

## 2) 2023학년도 논술우수자 자연계열(오전/오후)

### ① 논술우수자 자연계(오전)

#### 문항카드 2

##### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사   □ 면접 및 구술고사   □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	■ 오전   □ 오후
			■ 1번   □ 2번   □ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 II	
	핵심개념 및 용어	이차방정식의 근과 계수의 관계, 정적분의 활용	
예상 소요 시간	30분 / 전체 120분		

##### 2. 문항 및 자료

[문제 1] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ )의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

이다.

(1-1) 실수  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )에 대하여  $\beta - \alpha = k$ 라 할 때, 곡선  $y = (x - \alpha)(x - \beta)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를  $k$ 의 식으로 나타내시오. [10점]

(1-2) 자연수  $m$ 에 대하여 곡선  $y = x^2$ 과 직선  $y = mx + \frac{51}{4}$ 로 둘러싸인 영역의 넓이  $S$ 를  $m$ 의 식으로 나타내시오. [10점]

(1-3) (1-2)에서 구한  $S$ 가 유리수가 되는 자연수  $m$ 을 모두 구하시오. [15점]

### 3. 출제 의도

포물선과  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 법을 알고 있는지, 그리고 이차 방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 그 결과를 간단히 정리할 수 있는지를 평가한다.

### 4. 출제 근거

#### 1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정” <input checked="" type="checkbox"/> 수학 <input type="checkbox"/> 수학 I <input checked="" type="checkbox"/> 수학 II <input type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계		
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 수학, 수학 II
	제시문	성취기준 1	[수학] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학01-08] 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이해한다.
		성취기준 2	[수학 II] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학 II 03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

#### 2) 자료 출처

##### 가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
수학	류희찬 외	천재교과서	2020	60	제시문	
수학	황선욱 외	미래엔	2020	61	제시문	

##### 나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

### 5. 문항 해설

(1-1) 포물선과  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 정적분을 이용하여 구하는 문제이다.

(1-2) 포물선과 직선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하는 문제이다.

(1-3)  $\sqrt{m^2+51}$ 이 정수가 되는 자연수  $m$ 의 값을 구하는 문제이다.

## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(1-1)	계산 실패로 답을 못 구한 경우	0점
	넓이를 $-\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx$ 로 나타내고 답도 구하면 (계산을 완성하지 못한 경우)	3점
	영역의 넓이를 $\frac{k^3}{6}$ 로 올바르게 구하면	7점
(1-2)	$S = \frac{1}{6}(m^2 + 51)^{\frac{3}{2}}$ 를 구하면	10점
(1-3)	$\sqrt{m^2 + 51}$ 이 정수가 되어야 한다는 사실을 언급하면	3점
	$m = 7$ 을 구하면 (계산 없어도)	1. 2번 답이 틀리 경우 이 부분 최대 점수는 7점(총점 10점)
	$m = 25$ 를 구하면	2. $m = 7, 25$ 를 답만 쓴 경우 최대 5점(총점 8점)

## 7. 예시 답안

(1-1)  $\beta + \alpha = -a$ ,  $\beta\alpha = b$ 라 하면 근의 공식으로부터  $k = \sqrt{a^2 - 4b}$ 이고  
 $\beta^2 - \alpha^2 = (\beta + \alpha)(\beta - \alpha) = -ak$ 이다.  $\beta^3 - \alpha^3 = (\beta - \alpha)((\beta + \alpha)^2 - \beta\alpha) = k(a^2 - b)$ 이므로 구하는 넓이  
 는

$$\begin{aligned}\int_{\alpha}^{\beta}(-x^2 - ax - b)dx &= -\frac{1}{3}(\beta^3 - \alpha^3) - \frac{a}{2}(\beta^2 - \alpha^2) - b(\beta - \alpha) \\ &= -\frac{1}{3}k(a^2 - b) + \frac{a}{2} \cdot ak - bk = \frac{1}{6}k(a^2 - 4b) = \frac{1}{6}k^3\end{aligned}$$

이다.

[별해] 구하고자 하는 넓이는

$$-\int_{\alpha}^{\beta}(x-\alpha)(x-\beta)dx = -\int_0^{\beta-\alpha}x(x-\beta+\alpha)dx = \frac{-(\beta-\alpha)^3}{3} + \frac{(\beta-\alpha)^2}{2} = \frac{k^3}{6}$$

이다.

(1-2)  $x^2 - mx - \frac{51}{4} = 0$ 의 두 근은  $x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 + 51}}{2}$ 이므로  $\beta - \alpha = \sqrt{m^2 + 51}$ 이다. 따라서 (1-1)

에 의해  $S = \frac{1}{6}(m^2 + 51)^{\frac{3}{2}}$ 이다.

(1-3) 자연수  $m$ 에 대해  $\frac{1}{6}(m^2 + 51)^{\frac{3}{2}}$ 이 유리수가 되려면  $\sqrt{m^2 + 51}$ 이 정수가 되어야 한다.

$\sqrt{m^2 + 51} = M$ 이라 하면,  $M^2 - m^2 = 51$ 을 얻는다. 즉,  $(M+m)(M-m) = 51 = 3 \times 17$ 이다.

이때  $M+m > M-m$ 이므로

(i)  $M-m=3$ 인 경우:  $M+m=17$ 이 되고 따라서  $m=7$ 이다.

(ii)  $M-m=1$ 인 경우:  $M+m=51$ 이 되고 따라서  $m=25$ 이다.

따라서  $m=7, 25$ 이다.

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 이차함수의 그래프와 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이는 수학2의 내용임. 다만, 두 일차식의 곱으로 나타내어진 이차함수의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 <math>\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3</math>의 공식(교육과정 외)이 있으므로 이 공식을 알고 있는 학생들은 1-1번에서 유리했을 것으로 보임. 그러나 2015교육과정 상 정적분의 성질을 활용하여 구한 학생들과 해결하는 시간의 차이가 교육과정에 문제가 될 만큼 발생했다고 보기 어려움.</li> <li>- 이차함수의 그래프와 x축, 이차함수의 그래프와 직선, 근호로 나타내어진 수가 유리수가 되기 위한 조건 등은 모두 교육과정 수준에 적합함.</li> </ul>
문항 유형의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 근과 계수의 관계, 정적분의 활용은 비교적 교과적인 내용을 다루고 있으나, 1-3문항은 1-2에서 구한 S가 유리수가 되기 위한 조건을 찾기 위해 분석, 논리, 종합적 사고력이 필요한 문항임.</li> </ul>
문항 난이도의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 2015 교육과정 수학교과서에서 다루는 기본적인 내용을 담고 있으며, 정기고사에서 많이 다루는 내용과 발문으로 수험생들에게 익숙한 표현이기에 큰 부담은 난이도라고 생각됨</li> </ul>
채점 기준의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 채점기준이 세부적이고 구체적으로 제시되어 있음.</li> </ul>

### 문항카드 3

#### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	■ 오전 □ 오후
			□ 1번 ■ 2번 □ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분	
	핵심개념 및 용어	부분적분법	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

#### 2. 문항 및 자료

[문제 2] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [부분적분법] 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

이다.

(나)  $\int x^2 e^x dx = (x^2 - 2x + 2)e^x + C$  이다.

(※) 함수  $f(x) = (x-2)^2 e^x$  과 닫힌구간  $[a, b]$  에서  $g(x) \geq f(x)$  인 일차함수  $g(x)$  에 대하여

$$S = \int_a^b (g(x) - f(x))dx$$

라 하자.

(2-1) 점  $(2, 0)$  을 지나고 곡선  $y = f(x)$  에 접하는 직선의 방정식을 모두 구하시오. [10점]

(2-2)  $a, b (a < b)$  가 방정식  $f'(x) = 0$  의 두 근이고  $g(x) = 6 - 3x$  일 때,  $S$  의 값을 구하시오. [10점]

(2-3)  $a = -1, b = 2$  일 때,  $S$  가 최소가 되는  $g(x)$  를 구하고 이때의  $S$  의 값을 구하시오. [10점]

### 3. 출제 의도

함수의 그래프로 주어지는 부분의 넓이가 최소가 되는 경우를 부분적분법에 의해 계산할 수 있는지를 평가한다.

### 4. 출제 근거

#### 1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정” <input type="checkbox"/> 수학 <input type="checkbox"/> 수학 I <input type="checkbox"/> 수학 II <input checked="" type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계					
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 미적분			
	(가),(나)	성취기준 1	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다..			

#### 2) 자료 출처

##### 가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
미적분	이준열외	천재교육	2020	155-159	(가), (나)	
미적분	권오남외	(주)교학사	2020	158-161	(가), (나)	

##### 나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

### 5. 문항 해설

곡선과 직선에 의해 결정되는 부분의 넓이가 최소가 되는 경우를 구하는 문제이다. 함수의 미분을 통하여 함수의 개형을 관찰하면 주어진 부분의 넓이는 직선이 곡선에 접할 때 최소임을 알고 영역의 넓이를 부분적분법을 이용하여 구하는 문제이다.

## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(2-1)	곡선 $y = f(x)$ 의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선 $y - (t-2)^2 e^t = t(t-2)e^t(x-t)$ 를 구하면	5점
	두 접선 $y = 0$ , $y = -ex + 2e$ 를 구하면	5점
(2-2)	$\int (x-2)^2 e^x dx = (x^2 - 6x + 10)e^x + C$ 를 구하면	5점
	$S = 16 - 2e^2$ 을 구하면	5점
(2-3)	$g(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 일 때 $S$ 가 최소임을 보이면	5점
	$S$ 의 최솟값이 $\frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$ 임을 보이면	5점

## 7. 예시 답안

(2-1) 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선은

$$y - (t-2)^2 e^t = t(t-2)e^t(x-t)$$

이다. 이 직선이  $(2, 0)$ 을 지나므로  $t = 1$ 이거나  $t = 2$ 이다.

따라서 구하고자 하는 직선은

$$y = 0, \quad y = -ex + 2e$$

이다.

(2-2)  $f'(x) = x(x-2)e^x$ 이므로  $a = 0$ ,  $b = 2$ 이다. 제시문 (가)의 부분적분법을 이용하면

$$\int x e^x dx = (x-1)e^x + C \text{이므로 제시문 (나)에 의해}$$

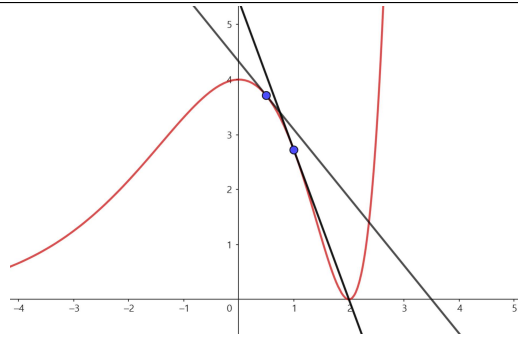
$$\int (x-2)^2 e^x dx = (x^2 - 6x + 10)e^x + C$$

이다. 그러므로

$$S = \int_0^2 [6 - 3x - (x-2)^2 e^x] dx = \left[ 6x - \frac{3}{2}x^2 - (x^2 - 6x + 10)e^x \right]_0^2 = 16 - 2e^2$$

이다.

(2-3)  $S$ 가 최소일 때, 직선  $y = g(x)$ 는 곡선  $y = f(x)$ 에 접하므로  $g(x) = f(t) + f'(t)(x-t)$ 로 쓸 수 있다. (2-1)의 결과와 함수  $y = f(x)$ 의 그래프에 의해  $-1 \leq t \leq 1$ 이다.



한편  $g(x) = f(t) + f'(t)(x-t)$ 일 때의  $S$ 를  $h(t)$ 로 두면

$$h(t) = \int_{-1}^2 [f(t) + f'(t)(x-t) - f(x)] dx = 3f(t) + \left(-3t + \frac{3}{2}\right)f'(t) - \int_{-1}^2 f(x) dx$$

이고

$$\frac{dh}{dt} = \left(-3t + \frac{3}{2}\right)f''(t) = -3\left(t - \frac{1}{2}\right)(t^2 - 2)e^t$$

이다. 따라서  $S$ 는  $t = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값

$$3f\left(\frac{1}{2}\right) - \int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{27}{4}\sqrt{e} - [(x^2 - 6x + 10)e^x]_{-1}^2 = \frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$$

을 갖는다.

(별해)  $g(x)$ 가 일차식이므로  $\int_{-1}^2 g(x) dx = 3g\left(\frac{1}{2}\right)$ 이다. 그러므로

$$S = 3g\left(\frac{1}{2}\right) - \int_{-1}^2 f(x) dx \geq 3f\left(\frac{1}{2}\right) - \int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$$

이다.  $g(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 이면  $g\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$ 이고 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 (2-1)의 결과에 의해 구간  $[-1, 2]$ 에서  $g(x) \geq f(x)$ 이므로 위 부등식에서 등호가 성립한다.

따라서  $S$ 의 최솟값은  $\frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$ 이다.

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 미적분의 부분적분법, 정적분의 활용, 접선의 방정식에 대한 내용으로 교육과정 내용을 반영함.</li> <li>- 문제를 해결하기 위해 곡선과 직선에 의한 결정되는 넓이의 범위를 고려하고, 함수의 미분을 이용하여 그래프의 개형을 관찰하는 평가요소가 핵심이므로 고등학교 교육과정 수준에 매우 적합함.</li> <li>- 교육과정 내에서 곡선과 직선의 위치관계에 따라 최대, 최소, 함수의 미분, 곡선 및 직선으로 둘러싸인 넓이, 부분적분법 등 교육과정의 개념, 내용, 원리에 근거함.</li> </ul>



항목	의견 요약
문항 유형의 적절성	- 제시문(가)는 미적분의 여러 가지 적분법 중에서 부분적분법이며, 제시문(나)는 초월함수의 부분적분법을 예로 제시하였음. 본 문제는 미분법과 적분법을 활용하는 다양한 성질이 이용되고 있으나, 부분적분에 익숙하지 않는 학생들에게 제시문이 도움이 되었을 것으로 보임.
문항 난이도의 적절성	- 학생들에게 익숙한 유형이며, 대학수학능력시험에서 상위권 변별을 위해 다루지는 내용으로, 발문이 명료하게 제시됨. 제시문의 가독성은 매우 양호하다 판단됨. - 미적분의 교육과정 내에서 학생들의 수학적 사고력을 평가하기 위한 내용과 소재로서 학생들에게는 익숙한 형태임. 우수한 문항으로 판단됨.
채점 기준의 적절성	- 채점기준은 교육과정 내에서 적절하며, 부분점수가 존재하므로 학생들 입장에서 제시되고 있음.

## 문항카드 4

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	■ 오전 □ 오후
			□ 1번 □ 2번 ■ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅱ	
	핵심개념 및 용어	우극한, 함수의 증가와 감소, 최솟값, 평균값 정리	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

### 2. 문항 및 자료

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

[평균값 정리] 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간  $(a, b)$ 에서 미분가능할 때,  $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$ 인  $c$ 가 열린구간  $(a, b)$ 에 적어도 하나 존재한다.

(※) 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x & (x \geq 0) \\ \frac{x^2}{4} & (x < 0) \end{cases}$$

에 대하여 다음 질문에 답하시오.

(3-1) 다음 조건을 만족하는 실수  $a$ 의 값의 범위를 구하시오. [10점]

$s < a < t$ 인 모든 실수  $s, t$ 에 대하여  $f(s) > f(a) > f(t)$ 이다.

(3-2) 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x)$ 가 모든 실수  $t$ 에 대하여  $g(t) = \lim_{x \rightarrow t+} f'(x)$ 를 만족한다. 다음 조건을 만족하는 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하시오. [10점]

함수  $|g(x) - k|$ 는 닫힌구간  $[-1, 1]$ 에서 최솟값을 갖지 않는다.

(3-3) 다음 조건을 만족하는 두 정수  $a, b (a < b)$ 의 순서쌍  $(a, b)$ 를 모두 구하시오. [15점]

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \lim_{x \rightarrow c+} f'(x) \text{이고 } a < c < b \text{인 실수 } c \text{가 존재하지 않는다.}$$

### 3. 출제 의도

이 문항은 함수의 증가와 감소, 좌극한/우극한, 평균값 정리 등을 잘 이해하고 관련된 교과 내용을 이해하고 사고할 수 있는지 평가한다.

### 4. 출제 근거

1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정” <input type="checkbox"/> 수학 <input type="checkbox"/> 수학 I <input checked="" type="checkbox"/> 수학 II <input type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계		
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 수학 II
	제시문	성취기준 1	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
		성취기준 2	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-07] 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.

2) 자료 출처

가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
수학 II	권오남 외	교학사	2020	83-99	제시문	
수학 II	이준열 외	천재교육	2020	78-93	제시문	

나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

## 5. 문항 해설

(3-1) 함수의 증가/감소라는 개념을 잘 이해하고 있는지 평가하는 문제이다.

(3-2) 함수의 우극한/좌극한 및 최댓값/최솟값을 구하는 문제이다.

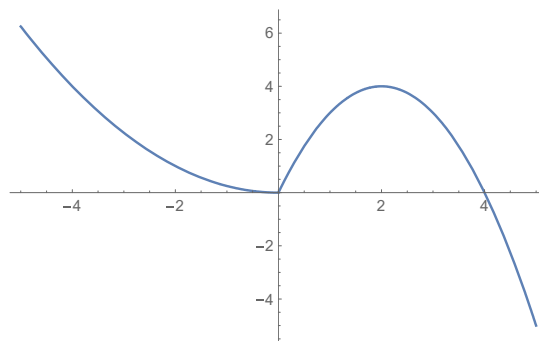
(3-3) 평균값의 정리가 성립하는 상황과 성립하지 않는 조건을 파악할 수 있는지 평가하는 문제이다.

## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(3-1)	$f(x)$ 의 그래프의 개형을 파악하면	5점
	$a < -4$ 또는 $a > 4$ 임을 정확히 구하면	5점
(3-2)	$g(x)$ 의 그래프의 개형을 파악하면	3점
	$k$ 의 범위에 따라 $ g(x) - k $ 의 특징을 파악하면	3점
	$0 \leq k < 1$ 임을 구하면	4점
(3-3)	평균값의 정리를 이용하여 $a < 0, b > 0$ 이어야 한다는 사실을 파악하면	5점
	직선의 기울기의 성질과 $g(x)$ 의 그래프를 이용하여 $b = 1, 2$ 임을 파악하면	5점
	$(-4, 2), (-3, 1), (-2, 1), (-1, 1)$ 을 구하면	5점

## 7. 예시 답안

(3-1) 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.

