cdot, c, b) \rightarrow \cdots \rightarrow (\cdot, c, b)$$

...

$$M_6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 3 \times 2^5;$$

예: A 만 이름표를 뽑는 경우

$$(b, c, a) \text{ or } (c, a, b) \rightarrow \cdots \rightarrow (b, c, a) \text{ or } (c, a, b) \rightarrow (a, c, b)$$

위의 계산에 의하여, 문제에서 요구하는 경우의 수는 다음과 같다.

$$\sum_{n=1}^6 M_n = 3 \times \left(\frac{2^6 - 1}{2 - 1} \right) = 3 \times 63 = 189$$

문항카드 8

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I (수학) / 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학 II, 미적분 문제 2-2: 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	문제 2-1: 함수의 곱의 미분, 도함수 문제 2-2: 정적분의 성질, 여러 가지 함수의 정적분
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고, 문제에 답하시오.

[제시문]

- 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 미분가능할 때 $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ 이다.
- 미분가능한 두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 함수 $f(x)$ 가 임의의 세 실수 a, b, c 를 포함하는 열린구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$$

- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))g'(x) dx = \int_\alpha^\beta f(t) dt$$

[문제 2-1] 양의 실수 α 에 대하여, 곡선

$$y = \sqrt[3]{\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3}} \cdot \sqrt[3]{\left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4}\right)^2} \cdot \left(\alpha + \frac{x}{3 \cdot 4 \cdot 5}\right)$$

위의 점 $(0, \alpha^2)$ 에서의 접선이 점 $(5, 1)$ 을 지난다고 할 때, α 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 주기가 2π 인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + 2f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 15 \cdot \frac{|\sin x|}{2 + \cos x}$$

을 만족할 때, 정적분 $\int_0^\pi f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 2-1] 함수의 곱과 합성함수의 미분을 계산할 수 있는지를 평가한다. 미분을 이용하여 함수의 접선을 구할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 주기함수의 성질을 이해하고 있는지를 평가한다. 함수의 정의로부터 정적분을 계산할 때 어떻게 적분구간을 분리하여 계산을 해야하는 지를 이해하고 있는지와 치환적분법 등을 이용해 정적분 계산을 적절하게 수행할 수 있는지도 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	[수학 II] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학II 02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학II 02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.
문제 2-2	[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학II 03-03] 정적분의 뜻을 안다.
	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	권오남	교학사	2020	73
	수학 II	황선욱	미래엔	2019	66
	수학 II	배종숙	금성출판사	2020	127
	수학 II	류희찬	천재교과서	2020	127
	미적분	이준열	천재교육	2021	89, 151
	미적분	김원경	비상교육	2020	80, 135

5. 문항 해설

[문제 2-1]

고교과정에서 배우는 여러 가지 미분법 (함수의 실수배, 합, 차, 곱, 합성에 대한 미분)을 이용해 기본적으로 다루는 함수를 이용해 만든 주어진 함수를 미분하는 문제이다. 도함수를 이용해 접선을 구할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2]

미적분에서 다루는 정적분을 계산할 수 있는지를 평가한다. 정적분을 계산할 때 함수의 구간을 나누어 적분을 계산하여야 하는 경우가 있는데 이 문제에서도 정적분을 계산할 때 삼각함수의 부호를 확인하여 구간을 적절히 나누어 적분을 계산해야 한다. 정적분을 계산할 때 치환적분법을 이해하고 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	미분하여 $y'(0) = \frac{\alpha}{10}$ 를 구하면 +6점 α 에 대한 방정식을 풀어 답을 구하면 +4점	10
2-2	$f(x) = -\frac{1}{15} \left\{ g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x + \pi) - 8g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \right\}$ 를 유도하면 +8점 $\int_0^{\pi} g\left(x + \frac{k\pi}{4}\right) dx$ ($k=0, 1, 2, 3$)의 값을 구하면 +5점 합을 계산하여 정답을 얻으면 +2점	15

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

7. 예시 답안 혹은 정답

[문제 2-1]

주어진 함수를 미분하면,

$$\begin{aligned} y' &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \left(\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right)^{-\frac{2}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{3 \cdot 4 \cdot 5} \right) \\ &\quad + \left(\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} \left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4} \right)^{-\frac{1}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{3 \cdot 4 \cdot 5} \right) \\ &\quad + \left(\alpha + \frac{x}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\alpha + \frac{x}{2 \cdot 3 \cdot 4} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} \end{aligned}$$

이므로

$$y'(0) = \frac{\alpha}{3} \left(\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} \right) = \frac{\alpha}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) = \frac{\alpha}{10}$$

이다. 따라서 $(0, \alpha^2)$ 에서의 접선은 $y = \frac{\alpha}{10}x + \alpha^2$ 이다. 이 직선이 $(5, 1)$ 을 지나기 위

해서는 $\alpha^2 + \frac{\alpha}{2} - 1 = 0$ 을 만족해야 하므로 $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ 이다.

[문제 2-2]

편의상 $g(x) = 15 \cdot \frac{|\sin x|}{2 + \cos x}$ 라 하자. 주어진 식 $f(x) = g(x) - 2f\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 를 반복해서 적용하면

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) - 2f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4f(x + \pi) \\ &= g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x + \pi) - 8f\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \\ &= g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x + \pi) - 8g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + 16f(x + 2\pi) \end{aligned}$$

를 얻는다. 그런데 $f(x)$ 의 주기가 2π 이므로,

$$f(x) = -\frac{1}{15} \left\{ g(x) - 2g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 4g(x + \pi) - 8g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) \right\}$$

이다. 따라서

$$\int_0^\pi f(x) dx = -\frac{1}{15} \left\{ \int_0^\pi g(x) dx - 2 \int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx + 4 \int_0^\pi g(x + \pi) dx - 8 \int_0^\pi g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) dx \right\}$$

이다. 우변의 첫 번째 적분은 $u = 2 + \cos x$ 로 치환하여 값을 구하고

$$\int_0^\pi g(x) dx = 15 \int_0^\pi \frac{\sin x}{2 + \cos x} dx = -15 \int_3^1 \frac{1}{u} du = 15 \ln 3$$

를 얻고, 두 번째 적분은 구간을 나눈 다음 $u = 2 + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 로 치환하여 값을 구한다.

$$\int_0^\pi g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) dx = 15 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}{2 + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} dx - 15 \int_{\frac{\pi}{2}}^\pi \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}{2 + \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)} dx = 30 \ln 2$$

같은 방식으로 세 번째, 네 번째 적분도 값을 구할 수 있다.

$$\int_0^{\pi} g(x+\pi)dx = 15 \ln 3, \quad \int_0^{\pi} g\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)dx = 30 (\ln 3 - \ln 2).$$

따라서

$$\int_0^{\pi} f(x)dx = -\ln 3 + 4\ln 2 - 4\ln 3 + 16(\ln 3 - \ln 2) = 11 \ln 3 - 12 \ln 2$$

이다.

문항카드 9

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 I (수학) / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 미적분, 수학 I 문제 3-2: 미적분
	핵심 개념 및 용어	문제 3-1: 도함수, 수열의 합 문제 3-2: 함수의 그래프, 여러 가지 함수의 정적분
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서 접하는 접선의 방정식은 $y - f(a) = f'(a)(x - a)$ 이다.
- 미분가능한 두 함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 미분가능한 함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 를 포함하는 열린구간에서 연속이고, $g(a) = \alpha$, $g(b) = \beta$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 α 와 β 를 양끝으로 하는 닫힌구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(g(x))g'(x)dx = \int_\alpha^\beta f(t)dt$$

[문제 3-1] $x \geq 1$ 에서 정의된, 좌표평면 위의 곡선 $y = \sin(\ln x)$ 가 있다. 좌표평면의 원점에서 곡선 $y = \sin(\ln x)$ 에 그은 가능한 모든 접선의 접점들을 $(a_n, \sin(\ln a_n))$ 으로 나타내자. 이때, x 좌표가 가장 작은 접점의 x 좌표가 a_1 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n < a_{n+1}$ 이 성립한다. $\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{(\ln a_n)(\ln a_{n+1})}$ 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 함수 $y = 2e^{3x} - 3\alpha e^{2x} + 8$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나게 하는 실수 α 의 값을 α_0 이라 하고, 이때 x 축과의 교점을 $(x_0, 0)$ 이라 하자. 다음 정적분의 값을 구하시오. [15점]

$$\int_0^{x_0} (2e^{3x} - 3\alpha_0 e^{2x} + 8)dx$$

3. 출제 의도

[문제 3-1] 주어진 곡선의 접선 방정식을 구할 수 있는지 평가한다. 또한 주어진 수열의 합을 계산할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2] 주어진 함수의 그래프를 이해하는지 평가한다. 또한 주어진 정적분의 계산을 잘 수행하는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	<p>[미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.</p> <p>[수학I] - (3) 수열 - ② 수열의 합 [12수학I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.</p>
문제 3-2	<p>[미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</p> <p>[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	홍성복	지학사	2019	140
	수학 I	이준열	천재교육	2019	146
	수학 I	황선옥	미래엔	2020	146
	미적분	홍성복	지학사	2019	111
	미적분	이준열	천재교육	2021	103
	미적분	권오남	교학사	2020	112
	미적분	황선옥	미래엔	2020	143
	미적분	김원경	비상교육	2020	126

5. 문항 해설

[문제 3-1]

고교과정에서 배우는 미분을 이용하여 주어진 곡선의 접선 방정식을 구하는 문제이다. 또한 주어진 수열의 합을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2]

주어진 함수의 그래프를 이해하는지 평가한다. 그래프의 극솟값이 0일 때 한 점에서 만나는 것을 이용하고 주어진 정적분을 치환적분을 이용하여 계산할 수 있는지 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	$y - \sin(\ln t) = \frac{\cos(\ln t)}{t}(x - t)$ 를 얻으면 +3점 $a_n = e^{\pi(n-1) + \frac{\pi}{4}}$ 를 얻으면 +3점 계산하여 $\frac{160}{41\pi^2}$ 을 얻으면 +4점	10
3-2	$e^x = \alpha$ 에서 극솟값을 가진다는 것을 확인하면 +5점 $\alpha_0 = 2, x_0 = \ln 2$ 를 확인하면 +5점 적분하여 $8\ln 2 - \frac{13}{3}$ 을 구하면 +5점	15

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ±1점을 부여할 수 있습니다.

7. 예시 답안

[문제 3-1]

곡선 위의 점 $(t, \cos(\ln t))$ 에서 접선의 방정식은 $y - \sin(\ln t) = \frac{\cos(\ln t)}{t}(x - t)$ 이다. 원점을 지나므로 $(x, y) = (0, 0)$ 을 대입하면 $\sin(\ln t) = \cos(\ln t)$ 가 된다. $t \geq 1$ 이므로

$\ln t \geq 0$ 이고 $\ln t = \frac{\pi}{4}, \pi + \frac{\pi}{4}, 2\pi + \frac{\pi}{4}, \dots$ 이다. 따라서 $a_n = e^{\pi(n-1) + \frac{\pi}{4}}$ 이다. 등식

$\frac{1}{(n - \frac{3}{4})(n + \frac{1}{4})} = \frac{1}{n - \frac{3}{4}} - \frac{1}{n + \frac{1}{4}}$ 을 이용하면 구하는 값은 아래와 같다.

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{(\ln a_n)(\ln a_{n+1})} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{n - \frac{3}{4}} - \frac{1}{n + \frac{1}{4}} \right) = \frac{1}{\pi^2} \left(4 - \frac{4}{41} \right) = \frac{160}{41\pi^2}$$

[문제 3-2]

$\alpha \leq 0$ 일 때, $2e^{3x} - 3\alpha e^{2x} + 8 \geq 8$ 이므로 x 축과 만나지 않는다. $\frac{dy}{dx} = 6e^{2x}(e^x - \alpha)$ 이

므로 $\alpha > 0$ 인 경우에 $e^x = \alpha$ 에서 극솟값을 갖는다. x 축과 한점에서 만나기 위하여 $e^x = \alpha$ 을 함수에 대입하면 $2\alpha^3 - 3\alpha^3 + 8 = 0$ 이 되어야 한다. 따라서, $\alpha_0 = 2$ 일 때 x 축과 한점에서 만나고 $x_0 = \ln \alpha_0 = \ln 2$ 이다. 주어진 정적분의 값은 아래와 같다.

$$\int_0^{x_0} (2e^{3x} - 3\alpha_0 e^{2x} + 8) dx = \left[\frac{2}{3} e^{3x} - \frac{3\alpha_0}{2} e^{2x} + 8x \right]_0^{x_0} = 8 \ln 2 - \frac{13}{3}$$

문항카드 10

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I (생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 [4-1]: 생명과학 I, 생명과학 II 문제 [4-2]: 통합과학, 생명과학 I, 생명과학 II
	핵심 개념 및 용어	문제 [4-1]: 생명 시스템, 방어 작용, 유전 물질 문제 [4-2]: 유전 물질, 유전자 발현
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 감염성 질병을 일으킬 수 있는 것을 병원체라고 하며, 병원체의 종류에는 세균, 바이러스, 원생생물, 곰팡이 등이 있다. 세균은 핵이 없는 단세포 생물로, 우리 주변 거의 모든 곳에 서식하며 적절한 환경에서 매우 빠르게 증식할 수 있다. 세균 대부분은 사람에게 해롭지 않지만, 일부는 병원성이 있어 질병을 일으킨다. 병원성 세균은 소화 기관, 호흡 기관 등을 통해 인체 내로 침입하여 독소를 생산하는데, 그 결과 세포나 조직이 손상되고 물질대사에 이상이 생긴다. 세균성 질병의 치료에는 항생제를 사용하는데, 항생제는 적절한 용법과 용량을 지켜서 사용해야 한다.

(나) 바이러스는 세균보다 크기가 작은 병원체로, 세포로 이루어져 있지 않다. 독자적으로 물질대사를 하지 못하므로 독립적인 생활이 불가능하며, 다른 생물의 세포에 침입하여 자신의 유전 물질을 복제하고 증식하는 과정에서 여러 가지 질병을 일으킨다. 바이러스는 DNA나 RNA 중 한 종류의 핵산을 가지고 있어, 이를 기준으로 DNA 바이러스와 RNA 바이러스로 구분하기도 한다. 바이러스는 감염된 사람의 호흡 분비물이나 혈액, 접촉 등을 통하여 다른 사람에게 전염될 수도 있다. 병원성 바이러스는 대부분 사람에서 사람으로 전염되지만, 동물에서 사람으로 전염되기도 한다.

(다) 세포에서 유전 정보는 DNA에서 RNA를 거쳐 단백질로 전달되는데, 이러한 흐름을 중심 원리라고 한다. 이때 DNA에 저장된 유전 정보가 RNA로 전달되는 과정을 전사라 하고, RNA의 유전 정보로부터 단백질이 합성되는 과정을 번역이라고 한다. RNA의 부호는 DNA로부터 전사된 것이므로 DNA의 3염기 조합과 마찬가지로 3개의 염기로 이루어지는데, 이를 코돈이라고 한다. 리보솜에서는 RNA의 코돈에 따라 아미노산이 순서대로 결합하여 단백질이 합성되는 번역이 일어난다. 64개 코돈 가운데 61개는 아미노산을 지정하는데, 이 수가 아미노산의 종류인 20개보다 많으므로 하나의 아미노산을 지정하는

코돈이 여러 개인 경우가 대부분이다.

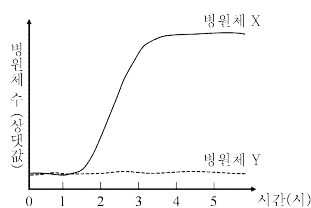
(라) 전사는 RNA 중합 효소가 전사 개시 앞부위에 있는 프로모터에 결합하여 시작된다. 프로모터에 결합한 RNA 중합 효소는 DNA 이중 나선을 풀고, 이 중 한 가닥을 주형으로 사용하여 5' → 3' 방향으로 새로운 뉴클레오타이드를 첨가함으로써 이에 상보적인 RNA 가닥을 합성한다. 이때 DNA 복제와는 달리 DNA의 A(아데닌)에 상보적인 염기인 U(유라실)를 사용하며, 합성된 RNA는 주형 가닥에서 떨어져 나온다. RNA는 전령 RNA(mRNA), 리보솜 RNA(rRNA), 운반 RNA(tRNA)의 세 종류가 있다. 이 가운데 mRNA는 단백질 합성 정보를 전달하는 역할을 한다. 폴리펩타이드를 구성하는 아미노산 서열은 리보솜에서 번역이 일어나는 동안 mRNA의 염기 서열에 따라 결정된다.

[문제 4-1] 감염성 질환에 걸린 환자 P의 혈액에서 분리한 병원체 X와 Y의 특성을 파악하기 위해 다음과 같은 실험을 진행하였다.

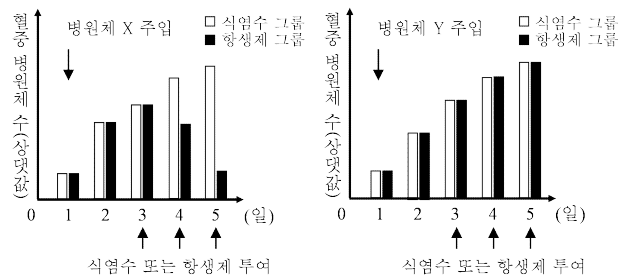
[실험 과정]

- I. 병원체 X와 Y를 각각의 포도당 용액에서 배양하고, 그 결과를 <그림 1>에 나타내었다.
- II. 병원체 X와 Y를 각각 서로 다른 생쥐에 주입한 후, 항생제 투여에 따른 혈중 병원체 수를 측정하여 <그림 2>에 나타내었다.
- III. 생쥐의 혈액에서 분리한 병원체 X와 Y가 갖는 핵산의 염기 비율을 측정하여 <표>에 나타내었다.

[실험 결과]



<그림 1> 병원체의 배양 결과



<그림 2> 생쥐에 주입한 병원체 수의 변화

<표> 염기비 분석 결과(상댓값)

염기 병원체	A	T	C	G	U
X	3.0	2.6	2.2	1.6	1.0
Y	3.2	0.0	2.1	1.0	1.1

제시문 (가)와 (나)에 근거하여 실험 결과를 각각 해석하고 X와 Y가 어떤 종류의 병원체인지 논리적으로 추론하시오. 또한, <표>의 결과를 바탕으로 병원체 X와 Y가 가진 핵산은 무엇인지 제시하시오. (단, 실험에 사용한 모든 생쥐는 유전적으로 동일한 정상 생쥐이다.) [15점]

[문제 4-2] 다음은 어떤 미생물의 유전자 발현에 대한 분석 자료이다.

[분석 자료]

- I. 유전자 x 와 유전자 y 에서 돌연변이가 일어난 유전자 y 에 대해 DNA 염기 서열 분석법을 이용하여 분석하였다.
- II. 유전자 x 의 DNA 이중 가닥에 대한 염기 서열 일부분을 다음 그림과 같이 나타내었다.



- III. 유전자 x 와 y 로부터 각각의 폴리펩타이드 X와 Y가 합성된다. <표>는 유전부호를 나타낸 것이고, X와 Y의 합성은 개시 코돈에서 시작하여 종결 코돈에서 끝난다.
- IV. 위 그림에 나타난 유전자 x 의 염기 서열에서 합성되는 아미노산 서열은 다음과 같다.
X의 아미노산 서열: 페닐알라닌—류신—아스파라진—(㉠)—류신—발린
- V. 유전자 y 는 위 그림에 나타난 염기 서열에서 연속된 2개의 염기쌍이 삽입된 것이고, 유전자 y 에서 합성되는 아미노산 서열은 다음과 같다.
Y의 아미노산 서열: 페닐알라닌—류신—아스파라진—타이로신—(㉡)—(㉢)

<표> 코돈표

UUU	페닐알라닌	UCU	세린	UAU	타이로신	UGU	시스테인
UUC		UCC		UAC		UGC	
UUA		UCA		UAA	종결 코돈	UGA	종결 코돈
UUG		UCG		UAG	종결 코돈	UGG	트립토판
CUU	류신	CCU	프롤린	CAU	히스티딘	CGU	아르지닌
CUC		CCC		CAC		CGC	
CUA		CCA		CAA	글루타민	CGA	
CUG		CCG		CAG		CGG	
AUU	아이소류신	ACU	트레오닌	AAU	아스파라진	AGU	세린
AUC		ACC		AAC		AGC	
AUA		ACA		AAA	라이신	AGA	아르지닌
AUG	메싸이오닌 (개시 코돈)	ACG		AAG		AGG	
GUU	발린	GCU	알라닌	GAU	아스파르트산	GGU	글리신
GUC		GCC		GAC		GGC	
GUA		GCA		GAA	글루탐산	GGA	
GUG		GCG		GAG		GGG	

제시문 (다)와 (라)를 바탕으로 위의 분석 자료를 종합적으로 해석하여 ㉠과 ㉡ 중 프로모터가 존재하는 방향이 어디인지와 ①, ②, ③에 해당하는 아미노산 또는 종결 코돈을 논리적으로 제시하시오. 또한, 유전자 x 와 유전자 y 사이의 염기 간 수소 결합 개수의 차이를 논리적으로 구하시오. (단, 제시된 염기 서열 변이 외에 다른 염기 서열 변화는 고려하지 않는다.) [15점]

3. 출제 의도

[문제 4-1]

미생물은 사람에게 도움을 주기도 하지만 전염성을 가지고 질병을 일으키는 것도 있다. 본 문항을 통해 미생물 중 사람에게 감염성 질병을 일으키는 병원체가 무엇인지를 알고 병원체의 특성을 파악하고 있는지를 확인하고자 하였다. 세균은 원핵생물로서 DNA와 RNA를 핵산으로 가지며 스스로 증식할 수 있는 반면 바이러스는 DNA나 RNA 중 하나를 핵산으로 가지고 스스로 물질대사를 할 수 없어 증식을 위해서 반드시 살아있는 숙주가 있어야 한다는 특성을 가지고 있다. 문제에서는 주어진 실험의 결과와 표를 해석하고, 제시문을 토대로 추론하여 바이러스와 세균을 구분할 수 있는지를 묻고 있으며, 이 과정을 통해 통합 추론 능력을 평가하고자 하였다.

[문제 4-2]

세포의 DNA로부터 RNA가 합성되어 DNA의 정보가 RNA로 전달되는 과정을 전사, RNA의 정보로부터 단백질이 합성되는 과정을 번역이라고 한다. 제시문과 주어진 코돈표를 활용하여 DNA 염기 서열을 통해 아미노산 서열 정보를 예측 할 수 있는지와 전사 개시를 위한 RNA 중합 효소가 결합하는 프로모터의 위치를 이해하고 있는지를 확인하고자 하였다. 또한, 유전자 x 에 연속된 2개의 염기쌍이 삽입되었을 때 수소 결합의 개수를 확인하게 하여 염기의 상보적 결합과 이중 나선 구조를 이해하였는지 평가하고자 하였다. 이를 통해 주어진 실험 결과 상황과 제시된 자료를 논리적으로 추론하여 결과를 도출해 나가는 문제 해결 과정 능력을 확인하고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’ 을 바탕으로 작성

영역별 내용	
제시문	(가) 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	(나) 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용

	과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
(다)	<p>통합과학 (5) 생명 시스템 [10통과05-03] 생명 시스템 유지에 필요한 세포 내 정보의 흐름을 유전자와 단백질의 관계로 설명할 수 있다.</p> <p>생명과학 II (4) 유전자의 발현과 조절 [12생과II04-03] 전사와 번역 과정을 거쳐 유전자가 발현됨을 이해하고, 모형을 이용하여 유전자 발현 과정을 설명할 수 있다.</p>
(라)	<p>생명과학 II (4) 유전자의 발현과 조절 [12생과II04-01] 원핵세포와 진핵세포의 유전체 구성과 유전자 구조를 이해하고 차이를 비교할 수 있다. [12생과II04-03] 전사와 번역 과정을 거쳐 유전자가 발현됨을 이해하고, 모형을 이용하여 유전자 발현 과정을 설명할 수 있다. [12생과II04-04] 유전 암호를 이해하고, 유전 암호 표를 사용하여 유전 정보를 해독할 수 있다.</p>
문제 4-1	<p>생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과I03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.</p> <p>생명과학 II (4) 유전자 발현과 조절 [12생과II04-01] 원핵세포와 진핵세포의 유전체 구성과 유전자 구조를 이해하고 차이를 비교할 수 있다.</p>
하위문항	
문제 4-2	<p>생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과I03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.</p> <p>생명과학 II (4) 유전자 발현과 조절 [12생과II04-01] 원핵세포와 진핵세포의 유전체 구성과 유전자 구조를 이해하고 차이를 비교할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서 기타	통합과학	심규철 외	비상	2018	156-159
	통합과학	송진웅 외	동아출판	2018	153-154
	생명과학 I	권혁빈 외	교학사	2020	96-99
	생명과학 I	심규철 외	비상	2021	92-95
	생명과학 I	오현선 외	미래엔	2020	100-105
	생명과학 I	이준규 외	천재교육	2019	94-99
	생명과학 I	심재호 외	금성출판사	2019	108-113
	생명과학 I	전상학 외	지학사	2019	92-93
	생명과학 I	이용철 외	와이비엠	2020	98-104
	생명과학 II	권혁빈 외	교학사	2018	100, 111-116
	생명과학 II	오현선 외	미래엔	2018	116, 126-133
	생명과학 II	이준규 외	천재교육	2018	106, 117-119
	생명과학 II	심규철 외	비상	2018	117, 122-127
	생명과학 II	전상학 외	지학사	2018	109, 114-119

5. 문항 해설

[문제 4-1]

주어진 실험에서 우선 병원체 X와 Y를 각각 포도당 용액에 배양하였을 때, 병원체 X는 시간이 지남에 따라 증식이 일어나지만, 병원체 Y는 증식하지 않음을 알 수 있다. 반면 병원체 X와 Y를 각각 생쥐에 주입하였을 때, 병원체 X와 Y의 증식이 모두 일어나는 것을 알 수 있으며, 투여한 항생제에 의해 병원체 X의 개체수가 감소하는 반면 병원체 Y의 개체수는 감소하지 않는 것을 확인할 수 있다. 제시문 (나)에 근거하면 바이러스는 스스로 물질대사를 할 수 없어 증식을 위해 반드시 살아있는 숙주가 필요한 것을 알 수 있는데, 이를 토대로 병원체 Y가 바이러스임을 추론할 수 있다. 또한 제시문 (가)를 바탕으로 병원체 X는 세균임을 알 수 있다. 주어진 <표>에서 병원체 X와 Y 각각의 핵산의 염기비를 정리하였는데, 병원체 X의 경우 A, T, C, G, U를 모두 가진 것으로 보아 DNA와 RNA를 핵산으로 가지며, 병원체 Y의 경우 A, C, G, U를 가지는데 T이 없고 U만 있는 것으로 보아 RNA를 핵산으로 갖는 바이러스라고 추론할 수 있다.

[문제 4-2]

주어진 X의 아미노산 서열 세 개는 페닐알라닌-류신-아스파라진이며, 이에 대한 유전자 x의 전사된 mRNA의 염기 서열을 예측하면 5'—U-UUC-CUG-AAC-CCG-UUA-GUA—3'이다. 이에 대해 유전부호를 바탕으로 해석하면, X의 아미노산 배열 순서는 페닐알라닌-류신-아스파라진-프롤린-류신-발린이다. 유전자 y는 유전자 x에 연속된 2개의 염기쌍이 삽입된 돌연변이이며, 이에 대해 전사된 mRNA의 염기 서열은 5'—U-UUC-CUG-AAC-UAC-CGU-UAG-UA—3'이다. 이를 유전부호를 바탕으로 해석하면, Y의 아미노산 배열 순서는 페닐알라닌-류신-아스파라진-타이로신-아르지닌이다. RNA 중합 효소는 프로모터에 결합한 후, DNA 한 가닥 주형을 사용하여 5'→3' 방향으로 상보적인 RNA 가닥을 합성하기 때문에 유전자 x와 y의 mRNA 염기 서열과 아미노산 서열을 분석하면 프로모터가 위치하는 방향을 알 수 있다. Y의 아미노산 배열 순서를 분석하여 DNA 염기 서열을 예측하면, 유전자 y에 수소 결합을 각각 2개씩 갖는 AT 염기쌍 서열이 삽입되었으므로 유전자 x와 유전자 y 사이의 염기 간 수소 결합 개수의 차이는 4개이다.

6. 채점 기준		
하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	포도당 용액에서 병원체 Y가 증식되지 않는 것을 바이러스 특징과 연관 지어 설명하면,	3점
	생쥐에 주입된 병원체 X의 수가 항생제에 의해 감소하여 병원체 X를 세균으로 제시하면,	3점
	생쥐에 주입된 병원체 Y의 수가 항생제에 의해 감소하지 않으므로 바이러스인 것을 제시하면,	3점
	염기비 분석 결과 병원체 Y에서 T이 없으므로 핵산이 RNA인 것을 제시하면,	3점
	염기비 분석 결과 병원체 X의 핵산이 DNA와 RNA인 것을 제시하면,	3점
문제 4-2	X의 아미노산인 페닐알라닌-류신-아스파라진-프롤린-류신-발린의 순서에 따라 ①은 프롤린임을 논리적으로 제시하면,	3점
	Y의 아미노산인 페닐알라닌-류신-아스파라진-타이로신-아르지닌-종결 코돈 순서에 따라 ②는 아르지닌이고 ③은 종결 코돈임을 논리적으로 제시하면,	6점
	유전자 x와 y의 mRNA 염기 서열과 아미노산 서열을 분석하여 프로모터 부위는 ㉠임을 제시하면,	3점
	유전자 y에 TA 염기쌍 서열이 삽입되었으므로 유전자 x와 유전자 y 사이의 염기 간 수소 결합 개수의 차이는 4개임을 논리적으로 설명하면,	3점

7. 예시 답안 혹은 정답

[문제 4-1]

- 병원체 X는 포도당 용액에서 증식이 일어나며, 생쥐에 주입을 한 이후에도 증식하지만, 항생제 투여에 의해 병원체 수가 감소 되는 것을 알 수 있다. 따라서 제시문 (가)를 바탕으로 병원체 X는 세균으로 판단할 수 있다.
- 병원체 Y는 포도당 용액에서 증식이 전혀 일어나지 않지만, 생쥐에 주입한 이후 증식하는 것을 알 수 있다. 하지만 항생제를 투여해도 생쥐에서 병원체 Y의 수는 전혀 감소되지 않는다. 제시문 (나)에 의해 병원체 Y는 바이러스임을 추론할 수 있다.
- <표>에서 병원체 X와 Y가 가진 핵산의 염기비를 분석하였는데 X의 경우 A, T, C, G와 U가 모두 있는 것으로 보아 병원체 X는 핵산으로 DNA와 RNA를 모두 가지고, 병원체 Y의 경우 T이 없으므로 RNA만 핵산으로 갖는 RNA 바이러스로 추론할 수 있다.

[문제 4-2]

- 유전자 x에 대해 전사된 mRNA의 염기 서열은 5' — U-UUC-CUG-AAC-CCG-UUA-GUA—3' 이고, 유전부호를 바탕으로 해석하면, X의 아미노산 배열 순서는 페닐알라닌-류신-아스파라진-프롤린-류신-발린이다. 따라서, ①은 프롤린이다. 유전자 y에 대해 전사된 mRNA의 염기 서열은 5' — U-UUC-CUG-AAC-UAC-CGU-UAG-UA—3' 이고, 유전부호를 바탕으로 해석하면, Y의 아미노산 배열 순서는 페닐알라닌-류신-아스파라진-타이로신-아르지닌이다. 따라서, ②는 아르지닌이고, ③은 종결 코돈이다.
- 제시문 (라)와 이를 근거하여 설명하면, RNA 중합 효소는 프로모터에 결합하여 DNA 한 가닥 주형을 사용하여 5' → 3' 방향으로 상보적인 RNA 가닥을 합성한다. 유전자 x와 y의 mRNA 염기 서열과 아미노산 서열을 분석하면, 프로모터가 위치하는 방향은 ㉠이다.
- Y의 아미노산 배열 순서를 분석하여 DNA 염기 서열을 예측하면, 유전자 y에 수소 결합을 각각 2개씩 갖는 AT 염기쌍 서열이 삽입되었으므로 유전자 x와 유전자 y 사이의 염기 간 수소 결합 개수의 차이는 4개이다.

문항카드 11

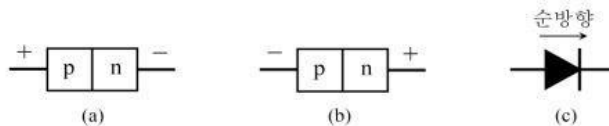
1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 I (물리학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 [4-1]: 물리학 I, 물리학 II 문제 [4-2]: 물리학 II
	핵심개념 및 용어	문제 [4-1]: 고체의 에너지띠, 전기 전도성, 전하와 전기장, 전기 저항 문제 [4-2]: 고체의 에너지띠, 전기 전도성, 전하와 전기장, 전기 저항
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가)~(라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) p형 반도체와 n형 반도체를 접합하면 전류를 흐르게 하거나 차단할 수 있다. 그림 (a)와 같이 p형 반도체를 전원의 양(+)극에 연결하고, n형 반도체를 전원의 음(-)극에 연결하면 미는 전기력 때문에 양공과 전자가 접합면으로 이동하므로 전류가 흐른다. 이러한 연결 방법을 순방향 연결이라고 한다. 그림 (b)와 같이 p형 반도체를 전원의 음(-)극에 연결하고, n형 반도체를 전원의 양(+)극에 연결하면 접합면 반대쪽으로 당기는 전기력 때문에 양공과 전자는 각각 접합면에서 멀어지므로 전류는 흐르지 않게 된다. 이러한 연결 방법을 역방향 연결이라고 한다. p-n 접합 다이오드는 전기 회로에서 그림 (c)와 같이 표시한다.



(나) 저항값이 일정할 때 저항 양단의 전위차가 커질수록 저항에 흐르는 전류의 세기가 증가한다. 또 저항 양단의 전위차가 일정할 때 저항값이 커질수록 저항에 흐르는 전류의 세기는 감소한다. 즉, 저항에 흐르는 전류의 세기 I 는 저항 양단의 전위차 V 에 비례하고 저항의 저항값 R 에 반비례한다. 이를 옴의 법칙이라고 한다. 저항 양단에 전위차가 생기면 전류가 흐르면서 저항에서 전기 에너지가 소모된다. 저항에서 소모되는 전력 P 는 1초 동안 저항에서 소모되는 전기 에너지, 저항에 흐르는 전류, 저항 양단의 전위차, 저항값을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

(다) 두 저항이 직렬로 연결된 회로에서는 전류가 흐를 수 있는 도선이 하나이므로 각 저항에 흐르는 전류의 세기는 같고, 전류의 세기 I 는 전체 전압 V 를 회로의 전체 저항

R로 나눈 것과 같다. 또 전체 전압은 각 저항에 걸리는 전압의 합과 같다.

$$V = V_1 + V_2 = I(R_1 + R_2) = IR$$

즉, 저항이 직렬로 연결하면 회로 전체의 저항값이 각 저항의 저항값의 합과 같다.

$$R = R_1 + R_2$$

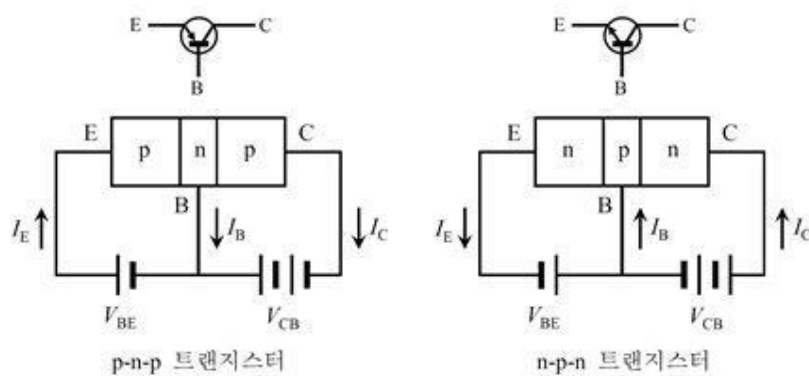
두 저항이 병렬로 연결된 회로에서 전체 전압은 각 저항 양단에 걸리는 전압과 같고, 회로 전체에 흐르는 전류는 각 저항에 흐르는 전류의 합과 같다.

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V}{R}$$

즉, 저항을 병렬로 연결하면 회로 전체의 저항값의 역수가 각 저항의 저항값의 역수의 합과 같다.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

(라)트랜지스터가 증폭 작용을 하려면 그림과 같이 트랜지스터의 종류와 상관없이 이미터(E)와 베이스(B) 사이에 순방향 전압을, 베이스와 컬렉터(C) 사이에 역방향 전압을 걸어야 한다. p-n-p 트랜지스터의 경우 이미터와 베이스 사이에 순방향 전압이 걸리므로 이미터에서 베이스 쪽으로 양공이 이동하면서 전류가 흐르게 된다. 반면에 컬렉터와 베이스 사이의 전압은 역방향이다. n-p-n 트랜지스터는 베이스에서 이미터 쪽으로 전자가 이동하면서 전류가 흐르게 된다. 컬렉터와 베이스 사이의 전압은 역방향이지만 이미터에서 베이스로 이동하던 대다수의 전자가 베이스를 지나 컬렉터 쪽으로 이동한다.

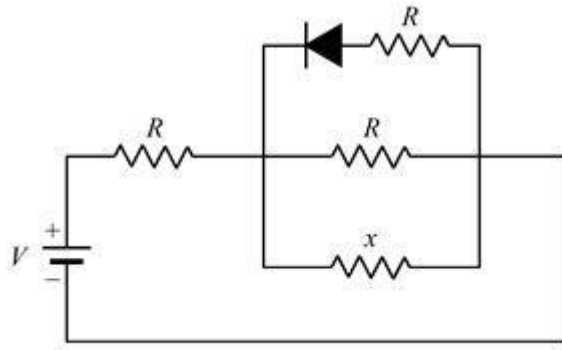


두 트랜지스터 모두에서, 베이스에 흐르는 전류 I_B 보다 컬렉터에 흐르는 전류 I_C 가 크며 $I_E = I_B + I_C$ 이다. 베이스 전류와 컬렉터 전류의 비율을 전류 증폭률 β 라고 하며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

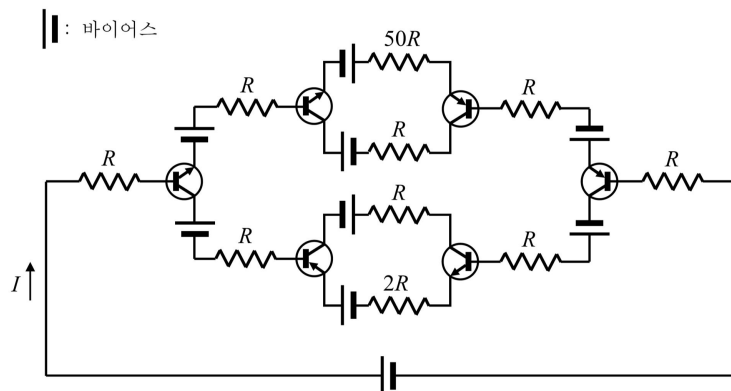
$$\beta = \frac{I_C}{I_B}$$

트랜지스터가 일정한 전류 증폭률을 유지하면서 증폭 작용을 하려면 그림의 V_{BE} , V_{CB} 와 같이 베이스와 이미터, 베이스와 컬렉터 사이 적절한 바이어스 전압을 걸어야 한다. 바이어스 전압이란 트랜지스터 등의 장치가 원활히 동작하도록 가해주는 직류 전압을 말한다.