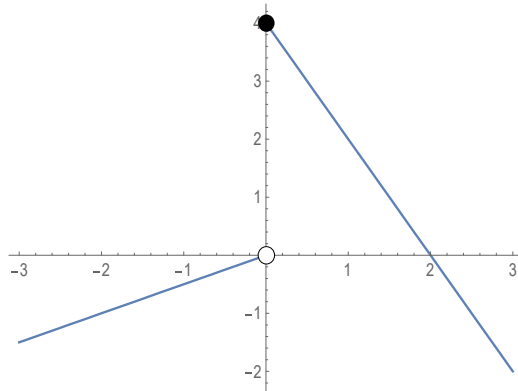


조건을 만족시키려면  $f(x)$ 는  $a$ 를 포함한 구간에서 감소해야 하므로  $a < 0$  또는  $a > 2$ 이어야 한다.

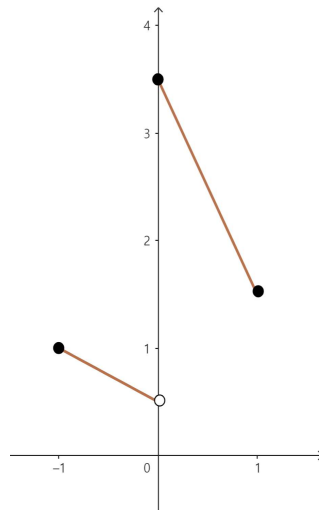
그런데  $-4 \leq a < 0$ 이면  $f(a) \leq f(2)$ 이고,  $2 < a \leq 4$ 이면  $f(0) \leq f(a)$ 이므로 조건을 만족하지 않는다.

한편  $a < -4$  또는  $a > 4$ 이면 문제의 조건을 만족하므로 구하려는 범위는  $a < -4$  또는  $a > 4$ 이다.

(3-2) 함수  $y = g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



문제의 조건을 만족하려면 구간  $[-1, 1]$ 에서 함수  $g(x)$ 의 그래프 위의 점 또는 점  $(0, 0)$  중에서 직선  $y = k$ 에 가장 가까운 점이  $(0, 0)$  하나여야 한다. 따라서 구하려는 범위는  $0 \leq k < 1$ 이다. 예를 들어  $k = \frac{1}{2}$ 이면  $|g(x) - k|$ 의 그래프는 다음과 같은 모양이다.



$k$ 가 이 범위 안에 있지 않다면 구간  $[-1, 1]$ 에서  $g(x)$ 의 최솟값은  $k < -\frac{1}{2}$ 이면  $-\frac{1}{2} - k$ 이고,  $-\frac{1}{2} < k < 0$ 이면  $0$ ,  $1 \leq k \leq 2$ 이면  $2 - k$ ,  $2 < k \leq 4$ 이면  $0$ ,  $k > 4$ 이면  $k - 4$ 이다.

**(3-3)**  $a < b \leq 0$  또는  $0 \leq a < b$ 이면 평균값의 정리에 의하여 문제의 조건은 성립하지 않는다. 따라서 문제의 조건을 만족하려면  $a < 0, b > 0$ 이어야 한다.

$a < 0, b > 2$ 이면 기울기  $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 는 두 실수  $\frac{f(b) - f(0)}{b - 0} = \frac{f(b)}{b}$ 와  $\frac{f(0) - f(a)}{0 - a} = \frac{f(a)}{a}$  사이의 값이다. (또는 두 값이 같은 경우 두 값과 같다.) 평균값 정리에 의하여 두 실수는 각각  $g(c_1), g(c_2)$ 인  $a < c_1 < 0, 0 < c_2 < b$ 와 같은데, (3-2)의 함수  $y = g(x)$ 의 그래프로부터 이 두 실수  $g(c_1), g(c_2)$  사이에 있는 어떠한 값도 어떤  $g(c)$  ( $a < c < b$ )의 값과 같다.

따라서 (3-2)의 함수  $y = g(x)$ 의 그래프로부터 문제의 조건을 만족하려면  $0 < b \leq 2, a < 0$ 이고  $0 \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \leq -2b + 4$ 이어야 한다.  $b = 1$ 인 경우  $a = -1, -2, -3$ 가 가능하고,  $b = 2$ 인 경우  $a = -4$ 이다.

따라서 구하려는 순서쌍은  $(-4, 2), (-3, 1), (-2, 1), (-1, 1)$ 이다.

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 수학Ⅱ 함수의 극한, 미분의 정의, 함수의 그래프, 평균값 정리 등 고등학교 교육과정 내용을 반영하고 있음.</li> <li>- 2015 교육과정 교과서 내용에 부합하며, 교육과정에 근거하고 있음.</li> </ul>
문항 유형의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 함수의 증가와 감소, 함수의 극한, 함수의 개형, 서로 다른 두 함수 관계를 이해하고 있는지 묻는 문제로, 분석능력, 논리적 사고력, 종합적 사고력을 평가하고 있는 유형의 우수한 문제임.</li> </ul>
문항 난이도의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 문제에서 다루고 있는 문제의 수준이 중상-상 난이도이므로 문제를 읽고 이해하고 분석하는데 시간이 걸렸을 것으로 예상됨. 수학적으로 우수한 학생들을 변별하기에 적합한 난이도라고 판단됨.</li> </ul>
채점 기준의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 소문항별로 그래프의 개형, 최종 정답 등에서 부분점수를 부여하고 있으므로 수험생의 문제해결 과정을 평가하기에 적절하게 구성되었으며, 교육과정에 근거하고 있음.</li> </ul>

## 문항카드 5

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사   □ 면접 및 구술고사   □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	■ 오전   □ 오후
			■의예과 1번   □의예과 2번   □의예과 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분	
	핵심개념 및 용어	부분적분법	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

### 2. 문항 및 자료

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [부분적분법] 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

이다.

(나)  $\int x^2 e^x dx = (x^2 - 2x + 2)e^x + C$  이다.

(※) 함수  $f(x) = (x-2)^2 e^x$  과 닫힌구간  $[a, b]$  에서  $g(x) \geq f(x)$  인 일차함수  $g(x)$  에 대하여

$$S = \int_a^b (g(x) - f(x))dx$$

라 하자.

(1-1) 점  $(2, 0)$  을 지나고 곡선  $y = f(x)$  에 접하는 직선의 방정식을 모두 구하시오. [10점]

(1-2)  $a, b$  ( $a < b$ ) 가 방정식  $f'(x) = 0$  의 두 근이고  $g(x) = 6 - 3x$  일 때,  $S$  의 값을 구하시오. [10점]

(1-3)  $a = -1$ ,  $b = 2$  일 때,  $S$  가 최소가 되는  $g(x)$  를 구하고 이때의  $S$  의 값을 구하시오. [10점]

### 3. 출제 의도

함수의 그래프로 주어지는 부분의 넓이가 최소가 되는 경우를 부분적분법에 의해 계산할 수 있는지를 평가한다.

### 4. 출제 근거

#### 1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정” <input type="checkbox"/> 수학 <input type="checkbox"/> 수학 I <input type="checkbox"/> 수학 II <input checked="" type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계					
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 미적분			
	(가),(나)	성취기준 1	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용 할 수 있다.			

#### 2) 자료 출처

##### 가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
미적분	이준열외	천재교육	2020	155-159	(가), (나)	
미적분	권오남외	(주)교학사	2020	158-161	(가), (나)	

##### 나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

### 5. 문항 해설

곡선과 직선에 의해 결정되는 부분의 넓이가 최소가 되는 경우를 구하는 문제이다. 함수의 미분을 통하여 함수의 개형을 관찰하면 주어진 부분의 넓이는 직선이 곡선에 접할 때 최소임을 알고 영역의 넓이를 부분적분법을 이용하여 구하는 문제이다.



## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(1-1)	곡선 $y = f(x)$ 의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선 $y - (t-2)^2 e^t = t(t-2)e^t(x-t)$ 를 구하면	5점
	두 접선 $y = 0$ , $y = -ex + 2e$ 를 구하면	5점
(1-2)	$\int (x-2)^2 e^x dx = (x^2 - 6x + 10)e^x + C$ 를 구하면	5점
	$S = 16 - 2e^2$ 을 구하면	5점
(1-3)	$g(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 일 때 $S$ 가 최소임을 보이면	5점
	$S$ 의 최솟값이 $\frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$ 임을 보이면	5점

## 7. 예시 답안

(1-1) 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선은

$$y - (t-2)^2 e^t = t(t-2)e^t(x-t)$$

이다. 이 직선이  $(2, 0)$ 을 지나므로  $t = 1$ 이거나  $t = 2$ 이다.

따라서 구하고자 하는 직선은

$$y = 0, \quad y = -ex + 2e$$

이다.