[문제 4-1] 그림과 같이 저항 R , 저항 x , 전압 V 및 다이오드로 구성된 직류 회로가 있다. 저항 x 에서 소모되는 전력이 모든 저항에서 소모되는 전체 전력의 $\frac{1}{6}$ 이라고 할 때, 제시문 (가)~(다)에 근거하여 x 를 R 의 식으로 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. [15점]



[문제 4-2] 그림과 같이 각각 3개씩의 p-n-p, n-p-n 트랜지스터와 저항, 바이어스 전압으로 구성된 직류 회로가 있다. 트랜지스터의 바이어스 전압은 적절히 조절되어, 모든 트랜지스터가 동일한 전류 증폭률 β 로 동작하고 있다. 저항 $50R$ 에서 소모되는 전력이 저항 $2R$ 에서 소모되는 전력의 36배일 때, 제시문 (나)와 (라)에 근거하여 β 를 구하는 과정을 논리적으로 설명하시오. (단, $\beta > 0$ 이다.) [15점]



3. 출제 의도

전자기학은 고등학교 물리학 I의 전기와 자기 단원, 고등학교 물리학 II의 전기와 자기 단원에서 다루고 있는 분야로서, 현대 정보 사회 발전에 중요한 과학적 기여를 한 물리학의 핵심 분야 중 하나이다. 본 문항 평가에서는 직류 회로의 기본 소자인 저항과 고체의 에너지띠를 기반으로 구현되는 반도체 소자인 다이오드와 트랜지스터의 연결에 따른 기본 동작을 예측하고 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

문제 4-1은 다이오드와 저항이 직렬 및 병렬로 연결된 회로를 분석하고 미지의 저항에서 소모되는 전력을 계산하여 저항값을 구하는 문제이다. 주어진 직류 회로에서 다이오드에 역방향으로 전압이 걸린 경로는 전류가 흐르지 않음을 파악하는 것이 풀이를 위한 첫 단계이다. 그 후 다이오드를 제외한 회로에서 나타나는 저항의 직렬과 병렬 연결에 따라 각 저항에 걸리는 전압 또는 전류를 계산할 수 있으며, 저항을 알지 못하는 미지의 저항에서 소모되는 전력을 다른 저항의 식으로 제시문을 이용하여 계산할 수 있다. 계산된 값이 다른 저항에서 소비되는 전력의 일정 비율($1/5$)이 되는 점을 이용하면 미지의 저항값을 구할 수 있다. 다이오드의 동작 원리에 대한 이해력과 직렬 및 병렬 연결된 저항으로 구성된 직류 회로를 분석하는 응용력 및 문제 해결 능력을 평가하고자 하였다.

[문제 4-2]

문제 4-2는 트랜지스터와 저항으로 구성된 회로에서 발생하는 전류 증폭을 이해하고 이를 수치적으로 분석하여 트랜지스터의 전류 증폭률을 구하는 문제이다. 모든 트랜지스터가 동일한 증폭률로 동작하고 있고 회로의 한 지점에서 전류의 크기가 주어졌으므로, 베이스와 컬렉터 및 이미터 사이 전류 관계를 이용하면 트랜지스터의 베이스 전류와 증폭률로 컬렉터와 이미터의 전류를 표현할 수 있다. 이 과정을 각 트랜지스터에서 반복하면 모든 저항에서 흐르는 전류를 각각 구할 수 있다. 특정한 두 저항에서 흐르는 전류를 통해 두 저항에서 소모되는 전력의 비율의 식을 얻은 후 주어진 조건에 대입하면 트랜지스터의 전류 증폭률을 구할 수 있다. 회로에서 주어진 바이어스 전압은 제시문의 설명과 같이 트랜지스터의 전류 증폭을 원활하게 하기 위한 용도로서 회로의 전류 증폭에는 수치적으로 고려할 필요가 없다는 점도 파악해야 할 요소 중 하나이다. 트랜지스터의 동작 원리에 대한 이해력과 트랜지스터, 저항, 바이어스 전압으로 구성된 직류 회로를 분석하는 응용력 및 문제 해결 능력을 평가하고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’을 바탕으로 작성

영역별 내용	
제시문	(가) 물리학 I (2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-04] 종류가 다른 원소를 이용하여 반도체 소자를 만들 수 있음을 다이오드를 이용하여 설명할 수 있다.
	(나) 물리학 II (2) 전자기장 [12물리 II 02-03] 직류 회로에서 저항의 연결에 따른 전류와 전위차 및 저항에서 소모되는 전기 에너지를 구할 수 있다.
	(다) 물리학 II (2) 전자기장 [12물리 II 02-03] 직류 회로에서 저항의 연결에 따른 전류와 전위차 및 저항에서 소모되는 전기 에너지를 구할 수 있다.
	(라) 물리학 II (2) 전자기장 [12물리 II 02-04] 트랜지스터의 증폭 원리를 이해하고, 저항을 이용하여 필요한 바이어스 전압을 정할 수 있다.
하위문항	문제 4-1 물리학 I (2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-04] 종류가 다른 원소를 이용하여 반도체 소자를 만들 수 있음을 다이오드를 이용하여 설명할 수 있다.
	물리학 II (2) 전자기장 [12물리 II 02-03] 직류 회로에서 저항의 연결에 따른 전류와 전위차 및 저항에서 소모되는 전기 에너지를 구할 수 있다.
	문제 4-2 물리학 II (2) 전자기장 [12물리 II 02-03] 직류 회로에서 저항의 연결에 따른 전류와 전위차 및 저항에서 소모되는 전기 에너지를 구할 수 있다. [12물리 II 02-04] 트랜지스터의 증폭 원리를 이해하고, 저항을 이용하여 필요한 바이어스 전압을 정할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	김영민 외	교학사	2018	121
	물리학 II	김성원 외	지학사	2018	121-123
	물리학 II	강남화 외	천재교육	2018	99-103

5. 문항 해설

[문제 4-1]

문제 4-1은 다이오드와 저항이 직렬 및 병렬로 연결된 회로를 분석하고 미지의 저항에서 소모되는 전력을 계산하여 저항값을 구하는 문제이다. 주어진 직류 회로에서 다이오드가 역방향으로 연결되어 있는 경로는 전류가 흐르지 않으므로 고려할 필요가 없다. 나머지 회로는 저항이 직렬과 병렬로 연결된 회로이므로, 각 저항에 걸리는 전압 또는 전류를 계산할 수 있으며 이를 통해 전력을 계산할 수 있다. 미지의 저항에서 소모되는 전력이 다른 저항에서 소비되는 전력의 1/5이 되는 점을 이용하면 미지의 저항값을 구할 수 있다. 다이오드의 동작 원리에 대한 이해와 직렬 및 병렬 연결된 저항으로 구성된 직류 회로를 분석하는 응용력 및 문제 해결 능력을 평가하는 문제이다.

[문제 4-2]

문제 4-2는 트랜지스터와 저항으로 구성된 회로에서 발생하는 전류 증폭을 이해하고 이를 수치적으로 분석하여 트랜지스터의 전류 증폭률을 구하는 문제이다. 바이어스 전압을 통해 모든 트랜지스터가 동일한 증폭률로 정상 동작하고 있으므로 제시문 (라)에 나와 있는 베이스와 컬렉터 및 이미터 사이 전류 관계를 이용할 수 있다. 즉, 트랜지스터의 베이스 전류에 전류 증폭률을 곱하면 컬렉터 전류가 되고, 베이스와 컬렉터 전류를 합하면 이미터 전류가 된다. 가장 바깥쪽에 흐르는 전류가 처음 트랜지스터의 베이스 전류가 되므로, 이를 이용하면 각 트랜지스터의 모든 전류 성분을 차례로 구할 수 있다. 문제에서 주어진 특정한 두 저항에서 흐르는 전류를 통해 두 저항에서 소모되는 전력의 비율을 얻은 후 이를 주어진 조건에 대입하면 트랜지스터의 전류 증폭률을 구할 수 있다. 트랜지스터의 동작 및 바이어스 전압의 역할에 대한 이해력과 트랜지스터와 저항으로 구성된 직류 회로를 분석하는 응용 능력을 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점 요소]</p> <p>다이오드의 역방향 연결로 전력 소비가 없는 점을 설명하였는가.</p> <p>직렬 연결된 저항에 가해지는 전압(또는 전류)을 옳게 분석하였는가.</p>	<p>+5점</p> <p>+2점</p>

	병렬 연결된 저항에 가해지는 전압(또는 전류)를 옳게 분석하였는가. 소모 전력의 식을 적용하여 x 값 2가지를 옳게 제시하였는가. [유의 사항] 채점 요소 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5 점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	+2점 +6점
4-2	[채점 요소] 베이스, 컬렉터, 이미터 전류 사이의 관계를 옳게 설명하였는가. $50R$ 에서 전류를 옳게 옳게 분석하였는가. $2R$ 에서 전류를 옳게 옳게 분석하였는가. 두 저항에서 소모 전력의 비율을 β 의 식으로 옳게 제시하였는가. β 의 값을 옳게 제시하였는가. [유의 사항] 채점 요소 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5 점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	+3점 +3점 +3점 +3점 +3점

7. 예시 답안

[물리, 문제 4-1 예시 답안]

▶ 회로에서 다이오드는 역방향으로 연결되어 있으므로 전류가 흐르지 않는다. 따라서, 이어지는 R 에서 는 전력이 소모되지 않음.

▶ R 과 x 가 병렬로 연결된 부분의 저항은 $\frac{Rx}{R+x}$ 이며, 전체 저항은 $R + \frac{Rx}{R+x} = R \left(\frac{R+2x}{R+x} \right)$ 임.

▶ 직렬 연결된 R 과 병렬 연결된 R, x 에 걸리는 전압을 계산하면 각각 $V \left(\frac{R+x}{R+2x} \right), V \left(\frac{x}{R+2x} \right)$ 임.

▶ 또는 전압 대신 전류로 계산하기 위해, 전체 전류의 식 $I = \frac{V}{R} \left(\frac{R+x}{R+2x} \right)$ 과 병렬 연결된 R, x 에 흐르는 전류를 각각 $\frac{V}{R} \left(\frac{x}{R+2x} \right), \frac{V}{R+2x}$ 로 제시할 수 있음.

▶ 직렬 연결된 R 과 병렬 연결된 R, x 에서 소모되는 전력을 계산하면 각각 $\frac{V^2}{R} \left(\frac{R+x}{R+2x} \right)^2, \frac{V^2}{R} \left(\frac{x}{R+2x} \right)^2$ 이다.

▶ 직렬 연결된 R 과 병렬 연결된 R 에서 소모되는 전력의 합이 x 에서 소모되는 전력의 5배이므로,

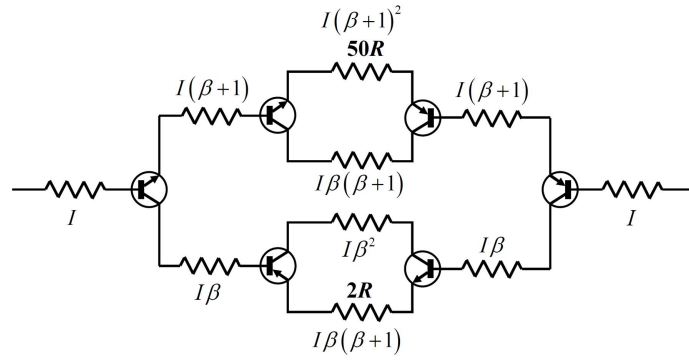
$$\frac{V^2}{R} \left(\frac{R+x}{R+2x} \right)^2 + \frac{V^2}{R} \left(\frac{x}{R+2x} \right)^2 = 5 \times \frac{V^2 x}{(R+2x)^2}$$

▶ 좌우에 R 을 곱하고, 공통항인 $\frac{V^2}{(R+2x)^2}$ 으로 나눈 후 정리하여 x 를 구하면 다음과 같다.

$$2x^2 - 3Rx + R^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{R}{2} \quad \text{또는} \quad x = R$$

[물리, 문제 4-2 예시 답안]

- ▶ 전류 증폭률이 모든 트랜지스터에서 β 이므로, 베이스 전류를 I 라고 할 때 컬렉터와 에미터의 전류는 각각 βI 와 $(\beta+1)I$ 이다.
- ▶ 맨 바깥쪽에 있는 저항 R 을 기준으로 차례대로 계산해 보면 각 저항에 흐르는 전류는 다음 그림과 같다.



- ▶ 전류를 구했으므로, $50R$ 과 $2R$ 에서 소모되는 전력의 비율을 계산하면 다음과 같다.

$$\frac{P_{50R}}{P_{2R}} = \frac{I^2(\beta+1)^4 \times 50R}{I^2\beta^2(\beta+1)^2 \times 2R} = \frac{25(\beta+1)^2}{\beta^2} = 36$$

- ▶ $\beta > 0$ 이므로 대입하면 다음과 같이 β 를 구할 수 있다.

$$\frac{\beta+1}{\beta} = \frac{6}{5} \quad \therefore \beta = 5$$

문항카드 12

1. 일반정보

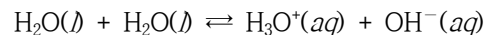
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 [4-1] 화학 I 문제 [4-2] 화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	문제 [4-1] 동적 평형, 물의 자동 이온화, 화학 반응식 문제 [4-2] 화학 반응식, 반응 속도
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 양쪽 방향으로 진행되는 가역 반응에서 정반응과 역반응이 같은 속도로 일어나 겉보기에는 변화가 일어나지 않는 것처럼 보이는 상태를 동적 평형이라고 하며, 어떤 물질의 두 가지 이상의 상태가 동적 평형을 유지하는 것을 상평형이라고 한다. 용질이 용매에 용해되는 속도와 용해되어 있던 용질이 석출되는 속도가 같아서 겉보기에는 용해가 일어나지 않는 것처럼 보이는 동적 평형 상태를 용해 평형이라고 한다.

(나) 물과 같이 산이나 염기로 모두 작용할 수 있는 물질을 양쪽성 물질이라고 한다. 양쪽성 물질인 물은 수소 이온(H^+)을 내놓을 수도 있고, 받아들일 수도 있기 때문에 순수한 물은 아주 적은 양이지만 물 분자끼리 수소 이온을 주고받아 이온화한다. 물이 수산화 이온(OH^-)과 하이드로늄 이온(H_3O^+)을 생성하는 반응을 물의 자동 이온화라고 하며, 다음과 같은 반응식으로 나타낸다.



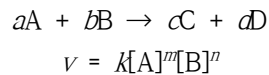
이때 순수한 물에서 생성된 하이드로늄 이온과 수산화 이온의 농도 곱을 물의 이온화 상수(K_w)라고 한다. 물의 이온화 상수는 $25^\circ C$ 에서 1.0×10^{-14} 으로 일정하기 때문에 수산화 이온의 농도를 알면 하이드로늄 이온의 농도를 알 수 있다. 수소 이온 농도 지수 pH는 다음과 같이 정의한다.

$$pH = -\log[H_3O^+]$$

(다) 여러 가지 화학 반응을 화학식과 기호를 사용하여 나타낸 것을 화학

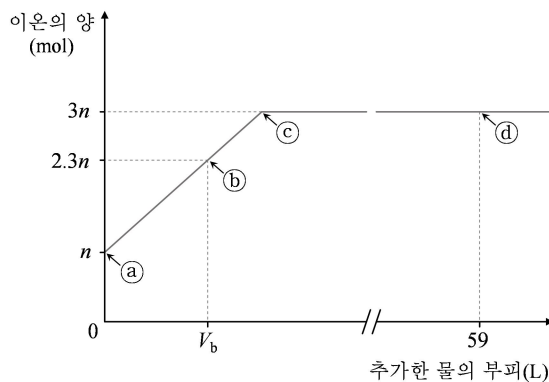
반응식이라고 한다. 화학 반응식으로 화학 반응에 관여하는 물질의 종류뿐만 아니라 반응물과 생성물 사이의 양적 관계를 알 수 있다. 화학 반응식에서의 계수비는 분자 수비, 몰비와 같으며, 반응물이나 생성물에 기체가 포함된 화학 반응식의 계수비는 기체의 부피비와도 같다. 화학 반응식을 이용하면 반응물의 양만으로도 생성물이 얼마나 생길지 예상할 수 있고, 생성물의 양만으로 얼마만큼의 물질이 반응에 사용되었는지 알 수 있다.

(라) 반응 속도는 반응물의 농도에 따라 달라진다. 반응 속도가 반응물의 농도에 얼마나 의존하고 있는지를 나타낸 식을 반응 속도식이라고 한다. 다음은 일반적인 반응과 그 반응 속도식을 예로 든 것이다.



반응 속도(v)는 반응물 A와 B의 농도에 의존하므로 비례 상수 k 를 사용하여 나타낼 수 있다. 반응 속도식에서 비례 상수 k 는 반응 속도 상수로 반응에 따라 고유한 값을 가지며, 온도에 의해서만 변한다. 각 농도의 지수인 m 과 n 은 반응 차수라고 한다. 반응 차수는 반드시 실험으로 결정되어야 하고 반응물의 계수인 a 와 b 로 예측할 수 없다.

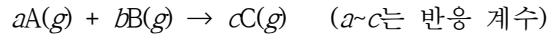
[문제 4-1] 다음은 25℃에서 물 1L에 $M(OH)_2(s)$ 36.3 g을 첨가하고 충분한 시간이 흐른 후, 물을 추가하면서 수용액에 존재하는 이온의 양(mol)을 나타낸 것이다. 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 그래프에 표시된 n , V_b 의 값과 ㉠~㉤ 각 지점에서 용액의 pH를 논리적으로 구하시오. (단, M은 임의의 원소 기호이고, $M(OH)_2$ 의 화학식량은 121이다. 용해된 $M(OH)_2$ 는 $M^{2+}(aq)$ 와 $OH^-(aq)$ 의 형태로만 존재하고, 온도는 25℃로 일정하며, 용액의 부피는 용매의 부피와 같다. 필요시 아래 상용로그표의 값을 이용하시오.) **[15점]**



〈상용로그표〉

x	$\log x$
0.1	-1
0.2	-0.70
0.3	-0.52
0.4	-0.40
0.5	-0.30
0.6	-0.22
0.7	-0.15
⋮	⋮

[문제 4-2] 다음은 A(g)와 B(g)가 반응하여 C(g)를 생성하는 반응의 화학 반응식이다.



표는 1 L 강철 용기에 A(g)와 B(g)를 넣은 후, 반응 시간에 따른 각 기체의 농도, 기체의 전체 압력, 그리고 순간 반응 속도를 나타낸 것이다.

반응 시간(s)	기체의 농도(M)			기체의 전체 압력(atm)	순간 반응 속도(M/s)
	A(g)	B(g)	C(g)		
0	0.50	0.80	0	3.9	150
t_1	x	0.60	0.10	3.0	y
t_2				2.1	3

제시문 (다)와 (라)에 근거하여 x 와 y 의 값을 구하시오. 또한 이 반응의 반응 속도식을 제시하고 반응 속도 상수를 단위와 함께 구하시오. (단, 온도는 일정하고, 역반응은 일어나지 않는다. 각 반응물에 대한 반응 차수는 정수이다.) [15점]

3. 출제 의도

[문제 4-1] 주어진 그래프로부터 용액의 포화 상태를 파악하고 이로부터 용질의 용해도와 용매의 첨가에 따른 pH 변화를 계산할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[문제 4-2] 이상 기체 방정식을 이용하여 반응 혼합물의 조성 변화를 파악하고 이로부터 화학 반응식의 계수비를 알아내는 방법을 묻는 문제이다. 또한 주어진 정보로부터 반응 속도식을 도출하고 특정 시점에서의 반응 속도를 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’을 바탕으로 작성

영역별 내용		
제시문	(가)	화학 I. (4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다.
	(나)	화학 I. (4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-02] 물의 자동 이온화와 물의 이온화 상수를 이해하고, 수소 이온의 농도를 pH로 표현할 수 있다.
	(다)	화학 I. (1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서

	화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
(라)	<p>화학 II. (3) 반응 속도와 촉매</p> <p>[12화학II 03-01] 화학 반응의 속도가 다양하다는 것을 알고, 화학 반응 속도를 계산할 수 있다.</p> <p>[12화학II 03-05] 농도에 따라 반응 속도가 달라짐을 설명할 수 있다.</p>
4-1	<p>화학 I. (4) 역동적인 화학 반응</p> <p>[12화학 I 04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다.</p> <p>[12화학 I 04-02] 물의 자동 이온화와 물의 이온화 상수를 이해하고, 수소 이온의 농도를 pH로 표현할 수 있다.</p> <p>화학 I. (1) 화학의 첫걸음</p> <p>[12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.</p> <p>[12화학 I 01-05] 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있다.</p>
하위문항	<p>화학 I. (1) 화학의 첫걸음</p> <p>[12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.</p> <p>[12화학 I 01-05] 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있다.</p>
4-2	<p>화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액</p> <p>[12화학II 01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다.</p> <p>화학 II. (3) 반응 속도와 촉매</p> <p>[12화학II 03-01] 화학 반응의 속도가 다양하다는 것을 알고, 화학 반응 속도를 계산할 수 있다.</p> <p>[12화학II 03-02] 자료 해석을 통하여 반응 속도식을 구할 수 있다.</p> <p>[12화학II 03-05] 농도에 따라 반응 속도가 달라짐을 설명할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	36-41 156-157 160-163
	화학 I	노태희 외 6인	(주)천재교육	2020	30-37 159-162 170-172
	화학 I	강대훈 외 3인	(주)와이비엠	2020	47-53 172-173 174-177
	화학 I	황성용 외 3인	동아출판(주)	2020	39-43 169-173
	화학 I	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	34-39 157-160 165-167
	화학 I	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	34-38 143-147 148-152
	화학 II	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	131-138
	화학 II	장낙한 외 9명	(주)상상아카데미	2020	144-152
	화학 II	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	137-144
	화학 II	이상권 외 7명	(주)지학사	2019	139-149
	화학 II	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	136-153
	화학 II	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	119-137

5. 문항 해설

제시문의 내용은 화학 반응식과 반응 물질의 양적 관계, 몰과 질량의 관계, 동적 평형과 용해 평형, 물의 자동 이온화와 pH, 이상 기체 방정식, 기체 혼합물의 부분 압력 등 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 하위 문항에서는 위에서 언급한 여러 가지 과학적 개념들을 명확하게 이해함으로써 주어진 자료를 종합적으로 분석하고 물질의 성질 변화를 정량적으로 예측할 수 있는지 평가하고자 하였다.

[문제 4-1]

제시문 (가), (나)의 내용을 이해하고 용액 내에 존재하는 이온의 양으로부터 용액의 포화 상태를 명확히 파악하여야 한다. 용해도가 직접적으로 언급되지는 않았지만, 이온 결합 물질이 용해도 이상으로 존재하여 포화 상태로 평형을 이루다가 추가적으로 첨가된 물에 의해 이온들이 용해되어 나오는 상황을 명확하게 이해하여야 한다. 이로

부터 물질의 용해도를 올바르게 파악하고, 용액의 부피 변화에 따른 수산화 이온의 농도 변화를 pH로 표현할 수 있어야 한다. 물질의 동적 평형, 물의 자동 이온화 개념 및 pH 계산이 유기적으로 연결되어 있어, 응시자의 분석적 사고 능력을 평가하는 문제이다.

[문제 4-2]

제시문 (다), (라)의 내용을 이해하고 반응물의 농도 변화에 따른 반응 속도 변화가 일어나를 명확히 파악하여야 한다. 비록 반응식의 계수비가 나와 있지 않지만, 일정 온도 및 부피의 용기 속 기체 혼합물의 압력과 농도를 이용하여 반응식을 제대로 완성하고 서로 다른 시점에서 존재하는 반응물과 생성물의 농도를 올바르게 계산할 수 있어야 한다. 이를 이용해 반응 속도식의 반응 차수와 반응 속도 상수, 나아가 특정 시점에서의 반응 속도를 올바르게 도출 및 계산할 수 있어야 한다. 화학 반응의 양적 관계, 이상 기체 방정식, 반응 속도의 개념이 유기적으로 연결되어 있어, 응시자의 분석적 사고 및 문제 해결 능력을 평가하는 문제이다.

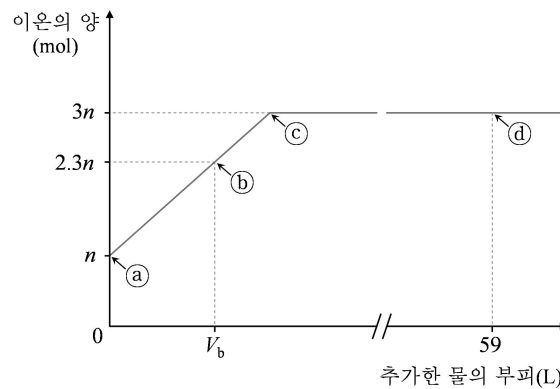
6. 채점 기준		
하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점 요소] 용해 평형의 개념을 명확히 이해하여 용액 내 이온 개수 변화로부터 용액의 농도와 pH를 올바르게 도출할 수 있는가?</p> <p>[예시 답안] 7번 참조</p> <p>[채점 준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 용액 내 이온 개수 변화를 통해 초기에 $M(OH)_2(s)$가 남아 있는 포화 용액이 만들어졌음을 파악하고 이를 통해 n의 값을 올바르게 계산하면 +5점 ㉔까지 추가된 물의 부피 2L를 이용하여 ㉔에서 추가된 물의 부피 V_b를 올바르게 계산하면 +2점 구간 ㉔에서부터 ㉔까지 포화 상태가 유지됨을 파악하고 이를 통해 ㉔, ㉔, ㉔에서의 pH 13.3을 올바르게 계산하면 각 +2점 ㉔ 이후로 불포화 용액이 만들어졌음을 파악하고, 이를 통해 ㉔에서의 pH 12.0을 올바르게 계산하면 +2점 <p>※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2점 점수 조절 가능함.</p>	15
4-2	<p>[채점 요소] 화학 반응의 양적 관계와 이상 기체 방정식의 개념을 명확히 이해하여 기체 농도 변화와 이에 따른 반응 속도의 변화를 올바르게 도출할 수 있는가?</p> <p>[예시 답안] 7번 참조</p> <p>[채점 준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 압력과 농도의 비례 관계를 파악하고 기체 전체의 압력으로부터 t_1에서 반응물 A의 농도 x의 값을 올바르게 구하면 +4점 기체 전체의 압력으로부터 t_2에서 각 기체의 농도를 올바르게 구하고, 0s와 t_2에서 반응물의 농도와 순간 반응 속도를 이용하여 반응 속도식을 올바르게 제시하면 +4점 반응 속도 상수를 단위와 함께 올바르게 구하면 +3점 반응 속도식과 반응물의 농도를 이용하여 t_1에서의 반응 속도 y의 값을 올바르게 	15

구하면 +4점 ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2점 점수 조절 가능함.	
-----------------------------------------------------------------------------	--

7. 예시 답안 혹은 정답

[화학, 문제 4-1 예시 답안]

- ▶ 문제에서 주어진 그래프를 보면 처음에는 용액 내 이온의 양(mol)이 추가한 물의 부피에 비례해 증가하다가 일정 수준 이상부터는 동일하게 유지되는 것을 확인할 수 있다. 이것은 실험 초기에 1 L의 물에 용해될 수 있는 $M(OH)_2$ 의 양보다 더 많은 $M(OH)_2$ 를 넣어준 포화 상태의 용액이기 때문이다. 물이 추가됨에 따라 고체 상태의 $M(OH)_2(s)$ 가 $M^{2+}(aq)$ 와 $OH^-(aq)$ 의 이온으로 용해되어 나와 이온 개수가 증가하는 것임을 파악할 수 있다.



구체적으로 얼마까지 표시되지는 않았지만, 일정량의 물이 추가된 시점 ㉔부터 용액 내 이온 개수가 동일하게 유지되는데 이것은 모든 $M(OH)_2(s)$ 가 용해될 수 있을 만큼의 물이 첨가된 것임을 의미한다. ㉔ 이후 추가적인 물이 첨가되면 불포화 용액이 되며 용액 내 이온 개수가 거의 변하지 않게 된다.

- ▶ $M(OH)_2$ 의 화학식량(121)을 이용하여 처음에 첨가한 $M(OH)_2$ 의 물수를 계산한다.

$$\frac{36.3 \text{ g}}{121 \text{ g/mol}} = 0.3 \text{ mol}$$

물에 첨가한 36.3 g의 $M(OH)_2(s)$ 는 0.3 mol에 해당하며, 이로부터 생성될 수 있는 $M^{2+}(aq)$ 이온과 $OH^-(aq)$ 이온의 총 몰수는 각각 0.3 mol, 0.6 mol이 됨을 알 수 있다. 이때 용액 내 이온의 총 개수, 즉 $3n$ 은 0.9 mol이 되고, 따라서 n 의 값이 0.3 mol이 된다.

- ▶ 물을 추가하기 전 용해 평형을 이루고 있는 포화 용액 (㉑) 내 이온의 개수는 n , 즉 0.3 mol이므로, 25℃에서 $M(OH)_2$ 가 0.1 mol/L의 최대 농도로 녹아 있음을 알 수 있다. 초기에 넣어준 $M(OH)_2$ 36.3 g을 모두 녹이기 위해서는 총 3 L의 물이 필요함을 알 수 있다. ㉔까지 추가한 물의 부피는 2 L가 된다.

- ▶ ㉔까지 물을 2 L 추가하는 동안 이온의 양이 $2n \text{ mol}$ 증가하였다. 따라서 이온의 양이 $1.3n \text{ mol}$ 증가한 ㉕에서는 물이 1.3 L 추가되었음을 알 수 있다.

$$\therefore V_b = 1.3$$

- ▶ 구간 ㉔에서부터 ㉔까지는 $\text{M}(\text{OH})_2(s)$ 가 포화되어 있는 용액이므로, 이때 용액의 농도는 첨가해준 물의 양과 무관하게 최대 농도와 같은 0.1 mol/L 가 된다. 따라서 $\text{OH}^-(aq)$ 이온의 농도는 0.2 mol/L 가 되며 이를 통해 구간 ㉔에서부터 ㉔까지의 pH를 구할 수 있다.

$$\text{pOH} = -\log [\text{OH}^-] = -\log(0.2) = 0.7$$

$$\text{pH} = 14 - \text{pOH} = 14 - 0.70 = 13.30$$

- ▶ ㉔ 이후로는 모든 $\text{M}(\text{OH})_2$ 가 녹아 있는 불포화 용액이 만들어지며, 이때 용액 내에 존재하는 $\text{OH}^-(aq)$ 이온의 양은 항상 0.6 mol 이 된다. 이때 전체 용액의 부피를 이용하여 $\text{OH}^-(aq)$ 이온의 농도를 계산하는 것이 가능하며, 이를 통해 시점 ㉔에서의 pH를 계산할 수 있다.

시점 ㉔에서는 추가된 물의 부피가 59 L이기 때문에, 총 용액의 부피는 60 L가 된다.

$$[\text{OH}^-] = 0.6 \text{ mol} \div 60 \text{ L} = 0.01 \text{ mol/L}$$

$$\text{pOH} = -\log [\text{OH}^-] = 2$$

$$\text{pH} = 14 - \text{pOH} = 14 - 2 = 12$$

- ▶ 물의 이온화 상수 1.0×10^{-14} 를 통해 파악할 수 있는 H_3O^+ 이온의 농도는 문제에서 다루는 용액 내 M^{2+} 와 OH^- 이온의 개수보다 현저히 작기 때문에 이온 개수를 크게 고려하지 않아도 된다.

[화학, 문제 4-2 예시답안]

- ▶ 일정 온도에서 부피가 유지되는 용기에 반응물 A와 B를 넣고 반응을 진행시키면, 반응물 A와 B의 농도는 점차 줄어들고 따라서 순간 반응 속도 또한 줄어들게 될 것을 짐작할 수 있다. 반응 계수 a , b , c 를 모르기 때문에 반응이 진행됨에 따라 전체 기체의 압력이 어떻게 변화할지는 직접적으로 알 수 없다.

- ▶ 반응과 무관하게 용기의 온도(T)와 부피(V)가 일정하게 유지되므로 다음과 같은 식이 성립한다.

$$P = \frac{n}{V}RT$$

$$T \text{는 일정하므로, } P \propto \frac{n}{V}$$

따라서 기체 전체의 압력과 몰 농도가 비례하는 것을 알 수 있다.

- ▶ 초기에 기체 전체의 압력과 몰 농도가 각각 3.9 atm, 1.3 M이므로, 위에서 언급한 비례식을 이용하면 기체 전체의 압력이 3.0 atm인 t_1 에서 전체 기체 몰 농도는 1.0 M이 된다.

$$x + 0.60 + 0.10 = 1.0$$

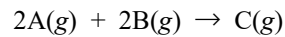
$$x = 0.3$$

이로부터 t_1 에서 반응물 A의 몰 농도 x 의 값이 0.3임을 알 수 있다.

- ▶ t_1 에서 반응물 A와 B의 농도가 각각 0.20 M씩 감소하는 동안 생성물 C의 농도는 0.10 M이 증가했음을 알 수 있다.

시간(s)	A(M)	B(M)	C(M)
0	0.50	0.80	0
t_1	0.30	0.60	0.10

이를 통해 실제 반응의 계수 a , b , c 를 알고, 반응이 진행될수록 전체 기체의 압력이 줄어듦을 알 수 있다.



- ▶ t_2 에서는 전체 기체 혼합물의 압력이 2.1 atm이므로, 이때 각 기체 농도의 합은 0.7 M이 된다. 이로부터 A, B, C의 농도를 모두 구할 수 있다.

$$[A] = 0.5 - 2a \text{ M}$$

$$[B] = 0.8 - 2a \text{ M}$$

$$[C] = a \text{ M}$$

$$[A] + [B] + [C] = 0.7 \text{ M}$$

$$0.5 - 2a + 0.8 - 2a + a = 1.3 - 3a = 0.7$$

$$a = 0.2$$

시간(s)	A(M)	B(M)	C(M)
0	0.50	0.80	0
t_2	0.10	0.40	0.20

- ▶ 반응물의 농도와 순간 반응 속도와의 상관관계를 반응 속도식(반응 속도 = $k[A]^m[B]^n$)을 통해 설명할 수 있어야 한다.

시간(s)	A(M)	B(M)	순간 반응 속도(M/s)
0	0.50	0.80	150
t_1	0.30	0.60	y
t_2	0.10	0.40	3

$$0 \text{ s에서: } 150 \text{ M/s} = k \times (0.5 \text{ M})^m \times (0.8 \text{ M})^n$$

$$t_2 \text{에서: } 3 \text{ M/s} = k \times (0.1 \text{ M})^m \times (0.4 \text{ M})^n$$

위를 아래의 식으로 나누어주면,

$$50 = 5^m \times 2^n$$

- ▶ 각 반응물의 반응 차수는 정수이므로, $50 = 5^m \times 2^n$ 을 만족하는 정수 m 과 n 은 각각 2와 1이 되고, 따라서 이 반응은 3차 반응 속도식을 따라 진행됨을 알 수 있다.

$$\text{반응 속도} = k[A]^2[B]$$

- ▶ 실제 반응물의 농도와 순간 반응 속도를 반응 속도식에 대입해보면 반응 속도 상수 k 의 값도 알아낼 수 있다. 또한 k 를 이용하여 t_1 에서의 반응 속도 y 를 계산할 수 있다.

$$t_2 \text{에서: } 3 \text{ M/s} = k \times (0.1 \text{ M})^2 \times (0.4 \text{ M})$$

$$k = 750 \text{ M}^{-2}\text{s}^{-1}$$

$$\text{반응 속도} = 750 \text{ M}^{-2}\text{s}^{-1} \times [A]^2[B]$$

$$\begin{aligned} t_1 \text{에서: 반응 속도 } y &= k[A]^2[B] \\ &= 750 \text{ M}^{-2}\text{s}^{-1} \times (0.3 \text{ M})^2 \times (0.6 \text{ M}) \\ &= 40.5 \text{ M/s} \end{aligned}$$

이로부터 t_1 에서의 반응 속도 y 의 값이 40.5임을 알 수 있다.

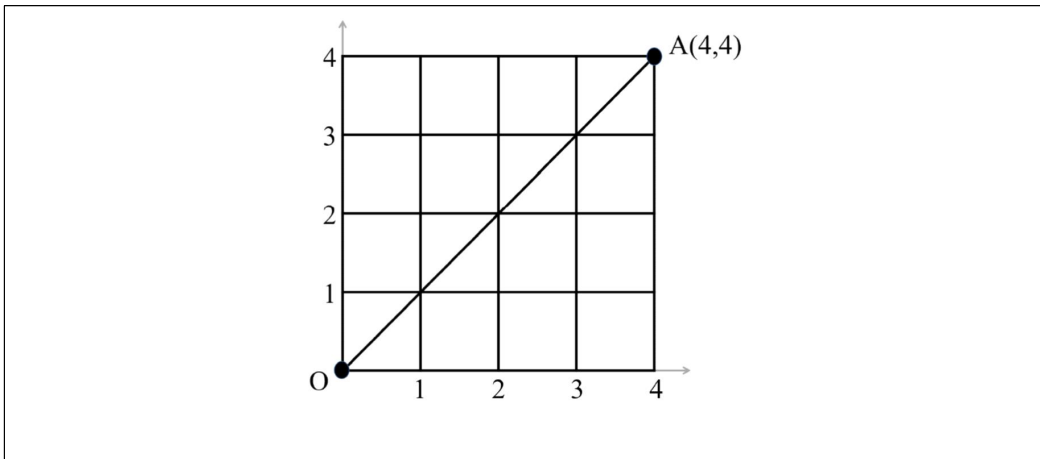
문항카드 13

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 II (수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심 개념 및 용어	경우의 수, 조합
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음의 그림과 같은 도로망이 있다. (i, j) 좌표에서 $(i+1, j)$ 또는 $(i, j+1)$ 좌표로의 이동비용은 1000원이고 소요 시간은 1시간이다. (i, j) 좌표에서 $(i+1, j+1)$ 좌표로의 이동비용은 2400원이며 소요 시간은 30분이다. 원점 O 지점에서 출발하여 A(4, 4) 지점까지 도로를 따라갈 때, 9000원 이하의 비용으로 7시간 이내에 도착하기 위한 모든 경로의 수를 구하시오. (단, 왼쪽(\leftarrow) 또는 아래(\downarrow) 방향과 왼쪽 아래로의 대각선(\swarrow) 방향으로 이동할 수 없다.) [20점]



3. 출제 의도

합리적인 선택을 하기 위해서는 가능한 모든 경우를 파악하고, 각 경우를 비교·분석하는 습관이 필요하다. 본 문제에서는 도로의 경로와 관련된 경우의 수를 계산하는 능력을 평가하고자 한다. 특히, 주어진 제약 조건(비용과 소요 시간)에 적합한 경로를 먼저 추출하고 각 경우의 수를 ‘조합’의 개념을 사용하여 계산할 수 있는지를 평가한다. 본 문제는 상황 이해도 및 조합 공식의 계산력을 평가하며 난이도는 ‘중’ 정도로 볼 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2020-236호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 1	<p>[수학] - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.</p> <p>[수학] - (5) 확률과 통계 - ② 순열과 조합 [10수학05-03] 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2020	262-267 272-276
	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	258-262 268-273
	수학	권오남 외	교학사	2020	255-262 268-274

5. 문항 해설

제약식으로 주어진 비용과 소요 시간을 만족하는 경로의 종류를 먼저 추출하여야 한다. 즉, 가로 및 세로 방향의 도로와 대각선 방향의 도로를 각각 몇 번씩 이용하여 주어진 제약식을 만족할 수 있는지 찾아야 한다. 이후, 이러한 경로의 종류에 따른 경우의 수를 조합 개념을 이용하여 계산할 수 있다. 경로의 종류를 잘 구분할수록 조합 계산을 더 간단하게 할 수 있다. 본 문제는 상황에 대한 이해력과 조합 공식의 계산력을 평가하며 난이도는 ‘중’ 정도로 볼 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	<ul style="list-style-type: none"> • 각 경로 조합(총 10가지)에 대하여 비용과 소요 시간 및 경로의 수를 바르게 계산하면: 각 경로당 +2점 <ul style="list-style-type: none"> - 비용과 소요 시간을 정확하게 이해하면: 각 경로당 +1점 <ul style="list-style-type: none"> ✓ 또는 비용과 소요 시간 각각에 +0.5점씩 부여 가능 ✓ 단, 총점에 소수점 점수가 나올 경우, 답안의 완성도에 따라 +0.5점 또는 -0.5점 부여 가능 - 경로의 수를 정확하게 계산하면: 각 경로당 +1점 • 모든 경로 조합에 대하여 비용과 소요 시간 및 경로의 수를 바르게 계산하였으나 총 경로의 수인 '94'를 계산하지 못한 경우: -2점 <p>※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.</p> <p>※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1점 추가 점수 부여 가능함.</p>	20

7. 예시 답안 혹은 정답

한 단위의 가로, 세로, 대각선 방향으로 이동 횟수를 각각 x , y , z 이라고 하자. 원점 O에서 A로 이동하기 위해서 다음의 관계식이 만족되어야 한다.