(1-2)  $f'(x) = x(x-2)e^x$ 이므로  $a = 0$ ,  $b = 2$ 이다. 제시문 (가)의 부분적분법을 이용하면

$$\int x e^x dx = (x-1)e^x + C \text{이므로 제시문 (나)에 의해}$$

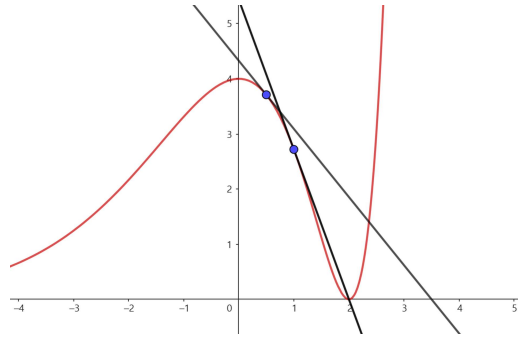
$$\int (x-2)^2 e^x dx = (x^2 - 6x + 10)e^x + C$$

이다. 그러므로

$$S = \int_0^2 [6 - 3x - (x-2)^2 e^x] dx = \left[ 6x - \frac{3}{2}x^2 - (x^2 - 6x + 10)e^x \right]_0^2 = 16 - 2e^2$$

이다.

(1-3)  $S$ 가 최소일 때, 직선  $y = g(x)$ 는 곡선  $y = f(x)$ 에 접하므로  $g(x) = f(t) + f'(t)(x-t)$ 로 쓸 수 있다. (1-1)의 결과와 함수  $y = f(x)$ 의 그래프에 의해  $-1 \leq t \leq 1$ 이다.



한편  $g(x) = f(t) + f'(t)(x-t)$ 일 때의  $S$ 를  $h(t)$ 로 두면

$$h(t) = \int_{-1}^2 [f(t) + f'(t)(x-t) - f(x)] dx = 3f(t) + \left(-3t + \frac{3}{2}\right)f'(t) - \int_{-1}^2 f(x) dx$$

이고

$$\frac{dh}{dt} = \left(-3t + \frac{3}{2}\right)f''(t) = -3\left(t - \frac{1}{2}\right)(t^2 - 2)e^t$$

이다. 따라서  $S$ 는  $t = \frac{1}{2}$ 일 때 최솟값

$$3f\left(\frac{1}{2}\right) - \int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{27}{4}\sqrt{e} - [(x^2 - 6x + 10)e^x]_{-1}^2 = \frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$$

을 갖는다.

(별해)  $g(x)$ 가 일차식이므로  $\int_{-1}^2 g(x) dx = 3g\left(\frac{1}{2}\right)$ 이다. 그러므로

$$S = 3g\left(\frac{1}{2}\right) - \int_{-1}^2 f(x) dx \geq 3f\left(\frac{1}{2}\right) - \int_{-1}^2 f(x) dx = \frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$$

이다.  $g(x) = f\left(\frac{1}{2}\right) + f'\left(\frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right)$ 이면  $g\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right)$ 이고 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 (1-1)의 결과에 의해 구간  $[-1, 2]$ 에서  $g(x) \geq f(x)$ 이므로 위 부등식에서 등호가 성립한다.

따라서  $S$ 의 최솟값은  $\frac{27}{4}\sqrt{e} - 2e^2 + \frac{17}{e}$ 이다.

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 미적분의 부분적분법, 정적분의 활용, 접선의 방정식에 대한 내용으로 교육과정 내용을 반영하고 있음.</li> <li>- 문제를 해결하기 위해 곡선과 직선에 의해 결정되는 넓이의 범위를 고려하고, 함수의 미분을 이용하여 그래프의 개형을 관찰하는 평가요소가 핵심이므로 고등학교 교육과정 수준에 매우 적합함.</li> </ul>

항목	의견 요약
문항 유형의 적절성	- 제시문(가)는 미적분의 여러 가지 적분법 중에서 부분적분법이며, 제시문(나)는 초월함수의 부분적분법을 예로 제시하였음. 본 문제는 미분법과 적분법을 활용하는 다양한 성질이 이용되고 있으나, 부분적분에 익숙하지 않는 학생들에게 제시문이 도움이 되었을 것으로 보임.
문항 난이도의 적절성	- 학생들에게 익숙한 유형이며, 대학수학능력시험에서 상위권 변별을 위해 다루지는 내용으로, 발문이 명료하게 제시됨. 제시문의 가독성은 매우 양호하다 판단됨. - 미적분의 교육과정 내에서 학생들의 수학적 사고력을 평가하기 위한 내용과 소재로써 학생들에게는 익숙한 형태임. 우수한 문항으로 판단됨.
채점 기준의 적절성	- 채점기준은 교육과정 내에서 적절하며, 부분점수가 존재하므로 학생들 입장에서 제시되고 있음.

## 문항카드 6

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	■ 오전 □ 오후
			□의예과 1번 ■의예과 2번 □의예과 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅱ, 미적분	
	핵심개념 및 용어	연속함수, 사잇값 정리, 정적분, 부분적분법	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

### 2. 문항 및 자료

문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [부분적분법] 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

이다.

(나) [사잇값의 정리] 함수  $f(x)$ 가 닫힌구간  $[a, b]$ 에서 연속이고  $f(a) \neq f(b)$ 이면  $f(a)$ 와  $f(b)$  사이에 있는 임의의  $k$ 에 대하여  $f(c) = k$ 인  $c$ 가 열린구간  $(a, b)$ 에 적어도 하나 존재한다.

(※) 함수

$$f(x) = \pi x \sin(\pi x)$$

에 대하여 다음 질문에 답하시오.

(2-1) 정수  $n$ 에 대하여  $\int_n^{n+1} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [5점]

(2-2) (a)  $0 \leq a < b < c \leq 6$ 인 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$ 의 최댓값  $M$ 과 최솟값  $m$ 을 구하시오. [10점]

(b)  $m < k < M$ 인 임의의 실수  $k$ 에 대하여

$$\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx = k$$

를 만족하는 실수  $a, b, c$  ( $0 < a < b < c < 6$ )가 존재함을 보이시오. [10점]

### 3. 출제 의도

이 문항은 정적분과 함수의 그래프와 관련된 넓이로 해석하여 정적분으로 나타내진 함수의 증가와 감소, 사잇값의 정리를 잘 이해하고 있는지 평가한다.

### 4. 출제 근거

#### 1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”		
	<input type="checkbox"/> 수학 <input type="checkbox"/> 수학 I <input checked="" type="checkbox"/> 수학 II <input checked="" type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계		
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 수학 II, 미적분
	(가)	성취기준 1	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	(나)	성취기준 2	[수학 II] - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 [12수학 II 01-04] 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	(나)	성취기준 3	[수학 II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학 II 03-03] 정적분의 뜻을 안다.

#### 2) 자료 출처

##### 가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
미적분	권오남 외	(주)교학사	2020	151-161	(가)	
미적분	이준열 외	천재교육	2020	155-157	(가)	
수학 II	권오남 외	(주)교학사	2020	40-41	(나)	
수학 II	이준열 외	천재교육	2020	38-39	(나)	

##### 나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

## 5. 문항 해설

(2-1) 부분적분법을 이용하여 간단한 함수의 정적분을 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

(2-2) (a) 정적분을 그래프와 관련된 넓이로 해석하여 정적분으로 주어진 함수의 증가/감소를 이해하는지 평가하는 문제이다.

(b) 상황에 적절한 정적분으로 주어진 함수를 구성해서 사잇값의 정리를 활용한 증명을 할 수 있는지 평가하는 문제이다.

## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(2-1)	$\int_n^{n+1} f(x)dx = (-1)^n(2n+1)$ 를 구하면	5점
(2-2) (a)	최댓값/최솟값일 때 $a, b, c$ 가 정수여야 함을 파악하면	3점
	최댓값/최솟값을 구하는 정확한 논리를 제시하면	3점
	$M=20, m=-16$ 을 구하면	4점
(2-2) (b)	$h(x) = \int_{3+x}^{4+x} f(t)dt - \int_{4+x}^{5+x} f(t)dt$ 등의 적당한 연속함수를 찾으면	7점
	사잇값의 정리를 언급하여 증명을 완성하면	3점

## 7. 예시 답안

(2-1) 부분적분법을 이용하면

$$\begin{aligned}
 \int_n^{n+1} f(x)dx &= [-x \cos \pi x]_n^{n+1} + \int_n^{n+1} \cos \pi x dx \\
 &= n \cos n\pi - (n+1) \cos (n+1)\pi = (-1)^n n - (-1)^{n+1} (n+1) \\
 &= (-1)^n (2n+1)
 \end{aligned}$$

이다.

(2-2) (a)  $\int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$ 가 최대가 되는  $a, b, c$ 의 값을 각각  $a_1, b_1, c_1$ 이라고 하자. 그러면  $a_1, b_1, c_1$ 은 모두 정수이다. 왜냐하면  $a_1$ 이 정수가 아니라면  $f(a_1) > 0$  또는  $f(a_1) < 0$ 인데,  $f(a_1) > 0$ 이라면  $a$ 의 값이  $a_1$ 보다 약간 작아지면  $\int_a^{b_1} f(x)dx - \int_{b_1}^{c_1} f(x)dx$ 의 값은 더 커지고,  $f(a_1) < 0$ 이라면  $a$ 의 값이  $a_1$ 보다 약간

커지면  $\int_a^{b_1} f(x) dx - \int_{b_1}^{c_1} f(x) dx$ 의 값이 더 커지기 때문이다. 마찬가지로 이유로  $b_1, c_1$ 도 정수이다.