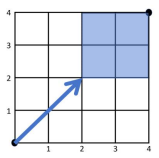
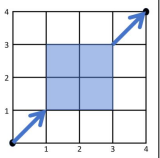
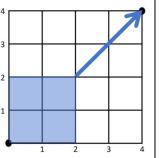
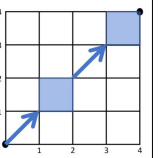
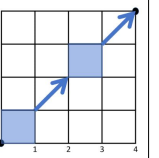
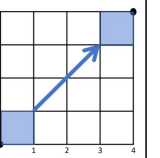
$$x = y, x + y + 2z = 8$$

왜냐하면, 한 단위 가로 또는 세로 방향으로만 갈 때는 총 8번의 이동이 필요하지만, 한 단위 대각선 방향으로 갈 때는 가로와 세로 방향을 한 번만에 간 효과가 있기 때문이다. 위의 관계식을 만족시키는 (x, y, z) 의 조합 및 그에 따른 경로의 비용 및 소요 시간은 다음 표와 같다.

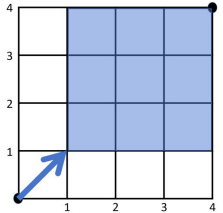
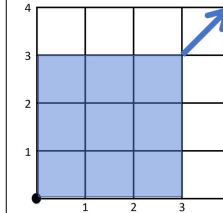
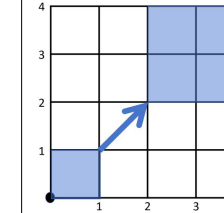
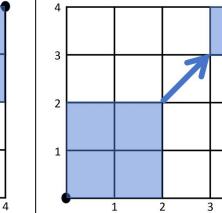
조합	$x = y$	z	비용 (원)	소요 시간 (시간)
I	0	4	$4 \times 2400 = 9600$	$4 \times 0.5 = 2$
II	1	3	$(2 \times 1000) + (3 \times 2400) = 9200$	$(2 \times 1) + (3 \times 0.5) = 3.5$
III	2	2	$(4 \times 1000) + (2 \times 2400) = 8800$	$(4 \times 1) + (2 \times 0.5) = 5$
IV	3	1	$(6 \times 1000) + (1 \times 2400) = 8400$	$(6 \times 1) + (1 \times 0.5) = 6.5$
V	4	0	$8 \times 1000 = 8000$	$8 \times 1 = 8$

따라서, 9000원 이하 비용과 7시간 이내 소요 시간 조건을 만족시키는 조합은 III과 IV이다.

조합 III에 따른 경로는 아래와 같은 $6(= {}_4C_2)$ 가지 종류가 있을 수 있다. 따라서, 총 $30(=18+12)$ 가지 경로가 있다.

조합 III에 따른 경로					
					
$\frac{4!}{2!2!} \times 3 = 6 \times 3 = 18$			$(2 \times 2) \times 3 = 4 \times 3 = 12$		

조합 IV에 따른 경로는 아래와 같은 $4(= {}_4C_1)$ 가지 종류가 있을 수 있다. 따라서, 총 $64(=40+24)$ 가지 경로가 있다.

조합 IV에 따른 경로			
			
$\frac{6!}{3!3!} \times 2 = 20 \times 2 = 40$		$\left(2 \times \frac{4!}{2!2!}\right) \times 2 = 12 \times 2 = 24$	

따라서, 총 $94(=40+54)$ 가지의 경로가 있다.

문항카드 14

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II (수학) / 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학 I, 수학 II, 미적분 문제 2-2: 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	문제 2-1: 정적분의 성질, 여러 가지 함수의 정적분 문제 2-2: 곡선의 길이, 합성함수의 미분, 함수의 극대와 극소
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하십시오.

- 함수 $f(x)$ 가 임의의 세 실수 a, b, c 를 포함하는 열린구간에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = \int_a^b f(x)dx$$

- 모든 실수 x 에 대하여 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이 성립한다.
- 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f'(x), g'(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

- 미분가능한 두 함수 $y = f(u), u = g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.

[문제 2-1] 다음 정적분의 값을 구하십시오. [10점]

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|x|}{1 - \sin x} dx$$

[문제 2-2] 좌표평면 위의 곡선 $y = 4\sqrt{\left(1 + \frac{x^2}{36}\right)^3}$ 에서 점 $P(0, 109)$ 와 가장 가까운 두 점을 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 라 하자. 이때, $x = x_1$ 에서 $x = x_2$ 까지의 곡선 $y = 4\sqrt{\left(1 + \frac{x^2}{36}\right)^3}$ 의 길이를 구하십시오. (단, $x_1 < x_2$ 이다.) [15점]

3. 출제 의도

[문제 2-1] 정적분을 계산할 때 정적분의 구간을 나누어 계산을 할 수 있는지를 평가한다. 삼각함수의 성질을 이용해 식을 정리하고 부분적분을 이용해 정적분을 계산하는 과정을 이해하고 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 두 점 사이의 거리에 대한 함수를 찾고 미분을 이용해 최솟값을 찾는 과정을 이해하고 있는지를 평가한다. 정적분을 이용해 곡선의 길이를 구할 수 있는지와 이때 정적분에 대한 계산을 수행할 수 있는지도 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	[수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수 [12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다.
	[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학 II 03-03] 정적분의 뜻을 안다.
	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
문제 2-2	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	홍성복	지학사	2019	78
	수학 I	황선옥	미래엔	2020	78
	수학 II	배종숙	금성출판사	2020	88
	수학 II	류희찬	천재교과서	2020	82
	수학 II	권오남	교학사	2020	73
	수학 II	황선옥	미래엔	2019	66
	미적분	이준열	천재교육	2021	157
	미적분	홍성복	지학사	2021	155

	미적분	김원경	비상교육	2020	80
	미적분	권오남	교학사	2020	89

5. 문항 해설

[문제 2-1]

정적분을 계산할 때 주어진 함수의 부호에 따라 적분 구간을 나누어 정적분을 계산해야 하는데 이 과정을 이해하고 있는지를 평가한다. 주어진 함수를 계산하기 위해서는 삼각함수의 성질을 이용하여 부분적분을 할 수 있도록 식을 적절히 적분함수의 형태를 적절히 변형한 후 부분적분법을 적용하면 답을 구할 수 있다.

[문제 2-2]

정적분의 중요한 응용 주제인 하나인 곡선의 길이에 대한 문제이다. 주어진 점으로부터 가장 가까운 점을 구하여 적분 구간을 정해야 하는데 이 과정에서는 미분을 이용하여 함수의 극소를 찾을 수 있다. 마지막으로 적분을 계산할 때 가능하다면 적분함수를 상대적으로 쉬운 형태로 변형한 후에 적분을 수행해야 하는데 이를 이해하고 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	<p>정적분을 정리하여 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x}{1-\sin^2 x} dx$를 얻으면 +4점</p> <p>$2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x dx$로 적은 후, 부분적분을 적용하여 계산을 시도하면 +4점</p> <p>정답을 얻으면 +2점</p>	10
2-2	<p>거리의 제곱 함수를 미분한 후 인수분해하여 $f'(x) = \frac{2x}{3}(t-3)(4t^3+12t^2+36t-1)$를 얻으면 +6점</p> <p>$4t^3+12t^2+36t-1$가 주어진 조건($t \geq 1$)에서 항상 양수라는 것을 확인하면 +2점</p> <p>극소점 $x = \pm 12\sqrt{2}$를 구하면 +2점</p> <p>곡선의 길이를 구하여 정답을 얻으면 +5점</p>	15

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 ± 1 점을 부여할 수 있습니다.

7. 예시 답안 혹은 정답

[문제 2-1]

다음과 같이 정적분의 적분 구간 나눈 후, 첫 번째 적분에 대하여 $u = -x$ 로 치환하여 식을 정리한다.

$$\begin{aligned}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|x|}{1-\sin x} dx &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{-x}{1-\sin x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1-\sin x} dx \\ &= -\int_{\frac{\pi}{4}}^0 \frac{u}{1+\sin u} du + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1-\sin x} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\sin x} + \frac{x}{1-\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2x}{1-\sin^2 x} dx\end{aligned}$$

그리고 삼각함수의 관계식 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\sec x = \frac{1}{\cos x}$, $(\tan x)' = \sec^2 x$ 과 부분적분을 적용하여

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{|x|}{1-\sin x} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x dx = \frac{\pi}{2} \tan \frac{\pi}{4} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$$

를 얻는다. 마지막으로 치환적분($u = \cos x$)으로 정적분

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \frac{1}{u} du = \ln 1 - \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\ln 2}{2}$$

를 계산하여 답 $\frac{\pi}{2} - \ln 2$ 를 구한다.

[문제 2-2]

점 P와 주어진 곡선 위의 점 사이 거리의 제곱의 함수를

$$f(x) = x^2 + \left\{ 4 \left(1 + \frac{x^2}{36} \right)^{\frac{3}{2}} - 109 \right\}^2 \text{라 하자. } f(x) \text{의 미분}$$

$$f'(x) = \frac{2x}{3} \left\{ 4 \left(1 + \frac{x^2}{36} \right)^{\frac{3}{2}} - 109 \sqrt{1 + \frac{x^2}{36}} + 3 \right\}$$

를 계산한 다음, $t = \sqrt{1 + \frac{x^2}{36}}$ 로 치환하여 인수분해 하면

$$f'(x) = \frac{2x}{3} (t-3)(4t^3 + 12t^2 + 36t - 1)$$

을 얻는다. 이때, $g(t) = 4t^3 + 12t^2 + 36t - 1$ 라 하면 $g(1) = 51 > 0$ 이고 $g'(t) = 12(t+1)^2 + 24 > 0$ 이므로, $t \geq 1$ 일 때 $g(t) > 0$ 라는 것을 알 수 있다. 따라서 함수 $f(x)$ 는 $x=0$, $t=3$ (즉, $x = \pm 12\sqrt{2}$)에서 극값을 가진다. 여기서 $f(\pm 12\sqrt{2}) = (12\sqrt{2})^2 + 1 < 105^2 = f(0)$ 이므로 $x_1 = -12\sqrt{2}$, $x_2 = 12\sqrt{2}$ 임을 알 수 있다.

곡선의 길이를 구하기 위해 적분 $\int_{-12\sqrt{2}}^{12\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ 를 계산해야 하는데, 적분 함수를

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(6\sqrt{1 + \frac{x^2}{36}} \cdot \frac{x}{18}\right)^2} = 1 + \frac{x^2}{18}$$

로 정리한 후 계산하면 정답 $152\sqrt{2}$ 를 얻을 수 있다.

문항카드 15

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II (수학) / 문제 3	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 수학 II, 미적분 문제 3-2: 미적분
	핵심개념 및 용어	문제 3-1: 함수의 그래프 문제 3-2: 음함수의 미분법, 극값
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다.
- 모든 실수 x 에 대하여 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이 성립한다.
- 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- x 의 함수 y 가 음함수의 꼴 $f(x, y)=0$ 으로 주어질 때, $f(x, y)=0$ 의 양변을 x 에 대하여 미분하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.

[문제 3-1] 조건 $a \geq 0$, $0 < 2b < \left(a + \frac{3}{2}\right)^2$ 을 만족하는 실수 a, b 가 있다. 주어진 a 에 대하여 곡선 $y = \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 - (a+1)^2 x^2$ 과 원 $x^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나게 하는 b 의 값을 $f(a)$ 라 할 때, $f(a)$ 의 최댓값을 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위를 움직이는 점 $A(\cos t, \sin t)$ 와 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $B(x, y)$ 가 거리 1을 유지하며 연속적으로 움직인다. $t=0$ 일 때, 점 $B(x, y)$ 는 제1사분면의 한 점에서 출발한다. $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\frac{dx}{dt}$ 의 값을 구하시오. 또한, 점 $B(x, y)$ 의 x 좌표의 최댓값을 구하시오. (단, $0 \leq t \leq \pi$ 이다.) [15점]

3. 출제 의도

[문제 3-1] 곡선의 그래프를 이해하여 함수를 구한다. 미분을 이용하여 구한 함수의 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2] 음함수 미분법을 이용하여 주어진 미분값을 구한다. 극댓값의 성질을 이용하여 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2020-236호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	<p>[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.</p> <p>[미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</p>
문제 3-2	<p>[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다.</p> <p>[미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	배종숙	금성출판사	2020	83
	수학 II	류희찬	천재교과서	2020	78
	수학 II	황선옥	미래엔	2020	82
	미적분	홍성복	지학사	2019	114
	미적분	이준열	천재교육	2021	112
	미적분	권오남	교학사	2020	95
	미적분	황선옥	미래엔	2020	94
	미적분	김원경	비상교육	2020	99

5. 문항 해설

[문제 3-1]

곡선의 그래프를 이해하여 서로 다른 두 점에서 만나는 조건으로 함수를 구한다. 미분을 이용하여 구한 함수의 극댓값을 구하여 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2] 음함수 미분법을 이용하여 주어진 미분값을 구한다. 극댓값의 성질을 이용하고 양 끝점에서의 값과 비교하여 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	$(a+1)^2y^2 - (2b(a+1)^2 + 1)y + \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 = 0$ 을 구하면 +3점 $b = f(a) = \frac{2a^2 + 5a + 2}{2a^2 + 4a + 2}$ 를 구하면 +4점 미분을 하여 최댓값 $f(1) = \frac{9}{8}$ 를 구하면 +3점	10
3-2	음함수 미분을 통하여 $\frac{dx}{dt} = -1$ 구하면 +5점 $\sqrt{x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 를 유도하면 +3점 $2\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 2 = 0$ 을 얻어 $\cos \alpha = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ 를 얻으면 +4점 $x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ 을 얻고 양 끝점에서의 값과 비교하여 최댓값임을 보이면 +3점	15

7. 예시 답안 혹은 정답

[문제 3-1]

$(a+1)^2x^2 = \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 - y$ 를 $x^2 + (y-b)^2 = b^2$ 에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$(a+1)^2y^2 - (2b(a+1)^2 + 1)y + \left(a + \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

이차함수와 원이 두 점에서 만나려면 y 가 중근이어야 하고 판별식을 쓰면 다음을 얻는다.

$$(2b(a+1)^2 + 1)^2 = 4(a+1)^2 \left(a + \frac{3}{2}\right)^2$$

정리하면 $2b(a+1)^2 + 1 = 2(a+1)\left(a + \frac{3}{2}\right)$ 이고 $b = f(a) = \frac{2a^2 + 5a + 2}{2a^2 + 4a + 2}$ 이다. $a \geq 0$ 이고 $f'(a) = \frac{1-a}{2(a+1)^3}$ 이므로 $a = 1$ 에서 최댓값 $f(1) = \frac{9}{8}$ 를 갖는다.

[문제 3-2]

문제의 조건에서 다음을 얻을 수 있다.

$$(x - \cos t)^2 + (\sqrt{x} - \sin t)^2 = 1 \quad (*)$$

음함수 미분하여 다음을 얻는다.

$$(x - \cos t)(x' + \sin t) + (\sqrt{x} - \sin t)\left(\frac{x'}{2\sqrt{x}} - \cos t\right) = 0$$

1) $t = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 대응하는 점은 $B(1, 1)$ 이다. $t = \frac{\pi}{2}$, $x = 1$ 대입하면 $\frac{dx}{dt} = -1$ 이다.

2) x 가 $t = \alpha$ 에서 최댓값을 가질 때 $x'(\alpha) = 0$ 임을 고려하면, $\sqrt{x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 이다. 식 (*)

을 정리하면 $x^2 - 2x \cos t + x - 2\sqrt{x} \sin t = 0$ 이다. $\sqrt{x} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 를 대입하면

$$\cos \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2\sin^4 \alpha$$

이 된다. $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$ 을 이용하여 정리하면 $2\cos^2 \alpha + \cos \alpha - 2 = 0$ 이 되고

$\cos \alpha = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ 이다. x 값을 구하면 $x = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{9 - \sqrt{17}}{\sqrt{17} - 1} = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ 이다.

구간 $0 \leq t \leq \pi$ 의 양 끝점에서 함수 값을 확인하자. $t = 0$ 일 때, 대응하는 B 는 $(1, 1)$

이고, $t = \pi$ 일 때, 대응하는 B 는 $(0, 0)$ 이다. $1 < \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ 이므로 최댓값은

$x = \frac{\sqrt{17} - 1}{2}$ 이다.

문항카드 16

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II (생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 [4-1]: 통합과학, 생명과학 II 문제 [4-2]: 생명과학 I
	핵심개념 및 용어	문제 [4-1]: 효소의 특성, 효소의 작용 문제 [4-2]: 자극과 반응
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 세포에서는 화학 반응이 끊임없이 일어나며, 각 반응은 특정한 효소에 의해 촉진된다. 화학 반응이 일어나기 위해서는 최소한의 에너지가 필요한데, 이를 활성화 에너지라고 한다. 세포에는 활성화 에너지를 낮추어 주는 생체 촉매인 효소가 있어 화학 반응이 잘 일어날 수 있다. 효소와 결합하는 반응물을 기질이라고 하며, 효소는 기질과 결합하여 효소-기질 복합체를 형성한다. 이때 효소는 기질과 공유 결합을 형성하거나 작용기를 이동하는 등 다양한 상호 작용으로 활성화 에너지를 낮춘다. 그 결과 기질에 변화가 일어나 생성물이 만들어지고 효소와 생성물은 분리된다. 효소가 조절하는 화학 반응은 온도와 pH에 따라 반응 속도가 달라진다. 이는 효소의 주성분인 단백질이 온도와 pH에 따라 입체구조가 변해 효소의 활성이 변하기 때문이다. 효소의 반응이 잘 일어나 반응 속도가 최대일 때의 온도와 pH를 각각 최적 온도와 최적 pH라고 한다. 효소의 최적 온도와 최적 pH는 효소의 종류에 따라 다르다.

(나) 효소의 반응 속도는 기질의 농도에 비례하여 증가한다. 그러나 기질의 농도가 어느 정도 이상이 되면 효소가 모두 기질과 결합하기 때문에 더 이상 반응 속도가 증가하지 않고 일정해진다. 이때 반응물에 효소를 더 첨가하면 반응 속도가 증가한다. 또 어떤 물질은 효소와 결합하여 효소-기질 복합체 형성을 방해함으로써 효소의 작용을 억제하는데, 이와 같은 물질을 저해제라고 한다. 경쟁적 저해제는 입체 구조가 기질과 유사하여 효소의 활성 부위에 기질과 경쟁적으로 결합함으로써 효소의 작용을 저해한다. 비경쟁적 저해제는 활성 부위가 아닌 효소의 다른 부위에 결합하여 활성 부위의 구조를 변형함으로써 기질이 결합하지 못하게 한다.

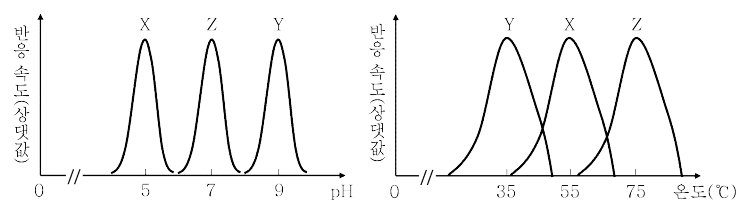
(다) 음식을 먹으면 소장에서 포도당이 흡수되어 혈당량이 높아진다. 혈당량이 정상 수준보다 높아지면 이자의 β 세포에서 인슐린의 분비가 촉진된다. 인슐린은 간에서 포도당을 글리코젠으로 합성하는 과정을 촉진하고, 체세포의 포도당 흡수를 촉진하여 혈당량을 낮춘다. 만일 이자에서 인슐린이 적정 수준으로 생산되지 못하거나, 간이나 체세포가 인슐린에 반응하지 못하면 혈당량이 정상 수준보다 높게 유지된다. 한편, 식사 후 오랜 시간이 지나 혈당량이 정상 수준보다 낮아지면 이자의 α 세포에서 글루카곤의 분비가 촉진되며, 간뇌의 시상 하부도 교감 신경을 자극하여 부신 속질에서 에피네프린의 분비를 늘린다. 글루카곤과 에피네프린은 간에 저장되어 있는 글리코젠을 포도당으로 분해하는 과정을 촉진하고, 분해된 포도당을 혈액으로 방출하여 혈당량을 높인다.