이때  $a_1$ 은 짝수이다. 왜냐하면  $a_1$ 이 홀수라면 구간  $(a_1 - 1, a_1)$ 에서  $f(x) > 0$ 이므로  $\int_{a_1-1}^{b_1} f(x) dx - \int_{b_1}^{c_1} f(x) dx$ 의 값이  $\int_{a_1}^{b_1} f(x) dx - \int_{b_1}^{c_1} f(x) dx$ 보다 크기 때문이다. 마찬가지로  $b_1$ 은 홀수이고  $c_1$ 은 짝수이다.

$b_1$ 이 홀수이고  $a_1, c_1$ 이 짝수일 때  $\int_{a_1}^{b_1} f(x) dx - \int_{b_1}^{c_1} f(x) dx$ 이 최대하려면  $b_1 - a_1 = 1$ 이어야 한다. 왜냐하면 고정된 홀수  $b_1$ 에 대하여  $\int_a^{b_1} f(x) dx$ 는  $a$  ( $a < b_1$ )가 짝수 중에서  $a = b_1 - 1$ 일 때 최대이기 때문이다.

이 중에서  $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$ 는  $a, b, c$ 가 각각 4, 5, 6일 때 최대이고  $M = 20$ 이다.

마찬가지로  $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$ 의 최솟값은  $b$ 가 짝수이고  $b - a = 1$ 일 때 얻어진다. 실제로  $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$ 는  $a, b, c$ 가 각각 3, 4, 5일 때 최소이고  $m = -16$ 이다.

(2-2) (b) 함수  $h(x)$ 를 닫힌구간  $[0, 1]$ 에서  $h(x) = \int_{3+x}^{4+x} f(t) dt - \int_{4+x}^{5+x} f(t) dt$ 라고 정의하면,

$h(x) = 2 \int_3^{4+x} f(t) dt - \int_3^{5+x} f(t) dx - \int_3^{3+x} f(t) dt$ 이므로 적분과 미분의 관계로부터  $h(x)$ 는 미분가능하므로 연속이고  $h(0) = m$ ,  $h(1) = M$ 이므로, 제시문(나) 사잇값의 정리에 의하여  $m < k < M$ 인 임의의 실수  $k$ 에 대하여  $h(t) = k$ 인  $t$ 가 구간  $(0, 1)$ 에 존재한다. 모든  $0 < t < 1$ 에 대하여  $h(t)$ 는 항상  $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$  (단,  $0 < a < b < c < 6$ )의 꼴이므로, 문제와 같이  $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx = k$ 를 만족하는 실수  $a, b, c$ 가 존재한다.

[(2-2) (b)의 별해] 구간  $[4, 5]$ 에서  $h_1(x) = \int_3^x f(t) dt - \int_x^5 f(t) dt$ 라고 하면, 구간에서  $h_1(x)$ 는 연속이고  $h_1(4) = -16$ ,  $h_1(5) = 2$ 이므로  $-16 < k < 2$ 일 때  $h_1(x) = k$ 인  $x$  ( $4 < x < 5$ )가 사잇값의 정리에 의해 존재한다. 한편 구간  $[5, 6]$ 에서  $h_2(x) = \int_4^x f(t) dt - \int_x^6 f(t) dt$ 라고 하면, 구간에서  $h_2(x)$ 는 연속이고  $h_2(5) = 20$ ,  $h_2(6) = -2$ 이므로  $-2 < k < 20$ 일 때  $h_2(x) = k$ 인  $x$  ( $5 < x < 6$ )가 사잇값의 정리에 의해 존재한다. 두 사실로부터 문제와 같이  $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx = k$ 를 만족하는 실수  $a, b, c$  (단,  $0 < a < b < c < 6$ )가 존재한다.

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 이 문항은 여러 가지 적분법과 함수의 그래프의 증가와 감소, 사잇값 정리 등의 성질을 이용하여 해결하는 문항이므로 고등학교 교육과정 내용을 반영하고 있음.</li> <li>- 2-1은 간단히 부정적분법을 할 수 있는지 평가하는 문항이고, 2-2(a)는 정적분을 그래프와 관련된 넓이로 해석하여 함수의 증가와 감소를 파악할 수 있는지 묻는 문항임.</li> </ul>

항목	의견 요약
	2-2(b)는 사잇값 정리를 이용하여 정적분으로 나타내어진 함수의 성질을 증명하는지 묻는 문항임. 본 문항의 수준(난이도)는 고등학교 교육과정 내에서 수학적 역량이 우수한 학생들을 변별하기 위한 문제로 적합하다고 판단됨.
문항 유형의 적절성	- 의예과 2번 문항은 그래프의 넓이를 이해하고 정적분으로 나타내어진 함수의 증가와 감소를 이해하는지 묻고 있으며, 사잇값 정리를 이용하여 조건을 만족시키는 실수의 존재성을 보이는 문항으로 직관적 사고와 수학적 의사소통력, 논리적/종합적 사고력을 평가하는 수준이 높은 문항임.
문항 난이도의 적절성	- 일반 고등학생 수준을 고려하면 난이도는 높은 문항임. 의예과 학생 선발을 위한 문항으로 상위권 학생을 변별하기에 적절한 난이도로 출제되었다고 판단됨.
채점 기준의 적절성	- 2-2번의 채점기준은 세부적이기 보다 ‘정수임을 파악’, ‘정확한 논리’, ‘적당한 함수’등의 추상적인 단어가 포함되어, 채점시 정성적 부분이 있었을 것으로 예상되나 고등학교 교육과정 내의 평가요소에서 판단하고 있음.



## 문항카드 7

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	■ 오전 □ 오후
			□의예과 1번 □의예과 2번 ■의예과 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 I	
	핵심개념 및 용어	경우의 수, 귀류법, 함수, 일대일대응	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

### 2. 문항 및 자료

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [곱의 법칙] 두 사건 A, B에서 사건 A가 일어나는 경우의 수가  $m$ 이고, 그 각각의 경우에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가  $n$ 일 때, 사건 A에 잇달아 사건 B가 일어나는 경우의 수는  $m \times n$ 이다.

(나) 일대일대응  $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ 에 대하여  $\sum_{i=1}^n f(i) = \frac{n(n+1)}{2}$ 이다.

(다) 어떤 명제가 참임을 증명할 때, 명제의 결론을 부정하여 가정한 사실 또는 이미 알려진 사실에 모순이 생김을 보이면 된다. 이처럼 증명하는 방법을 귀류법이라 한다.

(※)  $n$ 은 3 이상의 정수이다. 한 변의 길이가 1인 정 $n$ 각형  $P_1P_2 \cdots P_n$ 의 각 꼭짓점  $P_i$  위에 동전  $R_i$ 가 놓여있다. 함수  $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ 에 대하여 다음의 시행을 한다.

모든  $1 \leq i \leq n$ 에 대하여 동전  $R_i$ 를 정 $n$ 각형  $P_1P_2 \cdots P_n$ 의 둘레를 따라 시계 방향으로  $f(i)$ 만큼 옮긴다.

예를 들어,  $n=4$ 일 때,  $f(1)=3, f(2)=4, f(3)=1, f(4)=1$ 이면 동전  $R_1, R_2, R_3, R_4$ 는 시행 후 각각  $P_4, P_2, P_4, P_1$ 로 이동한다.

함수  $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ 이 다음 조건을 만족하면  $f$ 를 '공평한 함수'라 하자.

(조건) 시행 후 정 $n$ 각형  $P_1P_2 \cdots P_n$ 의 각 꼭짓점에는 정확히 하나의 동전이 놓인다.

예를 들어,  $n=4$ 일 때,  $f(1)=2, f(2)=4, f(3)=1, f(4)=1$ 이면 동전  $R_1, R_2, R_3, R_4$ 는 시행

후 각각  $P_3, P_2, P_4, P_1$ 로 이동하므로  $f$ 는 공평한 함수이다

(3-1) 공평한 함수의 개수를  $n$ 의 식으로 나타내시오. [10점]

(3-2) (a)  $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ 이 공평한 함수이고, 모든  $k = 1, 2, \dots, n$ 에 대하여  $f(k) \leq n-1$ 일 때,  $g(x) = f(x) + 1$ 로 정의된 함수  $g: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ 도 공평한 함수임을 보이시오. [5점]

(b) 공평한 함수  $f: \{1, 2, \dots, 9\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 9\}$ 의 치역이  $\{a, b\}$  ( $1 \leq a < b \leq 9$ )라 하자. 5 이상의 자연수 중  $b-a$ 의 값으로 가능한 것을 모두 찾으시오. [10점]

(3-3)  $n$ 이 짝수일 때 공평한 일대일 대응  $f$ 가 존재하지 않음을 보이시오. [10점]

### 3. 출제 의도

지문에서 주어진 상황을 논리적으로 해석하고 분석하는 능력을 평가한다. 문제에서 주어진 조건으로부터 문제 해결에 필요한 핵심 아이디어를 찾고 활용하는 능력을 평가한다. 또한, 수의 기본적인 성질(정수의 짝수, 홀수, 약수, 배수 관계 등)을 다루는 능력과 귀류법을 이용하여 문제를 해결하는 능력을 평가한다.