(라) 교감 신경과 부교감 신경은 대부분 내장 기관에 같이 분포하면서 서로 반대 효과를 나타내는 길항 작용을 한다. 일반적으로 교감 신경은 위기 상황에 처했을 때 몸 상태를 위기 상황에 대처할 수 있도록 긴장 상태로 만들어 주고, 부교감 신경은 이를 원래 상태로 되돌리는 작용을 한다. 교감 신경이 활성화되면 부신 속질에서 에피네프린이 분비되는데, 에피네프린은 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하는 과정을 촉진하고, 분해된 포도당을 혈액으로 방출하여 혈당량을 높인다. 또한 교감 신경의 활성화에 의해 동공이 커지고, 심장 박동이 촉진되며, 호흡이 빨라진다. 반대로 부교감 신경은 긴장 상태에 있던 몸을 평소 상태로 회복시켜 준다. 간뇌의 시상 하부는 체내 상태의 변화가 감지되면 자율 신경을 통해 내장 기관의 기능과 호르몬 분비를 조절하여 체내 상태를 일정하게 유지한다.

[문제 4-1] DNA 중합 효소의 반응 속도와 특징을 알아보기 위해 다음과 같은 실험을 하고 그 결과를 나타내었다.

[실험]

I. pH와 온도에 따른 DNA 중합 효소 X, Y, Z에 의한 반응 속도를 <그림 1>에 나타내었다.



<그림 1> 효소의 최적 pH와 최적 온도

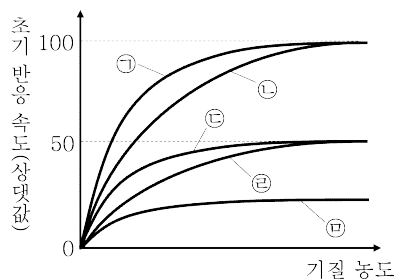
II. 9개의 시험관(A~I)에 DNA 복제에 필요한 시료가 포함된 반응 용액과 pH를 조절할 수 있는 용액을 넣은 후, 여러 온도에서 일정 시간 동안 반응시켰다. 각 반응 조건에 따른 복제된 DNA 양을 아래 <표 1>에 정리하였다.

III. DNA 중합 효소 X의 반응에서 기질 농도에 따른 초기 반응 속도를 측정하여 <그림 2>에 나타내었다. ㉠~㉥은 효소의 농도가 1C이고 저해제가 없을 때, 효소의 농도가 2C이고 저해제가 없을 때, 효소의 농도가 1C이고 저해제 K만 있을 때, 효소의 농도가 2C이고 저해제 Q만 있을 때, 효소의 농도가 1C이고 저해제 Q만 있을 때의 결과를 순서 없이 나타낸 것이다.

[실험 결과]

<표 1> 효소 반응 조건과 복제된 DNA 양(상댓값)

시험관		A	B	C	D	E	F	G	H	I
반응 온도(℃)		45			37			65		
pH 조절 용액		묾은 염기성 용액	묾은 산성 용액	중성 용액	묾은 염기성 용액	묾은 산성 용액	중성 용액	묾은 염기성 용액	묾은 산성 용액	중성 용액
복제된 DNA 양	㉠	12	1	1	25	1	1	1	1	1
	㉡	1	12	1	1	3	1	1	9	1
	㉢	1	1	1	1	1	1	1	1	9



<그림 2> 효소 X의 초기 반응 속도

<표 2> 효소 반응 조건과 결과

반응 조건	반응 결과
효소 농도 1C	?
효소 농도 2C	?
효소 농도 1C, 저해제 K	?
효소 농도 2C, 저해제 Q	?
효소 농도 1C, 저해제 Q	?

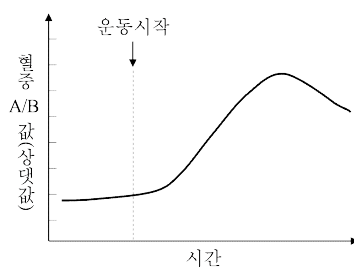
제시문 (가)를 바탕으로 <그림 1>을 종합적으로 해석하여 <표 1>의 ㉠, ㉡, ㉢이 각각 어떤 DNA 중합 효소인지 논리적으로 제시하시오. 또한, 제시문 (나)를 바탕으로 <그림 2>를 해석하여 <표 2>에 들어갈 반응 결과를 ㉠~㉥에서 골라 제시하고, DNA 중합 효소 X에 대한 저해제 K와 Q의 작용을 논리적으로 설명하시오. (단, 제시된 조건 이외의 다른 조건은 동일하다.) [15점]

[문제 4-2] 다음은 육상 선수 Q의 호르몬 검사 과정을 나타낸 것이다.

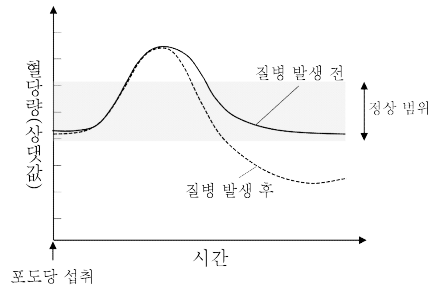
[검사 과정]

- I. 선수 Q가 긴장한 경우와 안정된 경우의 건강 상태를 정리하여 <표>에 나타내었다.
- II. 운동을 시작하기 전과 후에 선수 Q의 혈액을 시간별로 채취하여 이차에서 분비되는 호르몬 A와 B의 수치를 각각 측정하고 $\frac{\text{혈중 A의 농도}}{\text{혈중 B의 농도}}$ 값(A/B)을 <그림 1>에 나타내었다.
- III. 얼마 후, 선수 Q의 이차에 질병이 발생하였다.
- IV. 포도당 섭취 후, 선수 Q의 혈당량 변화를 측정하였고 질병 발생 전과 비교하여 <그림 2>에 나타내었다.

[검사 결과]



<그림 1>



<그림 2>

<표> 선수 Q의 건강 상태

평균 분당 심박수(회)		평균 수축기 혈압(mmHg)		평균 공복 혈당(mg/L)	
긴장 상태	안정 상태	긴장 상태	안정 상태	긴장 상태	안정 상태
58	49	118	110	101	81

제시문 (다)에 근거하여 <그림 1>의 호르몬 A와 B가 무엇인지 각각 제시하고, 선수 Q가 운동을 시작함에 따라 간에서 글리코젠 합성과 분해가 어떻게 일어나고 있는지 추론하시오. 또한 <그림 2>를 해석하여 질병 발생 전과 후에 선수 Q의 혈당 조절이 어떻게 달라졌는지 설명하시오. 주어진 <표>에서 선수 Q의 공복 혈당이 상황에 따라 변하는 이유를 제시문 (라)에 근거하여 논리적으로 추론하시오. (단, 질병 발생 전 선수 Q의 호르몬 분비는 정상이며, 질병에 의해 이자의 α 세포는 영향받지 않는다.) [15점]

3. 출제 의도

[생명과학 문제 4-1]

세포에서는 화학 반응이 끊임없이 일어나며, 각 반응은 특정한 효소에 의해 촉진된다. 화학 반응이 일어나기 위해 필요한 최소한의 에너지를 활성화 에너지라 하며, 화학 반응에서 활성화 에너지를 변화 시켜 반응 속도에 영향을 주는 물질을 촉매라고 한다. 세포에서는 이러한 활성화 에너지를 낮추어 주는 생체 촉매인 효소가 있어 화학 반응이 잘 일어날 수 있다. 효소의 주성분은 단백질이므로, 효소의 활성화는 단백질의 입체 구조에 영향을 끼치는 온도, pH 등과 같은 영향을 받는다. [문제 4-1]에서는 이러한 효소와 특정한 기질과의 반응 과정과 반응 속도에 대한 이해를 하고 있는지 확인하고자 하였다. <그림 1>에 나타난 DNA 중합 효소의 최적 pH와 최적 온도를 분석하고 이를 통해 <표 1>의 반응 조건에 적용하여 각각의 반응 조건에서 효소의 반응 최적 조건을 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한, 효소의 활성화는 효소와 결합하여 효소·기질 복합체의 형성을 방해하는 물질인 저해제에 의해 영향을 받는다. <그림 2>를 해석하고 DNA 중합 효소 X에 대한 반응 조건을 분석하여 효소의 농도와 기질의 농도에 따른 초기 반응 속도가 변하며, DNA 중합 효소 X에 대해 저해제 Q는 기질과 경쟁적으로 결합하여 효소의 작용을 저해한 경쟁적 저해제로 작용하였고, 저해제 K는 효소 X의 활성화 부위가 아닌 다른 부위에 결합하는 비경쟁적 저해제로 작용하였음을 이해하였는지 평가하고자 하였다. 이를 통해 주어진 실험 결과 상황 속에서 논리적으로 추론하고, 결과를 도출해 나가는 문제 해결 과정 능력을 확인하고자 하였다.

[생명과학 문제 4-2]

사람의 생명 활동이 원활하게 일어나기 위해서는 체내 상태가 일정하게 유지되어야 하며, 외부 환경과 관계없이 체내 상태를 일정하게 유지하는 것을 항상성이라고 한다. 사람은 항상성을 유지하기 위해 내분비계와 신경계가 서로 조절하고 적절하게 반응하는데, 본 문항에서는 정상 수준의 혈당량을 유지하기 위해 내분비계와 신경계의 상호작용을 잘 이해하고 있는지를 묻고자 하였다. 혈당량이 증가하면 낮추기 위해 이자에서 인슐린이 분비되며, 혈당량이 정상 범위보다 낮아지면 글루카곤을 통해 혈당량을 높인다. 한편 긴장하거나 위험한 상황에서는 교감신경을 활성화하여 에피네프린을 분비하고 혈당량을 높여 긴장 상황이나 위험한 상황에 잘 대처할 수 있도록 돕는다. 혈당을 정상 범위로 유지하기 위해 이자의 호르몬뿐만 아니라 자율신경을 통한 조절이 이루어져 내분비계와 신경계가 함께 작용한다. 본 문항에서는 주어진 그림과 표의 결과를 적절하게 해석하여 혈당 조절이 어떻게 이루어지고 있는지 통합적으로 추론할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’을 바탕으로 작성

영역별 내용	
제시문	<p>(가) 통합과학 (5) 생명 시스템 [10통과05-02] 생명 시스템 유지에 필요한 화학 반응에서 생체 촉매의 역할을 이해하고, 일상생활에서 생체 촉매를 이용하는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.</p> <p>생명과학 II (2) 세포의 특성 [12생과 II 02-06] 효소의 작용을 활성화 에너지와 기질의 특이성을 중심으로 이해하고, 온도와 pH가 효소 작용에 영향을 미칠 수 있음을 실험을 통해 설명할 수 있다.</p>
	<p>(나) 생명과학 II (2) 세포의 특성 [12생과 II 02-06] 효소의 작용을 활성화 에너지와 기질의 특이성을 중심으로 이해하고, 온도와 pH가 효소 작용에 영향을 미칠 수 있음을 실험을 통해 설명할 수 있다.</p>
	<p>(다) 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다.</p>
	<p>(라) 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-03] 중추 신경계와 말초 신경계의 구조와 기능을 이해하고, 신경계와 관련된 질환을 조사하여 토의할 수 있다.</p>
하위문항	<p>문제 4-1 통합과학 (5) 생명 시스템 [10통과05-02] 생명 시스템 유지에 필요한 화학 반응에서 생체 촉매의 역할을 이해하고, 일상생활에서 생체 촉매를 이용하는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.</p> <p>생명과학 II (2) 세포의 특성 [12생과 II 02-06] 효소의 작용을 활성화 에너지와 기질의 특이성을 중심으로 이해하고, 온도와 pH가 효소 작용에 영향을 미칠 수 있음을 실험을 통해 설명할 수 있다.</p>
	<p>문제 4-2 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	통합과학	심규철 외	비상	2018	148-153
	통합과학	송진웅 외	동아출판	2018	144-148
	생명과학 I	이용철 외	와이비엠	2020	83-85, 92-96
	생명과학 I	전상학 외	지학사	2019	74-75, 84-87
	생명과학 I	심재호 외	금성출판사	2019	90-91, 101-105
	생명과학 I	이준규 외	천재교육	2019	72-73, 87-90
	생명과학 I	오현선 외	미래엔	2020	90-92, 96-99
	생명과학 I	심규철 외	비상	2021	76-77, 85-90
	생명과학 I	권혁빈 외	교학사	2020	80-81, 86-93
	생명과학 II	권혁빈 외	교학사	2018	52-57
	생명과학 II	오현선 외	미래엔	2018	58-65
	생명과학 II	이준규 외	천재교육	2018	54-59
	생명과학 II	심규철 외	비상	2018	56-62
	생명과학 II	전상학 외	지학사	2018	53-59

5. 문항 해설

[생명과학 문제 4-1]

효소가 조절하는 화학 반응은 온도와 pH에 따라 반응 속도가 달라진다. 이는 효소의 주성분인 단백질이 온도와 pH에 따라 입체 구조가 변해 효소의 활성이 변하기 때문이다. 효소의 반응이 잘 일어나 반응 속도가 최대일 때의 최적 온도와 최적 pH는 효소의 종류에 따라 다르다. <그림 1>에 나타난 DNA 중합 효소의 최적 pH와 최적 온도를 분석하면, DNA 중합 효소 X는 pH 5와 55도에서, DNA 중합 효소 Y는 pH 9와 35도에서, 그리고 DNA 중합 효소 Z는 pH 7과 75도에서 최대의 반응 속도를 나타낸다. 이를 <표 1>의 반응 조건에 적용하여 효소의 종류를 예측할 수 있다. 효소의 반응 속도는 기질의 농도가 어느 정도 이상이 되면 효소가 모두 기질과 결합하기 때문에 더 이상 반응 속도가 증가하지 않고 일정해진다. 이때 반응물에 효소를 더 첨가하면 반응 속도가 증가한다. 또한 효소와 결합하여 효소·기질 복합체 형성을 방해함으로써 효소의 작용을 억제하는 저해제의 특징을 분석하면, 저해제 Q는 DNA 중합 효소 X에 대해 기질과 경쟁적으로 결합하여 효소의 작용을 저해한 경쟁적 저해제로 작용하였다. 또한, 저해제 K는 DNA 중합 효소 X에 대해 활성 부위가 아닌 효소의 다른 부위

에 결합하는 비경쟁적 저해제로 작용하였다.

[생명과학 문제 4-2]

혈당의 조절에는 이자의 호르몬을 통한 내분비계와 자율신경을 통한 신경계가 함께 관여한다. <그림 1>에서 선수 Q가 운동을 시작하면 이자 호르몬 A/B의 값이 증가한다. 제시문 (다)를 바탕으로 운동을 통해 혈중 포도당이 감소하면 이자에서 글루카곤을 분비하여 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈당량을 높이고 인슐린의 분비가 감소하는 것을 알 수 있다. 따라서 A는 글루카곤, B는 인슐린임을 추론할 수 있다. <그림 2>에서는 질병에 걸린 선수 Q에서 포도당 섭취 후 혈당량이 정상보다 낮은 것을 알 수 있다. 포도당 섭취로 혈당이 높아지면 인슐린 분비가 증가하여 혈당을 낮춘다. 그러나 질병에 걸린 선수 Q는 인슐린 분비가 과도하게 증가하여 혈당이 정상 수준보다 낮아졌거나 혈당이 낮아지면 분비되어 혈당을 높이는 글루카곤의 분비가 잘 되지 않고 있음을 추론할 수 있다. 그러나 이 경우 문제의 조건에서 질병에 의해 이자의 α 세포는 영향을 받지 않는다고 하였으므로 글루카곤은 이상이 없다. 따라서 질병이 발생한 선수 Q는 이자의 β 세포에서 인슐린의 과다 분비가 일어나고 있음을 추론할 수 있다. 또한 주어진 표에서 선수 Q가 긴장한 경우 심박수와 혈압, 혈당이 모두 안정 상태보다 높아진 것을 알 수 있다. 제시문 (라)에 근거하면 긴장한 경우 교감신경의 활성화가 일어나고, 호흡수, 심박수, 동공 확대 등을 유도하고 에피네프린 분비를 유도하여 혈당을 높인다. 따라서 긴장한 상태와 안정된 상태에서 혈당이 달라지는 것은 교감신경 활성화에 의한 것임을 예측할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	DNA 중합 효소의 최적 pH와 최적 온도를 분석하여 ①은 Y, ②는 X, ③은 Z임을 논리적으로 제시하면,	3점
	DNA 중합 효소 X에 대한 반응 조건을 분석하여 반응 조건별 ㉠~㉣을 논리적으로 제시하면,	6점
	DNA 중합 효소 X에 대해 저해제 Q는 경쟁적 저해제, 저해제 K는 비경쟁적 저해제로 작용함을 논리적으로 제시하면,	6점
문제 4-2	운동에 의해 혈당이 낮아져 분비된 글루카곤의 분비가 글리코젠 분해를 촉진함을 설명하면	3점
	호르몬 A가 글루카곤, B가 인슐린임을 제시하면 (각 2점)	4점
	질병 발생 후 인슐린의 분비가 과도하여 정상 범위보다 혈당량이 감소하였음을 설명하면	4점
	<표>의 결과에서 교감 신경의 흥분에 의한 에피네프린 증가로 혈당 증가를 설명하면	4점

7. 예시 답안 혹은 정답

[생명과학 문제 4-1]

- <그림 1>에 나타난 DNA 중합 효소의 최적 pH와 최적 온도를 분석하면, DNA 중합 효소 X는 pH 5와 55도에서, DNA 중합 효소 Y는 pH 9와 35도에서, 그리고 DNA 중합 효소 Z는 pH 7과 75도에서 최대의 반응 속도를 나타낸다. 이를 <표 1>의 반응 조건에 적용하면, ①은 Y, ②는 X, ③은 Z이다.
- <그림 2>를 해석하여 DNA 중합 효소 X에 대한 반응 조건을 분석하면, 효소 농도 1C는 ㉠이고, 효소 농도가 1C의 두 배인 2C는 ㉡이고, 효소 농도 1C + 저해제 K는 ㉢이고, 효소 농도 2C + 저해제 Q는 ㉣이고, 효소 농도 1C + 저해제 Q는 ㉤이다.
- 저해제 Q는 DNA 중합 효소 X에 대해 기질과 경쟁적으로 결합하여 효소의 작용을 저해한 경쟁적 저해제로 작용하였다. 또한, 저해제 K는 DNA 중합 효소 X에 대해 활성 부위가 아닌 효소의 다른 부위에 결합하는 비경쟁적 저해제로 작용하였다.

[생명과학 문제 4-2]

- <그림 1>의 결과에서 운동 전에 비해 운동 후에 혈중 A/B 비율이 크게 증가하는 것을 알 수 있다. 운동을 하면 혈중 포도당 농도가 낮아지며, 이 경우 이자에서 글루카곤의 분비가 증가하고 분비된 글루카곤은 간에 저장된 글리코젠을 분해하여 혈중 포도당 농도를 높인다. A는 글루카곤, B는 인슐린이다.
- <그림 2>의 결과에서 질병 발생 전의 경우 포도당 섭취에 의해 혈당량이 증가하지만 이자의 β 세포에서 분비되는 인슐린에 의해 일정 시간 지난 후 혈당량이 다시 정상 범위로 낮아지는 것을 알 수 있다. 질병 발생 후의 경우에도, 포도당 섭취에 의해 증가한 혈당량이 인슐린 분비에 의해 감소되기 시작하지만 정상 범위보다 낮아지고 있다. 이는 이자의 β 세포에서 분비되는 인슐린의 양이 과도하여 혈당량이 낮아지거나, 혈당량이 낮아졌을 때 α 세포에서 분비되어 혈당량을 높이는 글루카곤이 잘 분비되지 않기 때문이다. 주어진 조건에서 질병에 의해 이자의 α 세포는 영향받지 않는다고 하였으므로 선수 Q는 질병에 의해 β 세포의 인슐린 분비가 과도하여 저혈당이 유도되었다고 추론할 수 있다.
- <표>에서 긴장 상태인 선수 Q의 평균 심박수는 안정 상태보다 빠르고, 평균 혈압도 안정 상태이다. 따라서 선수 Q가 긴장 상태에서 교감 신경이 활성화되었다고 유추할 수 있다. 제시문 (라)에서 교감 신경 활성화가 에피네프린 분비를 유도하고, 에피네프린은 간에서 글리코젠 분해를 촉진하여 혈중 포도당 농도를 높인다고 하였으므로, 긴장 상태의 선수 Q는 교감 신경의 활성화로 인해 공복 혈당 농도가 높아진 것으로 추론해 볼 수 있다.

문항카드 17

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II (물리학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 [4-1]: 물리학 I, 물리학 II 문제 [4-2]: 물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	문제 [4-1]: 역학적 에너지 보존, 뉴턴 운동 법칙, 포물선 운동 문제 [4-2]: 역학적 에너지 보존, 뉴턴 운동 법칙, 포물선 운동
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 등가속도 직선 운동을 하는 물체의 가속도는 시간에 따라 변하지 않으므로 가속도를 시간에 따라 나타낸 그래프는 시간축에 나란한 직선이 된다. 또, 속도는 시간에 비례하여 일정하게 증가하므로 속도를 시간에 따라 나타낸 그래프는 기울기가 일정한 직선이 된다. 물체의 처음 속도가 v_0 이고 가속도가 a 로 일정하면 시간 t 일 때 속도 v 와 위치 s 는 다음과 같다.

$$v = v_0 + at$$

$$s = \frac{v_0 + v}{2}t = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

(나) 물체에 힘이 작용하면 물체의 모양이나 운동 상태가 변한다. 물체에는 하나의 힘이 작용할 때도 있지만 둘 이상의 힘이 작용할 때가 많다. 한 물체에 작용하는 모든 힘의 합력을 알짜힘이라고 한다. 한 물체에 여러 힘이 작용할 때는 힘을 합성하여 알짜힘을 구한다.

(다) 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합을 역학적 에너지라고 한다. 물체에 중력만 작용하거나 다른 힘이 작용하더라도 일을 하지 못하는 특별한 경우 처음 운동 에너지와 처음 퍼텐셜 에너지의 합은 나중 운동 에너지와 나중 퍼텐셜 에너지의 합과 같다. 따라서 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\text{처음 역학적 에너지} = \text{나중 역학적 에너지} = \text{일정}$$

이와 같이 처음의 역학적 에너지와 나중의 역학적 에너지가 같은 것을 역학적 에너지 보존 법칙이라고 한다. 즉, 역학적 에너지는 항상 일정하게 유지된다.

(라) 수평면에 대해 θ 의 각도로 v_0 의 속력으로 던져진 물체가 있을 때, 공기 저항을 무시하면 운동하는 동안 물체에 작용하는 힘은 중력뿐이다. 수평 방향(x 축 방향)으로는 작용하는 힘이 없기 때문에 등속도 운동을 하고, 연직 방향(y 축 방향)으로는 중력 가속도 g 로 등가속도 운동을 한다. 따라서 시간 t 일 때 속도 v 의 성분 v_x , v_y 는 다음과 같다.

$$v_x = v_0 \cos \theta$$

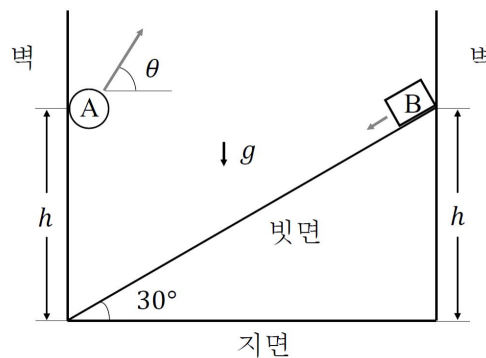
$$v_y = v_0 \sin \theta - gt$$

수평 방향과 연직 방향으로 이동한 경로는 각각 등속도 운동과 등가속도 운동의 식으로 계산할 수 있다.

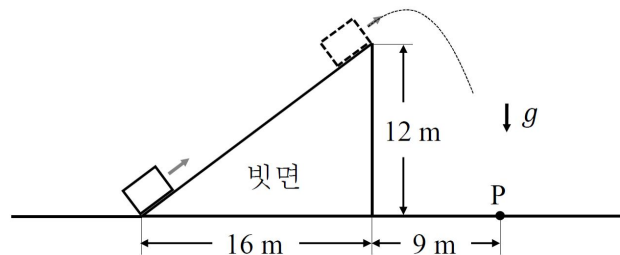
$$x = v_0 \cos \theta \cdot t$$

$$y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$$

[문제 4-1] 그림과 같이 지면에 수직인 두 벽 사이에 경사각이 30° 이고 높이가 h 인 마찰이 없는 빗면이 놓여 있다. 높이가 h 인 벽의 한 점에서 반대편 벽을 향해 각도 θ 로 물체 A를 던졌고, 이와 동시에 빗면 꼭대기에 정지해 있던 물체 B가 빗면을 따라 내려오기 시작했다. 그 후, A는 빗면의 꼭대기에 도착했고, 이와 동시에 B는 빗면의 끝까지 내려와 반대편 벽에 도착했다. A와 B의 질량은 m 으로 동일하다. A가 올라간 최고점의 지면으로부터 높이와 $\tan \theta$ 를 제시문 (가) - (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, g 는 중력가속도이고, A와 B는 한 평면에서 운동하고, 물체의 크기와 공기 저항은 무시하며, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.) [15점]



[문제 4-2] 그림은 질량이 1kg 인 물체가 마찰이 없는 빗면을 따라 올라가다가 빗면을 벗어나 지면에 도달하는 운동을 나타낸다. 빗면이 시작하는 지점에서 물체는 초기 속력 v_0 으로 출발해 빗면을 따라 직선 운동을 하면서 속도가 감소하였고, 빗면의 꼭대기에서 날아가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 출발점으로부터 수평으로 25m 떨어진 점 P에 낙하하였다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 물체의 초기 속력 v_0 과 물체가 출발한 후 P에 도달하기까지 소요된 시간[초]을 논리적으로 구하시오. (단, 중력 가속도 g 는 10m/s^2 이고, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.) [15점]



3. 출제 의도

역학은 고등학교 물리학 I 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리학 II 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 뉴턴 운동 법칙과 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 속도의 변화를 정량적으로 예측하고, 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다. [문제 4-1]은 위로 던져진 물체의 운동과 빗면을 따라 내려가는 물체의 운동을 분석하기 위해 뉴턴 운동 법칙과 역학적 에너지 보존 법칙을 적용하는 문제로 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다. [문제 4-2]는 물체가 빗면을 따라 등가속도 직선 운동을 하다가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 특정한 지점에 도달하는 상황을 분석하여 운동에 걸리는 시간과 초기 속력을 구하는 문제로 물리학 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’을 바탕으로 작성

영역별 내용	
제시문	<p>(가) 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.</p>
	<p>(나) 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.</p>
	<p>(다) 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.</p>
	<p>(라) 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 위치와 속력을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.</p>
하위문항	<p>문제 4-1 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다. [12물리 II 01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 위치와 속력을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리 II 01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.</p>
	<p>문제 4-2 물리학 I (1) 역학과 에너지</p>

	[12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
	[12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	물리학 II
	(1) 역학적 상호 작용
	[12물리 II 01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	[12물리 II 01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 위치와 속력을 정량적으로 예측할 수 있다.
	[12물리 II 01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	김성진 외	미래엔	2018	25
	물리학 I	김영민 외	교학사	2018	65
	물리학 II	강남화 외	천재교육	2018	11, 31

5. 문항 해설

[문제 4-1]

물체의 운동과 역학적 에너지 보존 법칙을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 위로 던져진 물체의 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지는 각각 시간에 따라 변하지만 그 합은 보존된다. 이러한 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 위로 던져진 물체의 최고점의 높이에 대한 관계식을 얻을 수 있다. 빗면을 따라 내려가는 물체의 운동은 등가속도 직선 운동을 하므로 뉴턴의 운동 법칙을 이용하여 정량적으로 예측할 수 있다. 두 물체가 각각의 벽에 동시에 도착하므로 운동에 걸리는 시간은 동일하며 이 조건과 물체의 최고점의 높이에 대한 관계식을 이용하여 위로 던져진 물체의 던져진 각도의 $\tan \theta$ 와 최고점의 높이를 정량적으로 예측할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙, 역학적 에너지 보존 법칙을 이해하고 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

문제 4-2는 물체가 빗면을 따라 등가속도 직선 운동을 하다가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 특정한 지점에 도달하는 상황을 분석하여 운동에 걸리는 시간과 초기 속력을 구하는 문제이다. 빗면을 따라 등가속도 직선 운동을 하는 물체의 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지는 각각 변하지만 그 합인 역학적 에너지는 역학적 에너지 보존 법칙에

의하여 보존된다. 이러한 역학적 에너지 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 빗면을 벗어난 물체의 운동은 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동이 되고 포물선 운동을 분석하여 운동에 소요되는 시간을 구할 수 있다. 물체의 초기 속력을 구하기 위해서는 빗면을 벗어나기 전과 후 각각 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 운동에 관한 식을 구하고 분석하여 물체의 초기 속력을 정량적으로 예측할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙과 역학적 에너지 보존 법칙은 물리학 I 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이고 던져진 공의 포물선 운동은 물리학 II 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이다. 물리학 교과과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	<p>A의 수평 방향의 초기 속도를 바르게 표현하면 +3점 A의 연직 방향의 초기 속도를 바르게 표현하면 +3점 $\tan\theta$의 값을 바르게 구하면 +3점 최고점의 지면으로부터 높이를 바르게 구하면 +6점 (A가 올라간 높이 h만 바르게 구하면 +3점의 부분 점수를 부여하고, 출발점의 높이 h와 A가 올라간 높이의 합으로 표현하고 높이를 구하지 못하면 +1점의 부분 점수를 부여함.) ※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음. ※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).</p>	15
문제 4-2	<p>빗면의 꼭대기에서 속도의 방향을 바르게 구하면 +3점 빗면의 꼭대기에서 속력을 바르게 구하면 +3점 v_0을 바르게 구하면 +3점 물체가 출발한 후 P에 도달하기까지 소요된 시간을 바르게 구하면 +6점 (빗면 구간과 포물선 구간 중 한 구간에 걸리는 시간만 바르게 구하면 +3점의 부분 점수를 부여함.) ※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음. ※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).</p>	15

7. 예시 답안

[문제 4-1]

- ▶ B는 가속도가 $\frac{1}{2}g$ 인 등가속도 직선 운동을 한다. 빗면을 따라 벽에 도달하는데 걸리는 시간은 등가속도 직선 운동의 식에서 $\Delta t = \sqrt{2 \frac{h}{\sin 30^\circ} / \frac{1}{2}g} = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$ 이다.
- ▶ 이 시간 동안 A는 수평 방향으로 등속도 직선 운동을 한다. 따라서 A의 수평 방향의 초기 속도는 $v_x = \frac{h \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} / 2\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{\sqrt{6gh}}{4}$ 이다.
- ▶ 이 시간의 동안 A는 연직 방향으로 최고점에 이른 후 출발점과 같은 높이로 돌아온다. A가 최고점에 도달하여 연직 방향의 속도가 0이 될 때까지 걸리는 시간은 $\frac{1}{2}\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 이고 A의 연직 방향의 초기 속도는 $v_y = g \frac{1}{2}\Delta t = \sqrt{2gh}$ 이다.
- ▶ 따라서 $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ 을 얻는다.
- ▶ 최고점의 높이는 $H = h + \frac{v_y^2}{2g} = h + \frac{1}{2}g\left(\frac{1}{2}\Delta t\right)^2 = h + \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}\right)^2 = 2h$ 이다.

[문제 4-2]

- ▶ 빗면의 꼭대기에서 물체의 속력을 v_1 이라 하면 벽을 향하는 수평 방향의 속도 v_{1x} 와 연직 방향의 속도 v_{1y} 는 $v_{1x} = \frac{4}{5}v_1$ 와 $v_{1y} = \frac{3}{5}v_1$ 이고 물체가 빗면의 꼭대기에서 P에 도달하기까지 소요된 시간은 수평 방향으로 9m 이동한 시간과 같으므로 $t_2 = \frac{9}{v_{1x}} = \frac{45}{4v_1}$ 이다.
- ▶ 빗면의 꼭대기에서 지면까지 연직 방향으로
- $$-12 = v_{1y}t_2 - \frac{1}{2}g(t_2)^2 = \frac{3}{5}v_1 \frac{45}{4v_1} - \frac{1}{2}g\left(\frac{45}{4v_1}\right)^2 \text{로부터 } t_2 = \sqrt{\frac{75}{2g}} = \frac{5\sqrt{6}}{2\sqrt{g}} = \frac{\sqrt{15}}{2} \text{ 이고}$$
- $$v_1 = \frac{45}{4t_2} = \frac{45}{4} \sqrt{\frac{2g}{75}} = \frac{3\sqrt{6g}}{4} = \frac{3\sqrt{15}}{2} \text{ 이다.}$$
- ▶ 빗면 구간에서 역학적 에너지 보존 법칙을 적용하면
- $$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m \frac{27}{8}g + 12mg = \frac{219}{16}mg = \frac{1095}{8}m \text{ 이다. 따라서}$$
- $$v_0 = \frac{\sqrt{438g}}{4} = \frac{\sqrt{1095}}{2} \text{ m/s 이다.}$$
- ▶ 빗면 구간에서는 가속도가 $-\frac{3}{5}g$ 인 등가속도 운동을 하여 시간 t_1 동안 속도가 v_0 에서 v_1 으로 기울기가 일정하게 변하므로

$$t_1 = \frac{v_1 - v_0}{-\frac{3}{5}g} = \frac{\frac{3\sqrt{6g}}{4} - \frac{\sqrt{438g}}{4}}{-\frac{3}{5}g} = \frac{5\sqrt{438} - 15\sqrt{6}}{12\sqrt{g}} = \frac{\sqrt{1095} - 3\sqrt{15}}{12} \text{ 이다.}$$

▶ 따라서 물체가 출발한 후 P에 도달하기까지 소요된 시간 $t_1 + t_2$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{5\sqrt{438} + 15\sqrt{6}}{12\sqrt{g}} &= \frac{5}{12\sqrt{g}}(\sqrt{438} + 3\sqrt{6}) = \frac{5\sqrt{6}}{12\sqrt{g}}(\sqrt{73} + 3) = \frac{\sqrt{1095} + 3\sqrt{15}}{12} \\ &= \frac{\sqrt{15}}{12}(\sqrt{73} + 3) \text{ 초} \end{aligned}$$

문항카드 18

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II (화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 [4-1]: 화학 I 문제 [4-2]: 화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	문제 [4-1]: 아보가드로 법칙, 화학 반응의 양적 관계 문제 [4-2]: 화학 반응의 양적 관계, 평형 상수, 르샤틀리에 원리, 이상 기체 방정식, 동적 평형, 증기압
예상 소요 시간	30분	

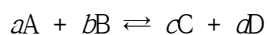
2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 아보가드로는 기체의 종류에 관계없이 같은 온도와 같은 압력에서는 같은 부피 속에 같은 수의 기체 분자가 들어 있다고 제안하였다. 이후 실험에 의해 0℃, 1기압에서 기체 1몰, 즉 아보가드로수의 기체 분자가 차지하는 부피는 기체의 종류에 관계없이 22.4L로 일정하다는 것이 밝혀졌다. 같은 온도와 압력에서 같은 부피 속에 들어 있는 기체의 분자 수가 같으므로 기체의 밀도는 분자량에 비례한다. 즉 분자량이 작은 기체일수록 밀도가 작고, 분자량이 큰 기체일수록 밀도가 크다.

(나) 물질들 사이에서 일어나는 화학 반응은 화학식과 기호를 이용하여 간단하게 나타낼 수 있다. 화학식을 사용하여 화학 변화를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물의 종류뿐만 아니라 반응에 관한 여러 가지 정보를 알 수 있다. 화학 반응식의 계수비는 각 물질의 몰비와 같으므로 물질의 질량을 몰로 환산하여 계산하면 화학 반응에 참여하는 물질들의 양적 관계를 알 수 있다. 화학 반응에서 반응물과 생성물이 기체일 때, 일정 온도와 압력에서 화학 반응식의 계수비는 각 물질의 부피비이므로 이를 이용하면 화학 반응에 참여하는 기체들의 양적 관계를 알 수 있다.

(다) 일정한 온도에서 어떤 반응이 화학 평형 상태에 있을 때 반응물의 농도 곱에 대한 생성물의 농도 곱의 비는 항상 일정하다. 이것을 화학 평형 법칙이라고 하고, 일반적으로 다음과 같이 나타낸다.



$$K = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$$

([A], [B], [C], [D]: 평형 상태에서 각 물질의 몰 농도)

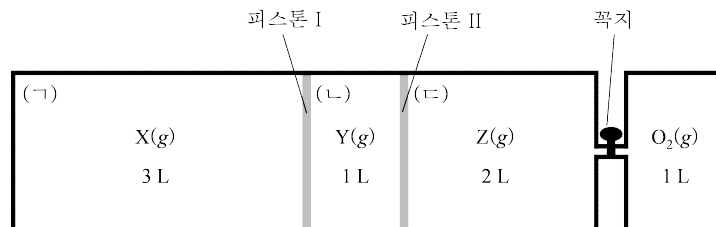
이때 K 를 평형 상수라고 하고, 평형 상수는 온도가 일정할 때 농도나 기체의 압력에 관계없이 항상 일정하다. 어떤 화학 반응이 평형 상태에 있을 때 농도, 압력, 온도와 같은 반응 조건을 변화시키면 그 변화를 감소시키는 방향으로 반응이 진행되어 새로운 평형에 도달한다. 이를 르 샤틀리에 원리 또는 평형 이동 법칙이라고 한다.

(라) 기체의 부피(V)는 기체의 몰수(n)와 절대 온도(T)에 비례하고 압력(P)에 반비례한다. 이를 비례 상수(R)를 이용하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 이 R 를 기체 상수라고 한다.

$$PV = nRT$$

(마) 밀폐된 용기에 액체를 담아 두면 액체 표면에 있는 분자들이 분자 사이의 인력을 극복하고 기체 상태로 떨어져 나오는데, 이를 증발이라고 한다. 처음에는 용기 내 기체 분자 수가 적기 때문에 증발이 주로 일어나지만, 증발이 계속되면서 용기 내 기체 분자 수가 많아진다. 기체 분자들 중 일부는 액체 표면에 충돌하여 다시 액체로 돌아가는데, 이를 응축이라고 한다. 액체의 증발 속도는 일정한 온도에서 변하지 않으므로 시간이 지나면 증발 속도와 응축 속도가 같아지는 평형에 이른다. 이러한 동적 평형 상태에서 액체가 증발하여 생긴 기체가 나타내는 압력을 증기압(증기 압력)이라고 한다.

[문제 4-1] 그림은 피스톤 I과 피스톤 II로 분리된 강철 실린더에 탄화수소 $X(g)$, $Y(g)$, $Z(g)$ 를 넣고, 이 실린더와 단혀 있는 꼭지로 분리된 1L 강철 용기에 $O_2(g)$ 를 넣은 후 충분한 시간이 지났을 때의 상태를 나타낸 것이다.

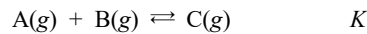


다음은 꼭지가 닫힌 상태에서 실린더에 들어 있는 기체에 대한 자료이다.