### 4. 출제 근거

1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”		
	<input checked="" type="checkbox"/> 수학 <input checked="" type="checkbox"/> 수학 I <input type="checkbox"/> 수학 II <input type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계		
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 수학 II, 미적분
	(가)	성취기준 1	[수학] - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.
	(나)	성취기준 2	[수학 I] - (3) 수열 - ② 수열의 합 [12수학I 03-04] $\sum$ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	(다)	성취기준 3	[수학] - (3) 수와 연산 - ② 명제 [10수학03-07] 대우를 이용한 증명법과 귀류법을 이해한다.

2) 자료 출처

가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부

수학	김원경 외	비상교육	2020	245	(가)	
수학	류희찬 외	천재교과서	2020	260	(가)	
수학I	김원경 외	비상교육	2020	139	(나)	○
수학I	박교식 외	동아출판	2020	127	(나)	○
수학	김원경 외	비상교육	2020	190	(다)	
수학	류희찬 외	천재교과서	2020	201	(다)	

나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

## 5. 문항 해설

- (3-1) 공평한 함수의 개수를  $f(1), \dots, f(n)$ 이 가질 수 있는 값의 경우의 수를 이용하여 구하는 문제이다.  
 (3-2) 주어진 조건을 변형하여 지역의 원소의 개수가 2인 공평한 함수를 찾는 문제이다.  
 (3-3) 자연수의 약수 배수 관계를 고려하여,  $n$ 이 짝수일 때는 공평한 일대일대응이 존재할 수 없음을 증명하는 문제이다.

## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(3-1)	공평한 함수의 개수를 구하는 타당한 방법을 제시하면	3점
	공평한 함수의 개수가 $n!$ 임을 보이면	7점
(3-2) (a)	$g(x)$ 가 공평한 함수임을 보이면	5점
(3-2) (b)	$b-a$ 가 5, 7, 8인 경우에 불가능함을 명확하게 보이면	6점
	$b-a$ 가 6인 공평한 함수를 하나 찾으면	4점
(3-3)	동전 $R_i$ 가 점 $P_k$ 로 이동할 때 $i + f(i) - k$ 가 $n$ 의 배수임을 보이면	4점
	동전이 이동한 거리의 합이 $\frac{n(n+1)}{2}$ 임을 보이면	3점
	$n$ 이 짝수일 때 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이 $n$ 의 배수가 아님을 이용하여 공평한 함수가 존재하지 않음을 보이면	3점

## 7. 예시 답안

(3-1) 함수  $f: \{1, 2, \dots, n\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$ 이 공평한 함수가 되도록  $f(1)$ 부터  $f(n)$ 까지 값을 차례대로 정하자.  $f(1)$ 의 값으로 가능한 것은 1부터  $n$ 까지  $n$ 가지 경우가 있다.  $f(1)$ 의 값을 정한 후에,  $f(2)$ 의 값은, 시행 후  $R_2$ 가  $R_1$ 과 겹치지 않아야 하므로  $n-1$ 가지 경우가 있다. 같은 방법으로  $f(3)$ 의 값은, 시행 후  $R_3$ 가  $R_1$  또는  $R_2$ 와 겹치지 않아야 하므로,  $n-2$ 가지 경우가 있고, ...,  $f(n)$ 의 값은 시행 후  $R_n$ 이  $R_1, R_2, \dots, R_{n-1}$ 과 겹치지 않아야 하므로 1가지 경우가 있다. 따라서 곱의 법칙에 의하여 공평한 함수  $f$ 의 개수는  $n!$ 이다.

(3-2) (a) 함수  $g$ 로 시행을 하여 동전을 옮기면, 함수  $f$ 로 시행을 하여 동전을 옮긴 후 시계 방향으로 1만큼씩 더 옮긴 것과 같다. 동전은 모두 다른 꼭짓점 위로 옮겨지므로  $g$ 는 공평한 함수이다.

(3-2) (b) 치역이  $\{a, b\}$ 인 공평한 함수가 존재하면, (3-2) (a)에 의하여 치역이  $\{a-b+9, 9\}$ 인 공평한 함수가 존재한다. 이때, 치역의 두 원소의 차는 변화가 없으므로  $b=9$ 이고,  $9-a \geq 5$ , 즉,  $a=1, 2, 3, 4$ 인 경우만 고려하면 된다.

정9각형 위에 있는 9개의 동전 중 일부는 시계 방향으로 9만큼 옮기고, 나머지는 시계 방향으로  $a$ 만큼 옮긴다. 9만큼 옮기면 원래 있던 꼭짓점으로 돌아오므로, 움직이지 않는 것으로 간주할 수 있다. 시행을 할 때, 옮기지 않는 동전과  $a$ 만큼 옮기는 동전이 각각 적어도 하나씩 존재하므로, 정9각형 위에는  $R$ 은 옮기지 않고,  $R'$ 은 시계 방향으로  $a$ 만큼 옮기는 시계 방향으로 연속하여 위치한 두 동전  $R, R'$ 이 존재한다.

정 $n$ 각형을 적당히 회전하여  $R=R_9$ ,  $R'=R_1$ , 즉,  $f(9)=9$ ,  $f(1)=a$ 라고 가정할 수 있다. 이때 시행 후 동전  $R_9$ 는  $P_9$  위에 그대로 남아있고,  $R_1$ 은  $P_{1+a}$ 로 이동한다. 시행 후 동전의 위치가 겹치지 않으므로 원래  $P_{1+a}$  위에 있던 동전  $R_{1+a}$ 는 이동해야 한다. 따라서  $f(1+a)=a$ 이고,  $R_{1+a}$ 는  $P_{1+2a}$ 로 이동한다. 그러면  $P_{1+2a}$  위에 있던 동전  $R_{1+2a}$ 도 이동해야 하고,  $f(1+2a)=a$ 이다. 이와 같은 방법으로 시행 후 동전의 위치를 보면 다음과 같다.

$a=1$ 인 경우,  $R_1$ 은  $P_2$ ,  $R_2$ 는  $P_3$ , ...,  $R_8$ 은  $P_9$ 로 이동한다.

$a=2$ 인 경우,  $R_1$ 은  $P_3$ 로,  $R_3$ 는  $P_5$ 로,  $R_5$ 는  $P_7$ 로,  $R_7$ 은  $P_9$ 로 이동한다.

$a=4$ 인 경우,  $R_1$ 은  $P_5$ 로,  $R_5$ 는  $P_9$ 로 이동한다.

위의 세 가지 경우에는  $P_9$  위에 적어도 두 개의 동전이 위치하게 되어 공평한 함수가 될 수 없다. 따라서,  $a=1, 2, 4$ 인 공평한 함수는 존재하지 않는다.

$a=3$ 인 경우에는,

$$f(k) = \begin{cases} 3 & k=1, 4, 7 \\ 9 & k=2, 3, 5, 6, 8, 9 \end{cases}$$

로 정의하면 공평한 함수가 된다. 이때  $b-a$ 의 값은 6이다.

따라서 5 이상의 자연수 중  $b-a$ 의 값으로 가능한 것은 6뿐이다.

(3-3) 귀류법으로 공평한 일대일대응이 존재하지 않음을 보이자. 공평한 일대일대응  $f$ 가 존재한다고 가정하자.

각각의  $i$ 에 대하여, 시행 후 동전  $R_i$ 의 위치를  $P_k$ 라 하면,  $i + f(i) = k$ 이거나  $i + f(i) = n + k$ 이다. 즉,  $i + f(i) - k$ 는  $n$ 의 배수이다. 따라서 모든 동전  $R_i$ 에 대하여  $(i + f(i) - k)$ 의 값을 모두 더하면 그 값은  $n$ 의 배수가 된다. 또한 공평한 함수의 정의에 의하여 시행 후에는 각각의  $1 \leq k \leq n$ 에 대하여  $P_k$ 에 정확히 하나의 동전이 놓인다. 따라서 모든 동전  $R_i$ 에 대하여  $(i + f(i) - k)$ 의 값을 더한 것은  $\sum_{i=1}^n (i + f(i)) - \sum_{k=1}^n k$ 와 같고,  $f$ 는 일대일 대응이므로 제시문(나)에 의하여

$$\sum_{i=1}^n (i + f(i)) - \sum_{k=1}^n k = \sum_{i=1}^n f(i) = 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

이다.

그런데  $n$ 이 짝수이므로  $\frac{n(n+1)}{2} = \frac{n}{2} \cdot n + \frac{n}{2}$ 은  $n$ 으로 나눈 나머지가  $\frac{n}{2}$ 으로  $n$ 의 배수가 될 수 없다. 이는 모순이다. 따라서 공평한 일대일대응은 존재하지 않는다.