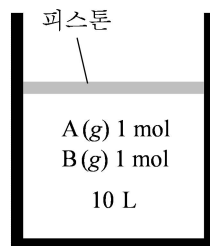
- (㉠), (㉡), (㉢)에 들어 있는 탄소 원자 수비는 (㉠):(㉡):(㉢) = 3:2:2이다.
- (㉠), (㉢)에 들어 있는 총 원자 수비는 (㉠):(㉢) = 9:11이다.
- 밀도비는 $X(g):Y(g):Z(g) = 10:20:11$ 이다.
- Y 1 mol을 완전 연소시키려면 Z 1 mol을 완전 연소시킬 때보다 6.5 mol의 O_2 가 더 필요하다.

꼭지를 열어 모든 Z를 완전 연소시켰고, 충분한 시간이 지난 후 X의 부피를 측정하였더니 0.5 L가 되었다. 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 탄화수소 X, Y, Z의 분자식을 각각 제시하고, 연소 반응 후 $\frac{O_2\text{의 양(mol)}}{Y\text{의 양(mol)}}$ 을 구하시오. (단, H, C, O의 원자량은 각각 1, 12, 16이고, 온도는 일정하며, 연결관의 부피와 피스톤의 마찰은 무시한다. 연소 반응의 생성물은 모두 기체이다.) [15점]

[문제 4-2] 다음은 A(g)와 B(g)로부터 C(g)가 생성되는 반응의 화학 반응식과 300 K에서의 평형 상수(K)이다.



그림은 300 K에서 실린더에 A(g) 1 mol과 B(g) 1 mol이 들어 있는 초기 상태를 나타낸 것이고, 표는 300 K에서의 각 물질의 증기압을 나타낸 것이다.



물질	300 K에서의 증기압(atm)
A	37.2
B	53.6
C	14.4

300 K에서 반응이 진행되어 평형 상태에 도달했을 때, 실린더 내부의 부피가 7.5 L가 되었다. 제시문 (나) - (라)에 근거하여 평형 상수 K를 구하시오. 또한 고정 장치를 이용하여 실린더 내부의 부피가 1 L가 되도록 피스톤을 고정하였을 때 실린더 내부에 액체가 생성되는 것을 관찰하였다. 이때 생성된 액체의 종류와 양(mol)을 제시문 (나) - (마)에 근거하여 구하시오. (단, 온도와 외부 압력은 일정하고, 기체 상수는 $0.08 \text{ atm}\cdot\text{L}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ 이며, 액체의 부피와 피스톤의 질량 및 마찰은 무시한다.) [15점]

3. 출제 의도

본 논술고사에서는 고등학교 화학 교육과정(화학 I, 화학 II)에 포함된 핵심 개념의 통합적인 이해도와 논리적인 사고력을 평가하고자 하였다. 화학 I 교육과정에서 다루는 아보가드로 법칙, 화학 반응의 양적 관계, 액체와 기체 사이의 동적 평형과 화학 II 교육과정에서 다루는 평형 상수, 르샤틀리에 원리, 증기압, 이상 기체 방정식을 명확히 이해하고 이를 바탕으로 통합적이고 논리적으로 사고하여 주어진 문제를 해결할 수 있는지 평가하고자 하였다. 문제 [4-1]에서는 분자가 원자로 구성되어 있고, 기체 분자의 부피비는 분자 수비와 같으며, 밀도비는 분자량비와 같다는 기체 분자의 성질과 탄화수소 분자의 연소 반응에서의 양적 관계에 대한 이해를 바탕으로 탄화수소의 분자식을 도출하고, 이를 문제에서 주어진 상황에 올바르게 적용하여 연소 반응 후 남아 있는 O₂와 탄화수소의 몰비를 정확히 구할 수 있어야 한다. 문제 [4-2]에서는 화학 반응의 양적 관계와 르샤틀리에 원리에 대한 이해를 바탕으로 문제에서 주어진 화학 반응의 평형 상수를 구할 수 있어야 한다. 또한, 일정한 온도에서 평형 상수가 변하지 않는다는 것과 압력이 증기압보다 클 때 액체와 기체 사이의 동적 평형이 일어난다는 것을 이해하여 실린더 내부에서 생성되는 액체의 종류 및 몰수를 논리적으로 구할 수 있어야 한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’을 바탕으로 작성

영역별 내용	
제시문	화학 I (가) (1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 어렵하고 체험할 수 있다.
	화학 I (나) (1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	화학 II (다) (2) 반응 엔탈피와 화학 평형 [12화학 II 02-03] 가역 반응에서 동적 평형을 이해하고, 평형 상수를 이용해서 반응의 진행 방향을 예측할 수 있다.
	화학 II (라) (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 [12화학 II 01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다.
	화학 I (마) (4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다.

하위문항	4-1	<p>화학 I</p> <p>(1) 화학의 첫걸음</p> <p>[12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 어렵하고 체험할 수 있다.</p> <p>[12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.</p>
	4-2	<p>화학 I</p> <p>(1) 화학의 첫걸음</p> <p>[12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.</p> <p>(4) 역동적인 화학 반응</p> <p>[12화학 I 04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다.</p> <p>화학 II</p> <p>(1) 물질의 세 가지 상태와 용액</p> <p>[12화학 II 01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다.</p> <p>(2) 반응 엔탈피와 화학 평형</p> <p>[12화학 II 02-03] 가역 반응에서 동적 평형을 이해하고, 평형 상수를 이용해서 반응의 진행 방향을 예측할 수 있다.</p>

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	32-41, 156-157
	화학 I	노태희 외 6인	(주)천재교육	2020	28-38, 161-162
	화학 I	강대훈 외 3인	(주)와이비엠	2020	38-40, 47-53, 172-173
	화학 I	황성용 외 3인	(주)동아출판	2020	33, 42-43, 169-171
	화학 I	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	31-39, 158-159
	화학 I	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	31-38, 144
	화학 I	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	31-40, 147-150
	화학 I	하윤경 외 5인	(주)금성출판사	2019	32-38, 147-148
	화학 I	장낙한 외 9인	(주)상상아카데미	2017	34-43, 161-163
	화학 II	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	20-21, 41, 92-93, 106
	화학 II	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	18, 38-39, 91-92, 99
	화학 II	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	17, 35-36, 94-95, 98
	화학 II	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	15-16, 26-27, 79-80, 82-85
	화학 II	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	19, 40-41, 93-94, 97
	화학 II	장낙한 외 9인	(주)상상아카데미	2020	21-22, 45-46, 99-100, 110

5. 문항 해설

본 논술고사는 제시문과 두 가지의 하위 문항(문제 [4-1], 문제 [4-2])으로 이루어져 있다. 제시문의 내용에 근거하여 하위 문항에서 주어진 문제를 논리적으로 해결할 수 있는지 물어보고자 한다. 제시문의 내용은 고등학교 교과서 ‘화학 I’과 ‘화학 II’를 기반으로 작성되었으며, 고등학교 과학과 교육과정 범위 내에 포함되어 있는 화학 분야의 주요 개념에 대해서 다루고 있다. 제시문 (가)는 아보가드로 법칙, (나)는 화학 반응의 양적 관계, (다)는 평형 상수 및 르샤틀리에 원리, (라)는 이상 기체 방정식, (마)는 액체와 기체의 동적 평형 및 증기압에 대한 내용이다. 하위 문항에서는 제시문에서 다루어지는 여러 가지 주요 화학 개념을 통합적으로 연계하여야 해결할 수 있는 문제를 제시하였다. 문제 [4-1]에서는 제시문 (가), (나), 문제 [4-2]에서는 제시문 (나), (다), (라), (마)에 근거하여 주어진 문제를 해결할 수 있다.

문제 [4-1]에서는 세 가지 탄화수소 분자(X, Y, Z)의 부피비, 탄소 원자의 개수비, 총 원자 수비, 밀도비와 1 mol의 탄화수소 Y와 Z를 완전 연소시키는데 필요한 산소 분자의 몰수 차이를 제시하였는데, 이를 종합하여 각 탄화수소의 분자식을 논리적으로 도출해 낼 수 있는지 물어보는 문제이다. 아보가드로 법칙으로부터 기체 분자의 부피비가 분자 수비와 같다는 것과 밀도비가 분자량의 비와 같다는 것을 이해하여야 각 탄화수소 분자의 분자식을 도출해 낼 수 있다. 또한, 탄화수소의 완전 연소 반응으로 기체의 부피가 바뀌는 경우, 기체의 몰수 변화가 있다는 것을 이해하고, 연소 반응에서의 반응물과 생성물의 양적 관계를 바탕으로 연소 반응 후 남아 있는 O₂와 탄화수소 Y의 몰비를 바르게 구할 수 있다.

문제 [4-2]에서는 반응물과 생성물이 모두 기체인 반응의 화학 반응식과 초기 상태에서의 반응물의 몰수와 부피 및 평형 상태에서의 기체의 부피를 제시하였다. 일정한 온도와 압력에서 반응이 진행되면서 수반되는 부피 변화와 화학 반응의 양적 관계로부터 평형 상태의 반응물과 생성물의 몰수를 알아내고, 이로부터 문제에서 주어진 화학 반응의 평형 상수를 구할 수 있는지를 묻는 문제이다. 또한, 외부 압력이 증가하여 기체의 부피가 1 L로 감소했을 때 기체가 액체로 응축되어 기체와 액체의 동적 평형이 일어날 수 있음을 이해하여, 300 K에서의 각 물질의 증기압을 바탕으로 어떤 물질이 먼저 액체로 응축되는지 논리적으로 추론할 수 있다. 더 나아가, 액체와 기체가 동적 평형이 일어날 때 기체의 압력이 증기압과 같다는 것을 이해하고, 이를 이상 기체 방정식과 평형 상수식 및 르샤틀리에 원리에 적용하면 생성된 액체의 몰수를 바르게 구할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점 요소] 문제에서 주어진 기체 탄화수소 분자에 대한 자료를 종합하여 탄화수소의 분자식을 바르게 제시하고, 탄화수소의 연소 반응에서 반응물과 생성물의 양적 관계를 바르게 파악하여 연소 반응 후 남아 있는 산소의 양을 알아낼 수 있는가?</p> <p>[채점 준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. X, Y, Z 분자 사이의 탄소 원자 수비가 1:2:1이라는 것을 보이면 +2점 2. 각 분자 X, Y, Z 내 C와 H의 원자 수비를 바르게 보이면 +4점 3. X, Y, Z의 분자식을 C_8H_4, $C_{16}H_8$, C_8H_{14}라고 바르게 제시하면 +3점 4. $\frac{O_2 \text{의 양(mol)}}{Y \text{의 양(mol)}} = 8$이라고 바르게 구하면 +6점 <p>[유의 사항] 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2점 점수 조절 가능함.</p>	15
4-2	<p>[채점 요소] 화학 반응식으로부터 화학 반응의 양적 관계를 알아내어 평형 상수를 바르게 구하고, 이를 바탕으로 압력이 증가하면서 기체의 응축이 일어나는 동적 평형 상황에서 생성되는 액체의 종류 및 몰수를 바르게 구할 수 있는가?</p> <p>[채점 준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 주어진 화학 반응의 평형 상수 $K=15$라는 것을 바르게 구하면 +6점 2. 실린더 부피가 1L일 때, 생성되는 액체가 C라는 것을 제시하면 +3점 3. 생성된 액체 C의 몰수가 0.2mol이라는 것을 바르게 구하면 +6점 <p>[유의 사항] 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2점 점수 조절 가능함.</p>	15

7. 예시 답안

[화학, 문제 4-1 예시 답안]

- ▶ 탄화수소 X, Y, Z의 분자식을 C_aH_b , C_cH_d , C_eH_f 라고 하자. 문제에서 주어진 X, Y, Z의 부피비가 3:1:2이고, 이는 X, Y, Z의 분자 수비와 같다. X, Y, Z 분자 하나당 탄소 원자 수는 각각 a, c, e이므로 (㉠), (㉡), (㉢)에 들어 있는 탄소 원자 수비는 분자 수를 고려하면 다음과 같다.

$$(㉠):(㉡):(㉢) = 3a:c:2e = 3:2:2$$

위 식으로부터 $c = 2a$, $e = a$ 임을 알 수 있다.

- ▶ X, Y, Z 분자 하나당 총 원자 수는 각각 $(a+b)$, $(c+d)$, $(e+f)$ 이므로 (㉠), (㉢)에 들어 있는 총 원자 수비는 다음과 같다.

$$(㉠):(㉢) = 3(a+b):2(e+f) = 3(a+b):2(a+f) = 9:11$$

위 식으로부터 $5a + 11b = 6f \dots \textcircled{1}$ 라는 것을 알 수 있다.

- ▶ 기체의 밀도비는 기체의 분자량비와 같고, X, Y, Z의 분자량은 각각 $(12a + b)$, $(12c + d)$, $(12e + f)$ 이므로 X, Y, Z의 밀도비는 다음과 같다.

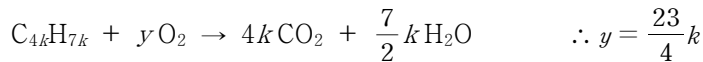
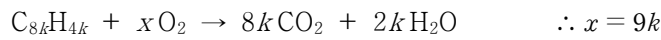
$$X : Z = (12a + b) : (12e + f) = (12a + b) : (12a + f) = 10 : 11 \quad \therefore 12a + 11b = 10f \dots \textcircled{2}$$

①과 ②를 연립하여 풀면, $f = \frac{7}{4}a$, $b = \frac{1}{2}a$ 가 나온다.

$$X : Y = (12a + b) : (12c + d) = (12a + b) : (24a + d) = 10 : 20 \quad \therefore d = 2b = a$$

$a = 4k$ 라고 두면 X, Y, Z의 분자식은 $C_{4k}H_{2k}$, $C_{8k}H_{4k}$, $C_{4k}H_{7k}$ 라고 쓸 수 있다.

- ▶ 완전 연소 반응의 생성물은 CO_2 와 H_2O 이다. Y와 Z의 연소 반응식으로부터 1 mol의 Y와 Z를 완전 연소시키기 위해서 필요한 산소의 몰수는 다음과 같이 구할 수 있다.



Y 1 mol을 완전 연소시키려면 Z 1 mol을 완전 연소시킬 때보다 $\frac{13}{4}k$ mol의 산소 분자가 더 필요하고, 문제에서 6.5 mol이 더 필요하다고 주어졌기 때문에 $k = 2$ 이다.
따라서, X, Y, Z의 분자식은 각각 C_8H_4 , $C_{16}H_8$, C_8H_{14} 이다.

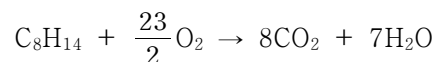
- ▶ 꼭지를 열기 전 X, Y, Z의 부피비로부터 X, Y, Z의 몰비가 $n_X : n_Y : n_Z = 3 : 1 : 2$ 라는 것을 알 수 있다. 즉, $n_X = 3n_Y$, $n_Z = 2n_Y$ 이다.

꼭지를 열기 전후의 X와 Y는 몰수의 변화가 없고, 꼭지를 연 후 X의 부피는 $V_X = V_{(1)} = 0.5L$ 이므로 Y의 부피는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$n_X : n_Y = 3 : 1 = V_X : V_Y = 0.5L : V_Y \quad \therefore V_Y = \frac{1}{6}L = V_{(2)}$$

열려 있는 꼭지로 다른 용기와 연결된 (2)의 부피는 전체 용기의 부피에서 (1)과 (2)의 부피를 뺀 것과 같다. 따라서, $V_{(3)} = 7 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{19}{3}L$ 가 된다.

- ▶ Z의 연소 반응식과 (2)에서 일어나는 Z의 완전 연소 반응 전과 후의 반응물과 생성물의 양적 관계는 다음과 같다.



	$C_8H_{14}(\text{mol})$	$O_2(\text{mol})$	$CO_2(\text{mol})$	$H_2O(\text{mol})$	전체 몰수
연소 반응 전	$2n_Y$	α	0	0	
연소 반응 후	0	$\alpha - 23n_Y$	$16n_Y$	$14n_Y$	$\alpha + 7n_Y$

같은 온도와 압력에서 기체의 몰수는 부피에 비례하므로 다음의 식이 성립한다.

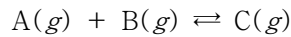
$$n_{(3)} : n_{(2)} = n_Y : \alpha + 7n_Y = V_{(3)} : V_{(2)} = \frac{1}{6} : \frac{19}{3} \quad \therefore \alpha = 31n_Y$$

연소 반응 후 남아 있는 O_2 의 몰수는 $\alpha - 23n_Y = 31n_Y - 23n_Y = 8n_Y$

$$\text{즉, } \frac{O_2 \text{의 양 (mol)}}{Y \text{의 양 (mol)}} = \frac{n_{O_2}}{n_Y} = \frac{8n_Y}{n_Y} = 8 \text{이다.}$$

[화학, 문제 4-2 예시 답안]

- ▶ A와 B만 존재하는 초기 상태에서 반응이 진행되어 C가 a 만큼 생성되어 평형 상태에 도달한다고 했을 때 화학 반응의 양적 관계를 고려하면 다음과 같다.



	A(g)(mol)	B(g)(mol)	C(g)(mol)	전체 몰수
초기 상태	1	1	0	2
평형 상태	$1-a$	$1-a$	a	$2-a$

온도와 압력이 같을 때 기체의 몰비가 부피비와 같으므로 다음의 식이 성립한다.

$$n_{\text{초기}} : n_{\text{평형}} = 2 : 2-a = V_{\text{초기}} : V_{\text{평형}} = 10 : 7.5 \quad \therefore a = 0.5$$

- ▶ 평형 상태에서 A, B, C의 몰 농도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[A] = \frac{1-a}{7.5} = \frac{0.5}{7.5} = \frac{1}{15}, [B] = \frac{1-a}{7.5} = \frac{0.5}{7.5} = \frac{1}{15}, [C] = \frac{a}{7.5} = \frac{0.5}{7.5} = \frac{1}{15}$$

따라서, 문제에서 주어진 화학 반응의 평형 상수는 $K = \frac{[C]}{[A][B]} = 15$ 이다.

- ▶ 실린더 내부의 부피를 1 L가 되도록 하면, 압력이 증가하며 기체의 응축이 일어날 수 있는데 A, B, C 중에서 증기압이 가장 낮은 C부터 응축이 된다.
- ▶ C만 응축이 된다고 가정했을 때, 액체의 증발과 기체의 응축이 동적 평형 상태이므로 C의 압력은 증기압인 14.4 atm으로 일정하다. 이때 기체 C의 몰 농도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$[C(g)] = \frac{P_C}{RT} = \frac{14.4 \text{ atm}}{0.08 \text{ atmL}/(\text{molK}) \times 300 \text{ K}} = 0.6 \text{ M}$$

A와 B는 초기에 같은 몰수로 존재했었고, 1:1의 비율로 반응하기 때문에 몰 농도가 항상 같다. 평형 상태의 기체 A와 B의 몰 농도를 $[A] = [B] = x$ 라고 하고, 평형 상수식을 적용하면 다음의 식이 성립한다.

$$K = \frac{[C]}{[A][B]} = \frac{0.6}{x^2} = 15 \quad \therefore x = 0.2$$

$[A] = 0.2 \text{ M}$ 이고, $V = 1 \text{ L}$ 이므로 평형 상태에서 A가 0.2 mol이 존재한다는 것을 알 수 있다. 즉, 초기 상태 1 mol의 A 중 0.8 mol이 반응하여 0.2 mol이 A가 남았고, C가 0.8 mol 생성되었다. 이 중, 기체 C의 몰수가 $n_{C(g)} = [C(g)]V = 0.6 \text{ M} \times 1 \text{ L} = 0.6 \text{ mol}$ 이므로 생성된 액체 C의 몰수는 $n_{C(l)} = n_C - n_{C(g)} = 0.8 - 0.6 = 0.2 \text{ mol}$ 이 된다.

- ▶ 위의 평형 상태에서 전체 기체의 몰수는 $n_A + n_B + n_{C(g)} = 0.2 + 0.2 + 0.6 = 1.0 \text{ mol}$ 이고, 이때의 압력은 다음과 같다.

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{1.0 \text{ mol} \times 0.08 \text{ atmL}/(\text{molK}) \times 300 \text{ K}}{1 \text{ L}} = 24 \text{ atm}$$

기체의 전체 압력이 A와 B의 증기압보다 낮으므로, A와 B는 액체로 응축되지 않고, C만 액체로 존재한다는 것을 알 수 있다.