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 수학, 수학 I 교과에서 함수의 개수 함수의 성질(일대일 대응), 귀류법 등의 내용으로 고등학교 교육과정의 내용을 다루고 있음.</li> <li>- 수학, 수학I에서 다루는 내용과 수학적 성질을 이용하여 새롭게 정의된 공평한 함수의 무제에 대한 창의적인 문제를 해결 할 수 있는지를 교육과정 내에서 평가하고 있음.</li> </ul>
문항 유형의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 새롭게 정의된 함수에 대하여 수학 및 수학 I의 내용과 용어, 수학적 성질을 이용하여 해결하는 문항으로 분석능력, 사고력을 평가할 수 있는 적절한 유형의 문제임.</li> </ul>
문항 난이도의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 새롭게 정의된 공평한 함수의 <math>n</math>에 대한 관계식(3-1), 공평한 함수를 보이는 과정(3-2-a), <math>b-a</math>의 값의 검색(3-2-b), 공평한 일대일 함수의 존재성(3-3)의 문제해결 과정이 수험생들에게 모두 익숙한 유형이 아니지만, 의예과 학생을 변별하는 문항으로 논술 문항의 난이도는 적절하다고 판단됨.</li> </ul>
채점 기준의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 3-3번 문항은 타당한 방법, 공평한 함수임을 증명, 공평한 일대일대응의 존재성 증명 등 서술형 답안임. 채점기준의 하위문항별 세부부분점수를 구분하여 수험생들의 답안을 평가하게 구성되었으므로 적절함.</li> </ul>

## 문항카드 8

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사   □ 면접 및 구술고사   □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	□ 오전   ■ 오후
			■ 1번   □ 2번   □ 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 II	
	핵심개념 및 용어	미분계수, 함수의 최댓값과 최솟값, 두 직선의 수직 조건, 함수의 극한	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

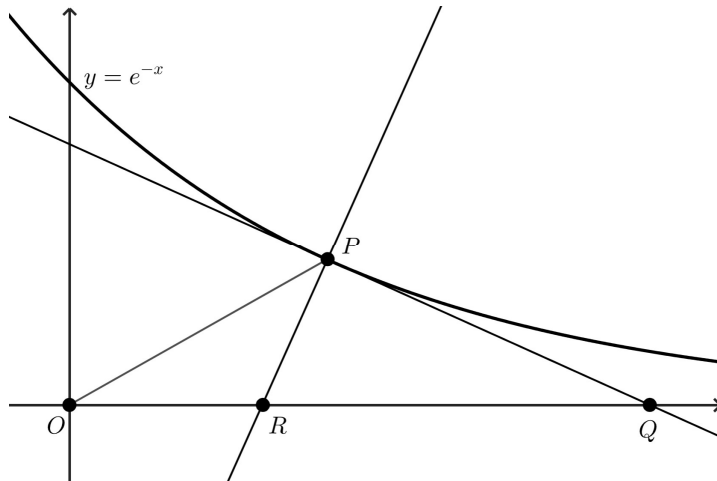
### 2. 문항 및 자료

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

[두 직선의 수직 조건] 두 직선  $y = mx + n$  과  $y = m'x + n'$  에서

- (i) 두 직선이 서로 수직이면  $mm' = -1$  이다.
- (ii)  $mm' = -1$  이면 두 직선은 서로 수직이다.

※ 좌표평면에서 원점을  $O$ 라 하자. 실수  $t(t \geq 1)$ 에 대하여 함수  $f(x) = e^{-x}$ 의 그래프 위의 한 점  $P(t, e^{-t})$ 에서의 접선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하고, 점  $P$ 를 지나고 접선에 수직인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $R$ 이라 하자.



(1-1) 삼각형  $OPQ$ 의 넓이  $A(t)$ 를  $t$ 의 식으로 나타내시오. [10점]

(1-2)  $(2t-1)A(t)$ 의 최댓값을 구하시오. [10점]

(1-3) 삼각형  $OPQ$ 의 내접원의 반지름을  $r$ 이라 하고, 삼각형  $PQR$ 의 넓이를  $S$ 라 할 때,  
 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r}{S}$ 의 값을 구하시오. [10점]

### 3. 출제 의도

미분과 관련하여 접선의 방정식을 구할 수 있고, 주어진 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는지를 평가한다. 또한 극한 계산을 할 수 있는지를 평가한다.

### 4. 출제 근거

1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”		
	<input checked="" type="checkbox"/> 수학 <input type="checkbox"/> 수학 I <input checked="" type="checkbox"/> 수학 II <input type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계		
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 수학, 수학 II
	제시문	성취기준 1	[수학] - (2) 기하 - ② 직선의 방정식 [10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다.
		성취기준 2	[수학 II] - (2) 미분 - ① 미분계수 [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
		성취기준 3	[수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
		성취기준 4	[수학 II] - (1) 함수의 극한과 연속 - ① 함수의 극한 [12수학II01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

2) 자료 출처

가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
수학	권오남 외	교학사	2020	123	제시문	
수학	홍성복 외	지학사	2020	133	제시문	

나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

## 5. 문항 해설

- (1-1) 주어진 곡선을 정의하는 함수의 미분계수가 접선의 기울기가 됨을 이용하면 제시문에 의해서 접선의 방정식을 구하고 삼각형의 면적을 구하는 문제이다.
- (1-2) 미분가능한 함수의 미분계수가 양수인 경우 그 주변에서 함수값이 증가하고, 음수인 경우 함수값이 감소하므로 도함수의 부호를 판별함으로써 최대, 최소를 구분하는 문제이다.
- (1-3) 삼각형의 넓이를 내접원의 반지름과 세변의 길이를 이용하여 나타내면 내접원의 반지름을 주어진 변수로 나타내고,  $\lim_{t \rightarrow \infty} 1/t = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-t} = 0$ 임을 이용하여 주어진 극한을 구하는 문제이다.

## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(1-1)	직선 $PQ$ 의 방정식 $y = -e^{-t}(x-t) + e^{-t}$ 을 구하면	5점
	$A(t)$ 를 $t$ 의 식 $A(t) = \frac{(t+1)e^{-t}}{2}$ 으로 나타내면	5점
(1-2)	$(2t-1)A(t)$ 의 도함수 $\frac{1}{2}(2-t)(1+2t)e^{-t}$ 을 구하면	5점
	최댓값 $\frac{9}{2e^2}$ 를 구하면	5점
(1-3)	$r = \frac{(t+1)e^{-t}}{(\sqrt{t^2 + (e^{-t})^2} + \sqrt{1 + (e^{-t})^2} + t + 1)}$ 을 구하면	3점
	$S = \frac{(1 + e^{-2t})e^{-t}}{2}$ 을 구하면	3점
	극한값 1을 구하면	4점

## 7. 예시 답안

(1-1) 직선  $PQ$ 의 기울기는  $-e^{-t}$ 이고,  $(t, e^{-t})$ 를 지나므로 직선  $PQ$ 의 방정식은  $y = -e^{-t}(x-t) + e^{-t}$ 이 되고,  $Q$ 의 좌표는  $(t+1, 0)$ 이 된다. 따라서 삼각형  $OPQ$ 의 넓이  $A(t)$ 는



$A(t) = \frac{(t+1)e^{-t}}{2}$ 이 된다.

(1-2) 함수  $g(t) = (2t-1)A(t) = \frac{1}{2}(2t-1)(t+1)e^{-t} = \frac{1}{2}(2t^2+t-1)e^{-t}$ 이라 하면  
 $g'(t) = \frac{1}{2}(2-t)(1+2t)e^{-t}$ 이므로  $1 \leq t < 2$ 에서  $g'(t) > 0$ 이고  $2 < t$ 에서  $g'(t) < 0$ 이므로  $t=2$ 에서 최댓값을 갖는다.

따라서  $g(2) = \frac{9}{2e^2}$ 가 최댓값이 된다.

(1-3) 선분  $OP$ 의 길이는  $\sqrt{t^2 + (e^{-t})^2}$ , 선분  $PQ$ 의 길이는  $\sqrt{1 + (e^{-t})^2}$ , 선분  $OQ$ 의 길이는  $t+1$ 이다.

삼각형  $OPQ$ 의 넓이는  $\frac{(t+1)e^{-t}}{2}$ 이고 내접원의 반지름을 이용하여 삼각형  $OPQ$ 의 넓이를 표현하면  $\frac{1}{2}r(\overline{OP} + \overline{PQ} + \overline{OQ}) = \frac{(t+1)e^{-t}}{2}$ 이므로  $r = \frac{(t+1)e^{-t}}{(\sqrt{t^2 + (e^{-t})^2} + \sqrt{1 + (e^{-t})^2} + t + 1)}$ 이다.

직선  $PR$ 은 직선  $PQ$ 에 수직이므로 제시문에 의하여 직선  $PR$ 의 기울기는  $e^t$ 이고 점  $P(t, e^{-t})$ 을 지나므로 직선  $PR$ 의 방정식은  $y = e^t(x-t) + e^{-t}$ 이다. 점  $R$ 의 좌표는  $(t - e^{-2t}, 0)$ 이다. 그러므로 선분  $RQ$ 의 길이는  $1 + e^{-2t}$ 이므로 삼각형  $PQR$ 의 넓이는  $S = \frac{(1 + e^{-2t})e^{-t}}{2}$ 이다.

따라서 구하고자 하는 극한은

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r}{S} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{2(t+1)}{(\sqrt{t^2 + (e^{-t})^2} + \sqrt{1 + (e^{-t})^2} + t + 1)(1 + e^{-2t})} = 1 \text{이다.}$$

(별해) 직선  $PR$ 은 직선  $PQ$ 에 수직이므로 제시문에 의하여 직선  $PR$ 의 기울기는  $e^t$ 이고 점  $P(t, e^{-t})$ 을 지나므로

직선  $PR$ 의 방정식은  $y = e^t(x-t) + e^{-t}$ 이므로 점  $R$ 의 좌표는  $(t - e^{-2t}, 0)$ 이다.  
 그러므로  $\overline{RQ} = (t+1) - (t - e^{-2t}) = 1 + e^{-2t}$ 이다.

삼각형의 넓이를 내접원의 반지름에 대하여 표현하면  $\frac{1}{2}r(\overline{OP} + \overline{PQ} + \overline{RQ})$ 이고,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{OP} + \overline{PQ}}{\overline{OQ}} = 1$ 이므로 점  $P$ 에서  $x$ 축까지의 거리를  $h$ 라 하면

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{r}{S} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\frac{\overline{OQ} \cdot h}{\overline{OP} + \overline{PQ} + \overline{OQ}}}{\frac{1}{2} \overline{RQ} \cdot h} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} \cdot 1} = 1 \text{이다.}$$

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 미분계수, 함수의 최댓값과 최솟값, 두 직선의 수직 조건, 함수의 극한 내용이므로 고등학교 교육과정 내용이 반영되었음.</li> <li>- 본 문제를 해결하는데, 삼각형의 넓이, 여러 가지 함수의 극한, 함수의 증가와 감소 등이 활용되므로 고등학교 교육과정의 수준에 적합함.</li> </ul>
문항 유형의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 그래프의 접선의 방정식과 법선의 방정식을 구하고, 곡선과 직선의 접점, 직선과 <math>x</math>축이 만나는 점들로 이루어진 삼각형의 넓이, 여러 가지 함수의 극한을 구하는 문제이므로 수학적 사고력을 평가하는 유형의 문제로 적절함.</li> </ul>
문항 난이도의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 고등학교 교육과정에서 익숙하게 다뤄지는 수학 문제의 유형으로 일반 고등학교 수준을 고려할 때, 본 논술 문항의 난이도는 매우 적절하다고 판단됨.</li> </ul>
채점 기준의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 각 단계별 부분점수를 부여하고 있으므로 채점 기준이 잘 구성되었으며, 각 단계별 기준이 고등학교 교육과정에 근거하고 있음.</li> </ul>

## 문항카드 9

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사   □ 면접 및 구술고사   □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	<input type="checkbox"/> 오전 <input checked="" type="checkbox"/> 오후
			<input type="checkbox"/> 1번 <input checked="" type="checkbox"/> 2번 <input type="checkbox"/> 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학 II	
	핵심개념 및 용어	극댓값과 극솟값, 삼차방정식, 항등식, 정적분, 함수의 극한	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

### 2. 문항 및 자료

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 계수가 실수인 삼차다항식  $x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 실수  $\alpha, \beta, \gamma$ 에 대해  $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$ 로 인수분해 되는 경우, 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 은 세 실근  $\alpha, \beta, \gamma$ 를 갖는다고 한다. (단,  $\alpha, \beta, \gamma$ 의 값이 서로 다를 필요는 없다.)

(나) 계수가 실수인 삼차방정식  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 이 세 실근  $\alpha, \beta, \gamma$ 를 가지면, 등식

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

$$= x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma$$

가 성립하므로 근과 계수 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\alpha + \beta + \gamma = -a, \quad \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = b, \quad \alpha\beta\gamma = -c$$

(다) 함수  $y = (x - \alpha)^2(x - \beta)$  ( $\alpha \neq \beta$ )의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이는  $\frac{(\alpha - \beta)^4}{12}$ 이다.

(2-1) 곡선  $y = 3(x + 4)^2 + q$ 와 곡선  $y = x^3$ 이 한 점에서만 만나도록 하는 실수  $q$ 의 값의 범위를 구하시오. [10점]

(2-2) 실수  $p, q$ 에 대하여 곡선  $y = 3(x - p)^2 + q$ 와 곡선  $y = x^3$ 이  $x$ 좌표가 1보다 큰 점에서 만나고, 그 교점에서 공통의 접선을 갖는다.

(a) 두 곡선의 모든 교점의  $x$ 좌표를  $p$ 의 식으로 나타내시오. [10점]

(b) 두 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를  $A$ 라 할 때,  $\lim_{p \rightarrow -\infty} \frac{q}{A}$ 의 값을 구하시오. [15점]

### 3. 출제 의도

두 곡선 사이의 관계를 방정식으로 이해하고, 다시 방정식의 해를 함수와 상수함수의 관계로 해석할 수 있는지를 평가한다. 또한 항등식의 성질을 이용하여 두 교점의 위치를 알 때, 나머지 교점의 위치를 확인하고 극한을 계산할 수 있는지를 평가한다.

### 4. 출제 근거

#### 1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	□ 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”					
	■ 수학 □ 수학 I ■ 수학 II □ 미적분 □ 확률과 통계					
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 수학, 수학 II			
	(가)	성취기준 1	[수학] - (1) 문자와 식 - ③ 인수분해 [10수학01-04] 다항식의 인수분해를 할 수 있다.			
	(나)	성취기준 1	[수학] - (1) 문자와 식 - ② 나머지정리 [10수학01-02] 항등식의 성질을 이해한다.			
		성취기준 2	[수학] - (1) 문자와 식 - ① 다항식의 연산 [10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.			
	(다)	성취기준 1	[수학 II] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용 [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.			

#### 2) 자료 출처

##### 가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
수학	김원경 외	비상	2020	73	(가)	○
수학	황선욱 외	미래엔	2020	84	(가)	○
수학	김원경 외	비상	2020	52	(나)	○
수학	황선욱 외	미래엔	2020	61	(나)	○
수학II	김원경 외	비상	2020	130	(다)	○
수학II	이준열 외	천재교육	2020	137	(다)	○

나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

## 5. 문항 해설

- (2-1) 두 곡선의 교점의 수를 그래프의 개형을 이용하여 파악하는 문제이다.  
 (2-2)(a) 두 곡선의 교점의  $x$ 좌표를 제시문을 이용하여 구하는 문제이다.  
 (2-2)(b) 제시문을 이용하여 극한을 구하는 문제이다.

## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(2-1)	$x^3 - 3(x+4)^2$ 이 $x = -2$ 에서 극댓값 $-20$ , $x = 4$ 에서 극솟값 $-128$ 을 가지는 것을 확인하면	7점
	$q$ 의 범위 $q > -20$ , $q < -128$ 을 구하면	3점
(2-2)(a)	1보다 큰 근 $1 + \sqrt{1-2p}$ 를 구하면	5점
	나머지 근 $1 - 2\sqrt{1-2p}$ 를 구하면	5점
(2-2)(b)	$q = -3p^2 + (1 + \sqrt{1-2p})^2(1 - 2\sqrt{1-2p})$ 를 구하면	5점
	$A = \frac{27}{4}(1-2p)^2$ 을 구하면	5점
	극한값이 $-\frac{1}{9}$ 임을 구하면	5점

## 7. 예시 답안

(2-1) 두 함수의 그래프가 한 교점에서 만나는 경우는 방정식  $x^3 - 3(x+4)^2 - q = 0$ 이 한 실근만을 갖는 경우와 동치이다. 또한 이는 상수함수  $y = q$ 의 그래프와 함수  $y = x^3 - 3(x+4)^2$ 의 그래프가 한 점에서 만나는 경우와 같다. 즉, 실수  $q$ 의 값은 함수  $y = x^3 - 3(x+4)^2$ 의 극댓값보다 크거나 극솟값보다 작아야 한다.

$y' = 3(x^2 - 2x - 8) = 3(x-4)(x+2) = 0$ 이므로 함수  $y = x^3 - 3(x+4)^2$ 는  $x = -2$ 에서 극댓값  $-20$ ,  $x = 4$ 에서 극솟값  $-128$ 을 각각 갖는다. 따라서 구하고자 하는  $q$ 의 값의 범위는

$q < -128$  또는  $q > -20$ 이다.

(2-2) (a) (2-1)에서와 같이 두 그래프가  $x=t$ 에서 동일한 접선을 갖는 경우,  $3t^2 = 6(t-p)$ 을 만족하고  $t > 1$ 이므로  $t = 1 + \sqrt{1-2p}$ 이다. 제시문 (가), (나)로부터 세 근의 합은 반드시 3이어야 한다. 중근이  $1 + \sqrt{1-2p}$ 이므로 나머지 한 근은  $1 - 2\sqrt{1-2p}$ 이다. 따라서 교점의  $x$ 좌표는  $1 + \sqrt{1-2p}, 1 - 2\sqrt{1-2p}$ 가 된다.

(2-2) (b) 제시문 (나)로부터  $(1 + \sqrt{(1-2p)^2(1-2\sqrt{1-2p})}) = q + 3p^2$ 이므로  $q = (1 + \sqrt{1-2p})^2(1 - 2\sqrt{1-2p}) - 3p^2$ 이다. 또한 두 근의  $p$ 에 관한 식으로부터 제시문 (다)에 의해  $A = \frac{(1 + \sqrt{1-2p} - (1 - 2\sqrt{1-2p}))^4}{12} = \frac{27(1-2p)^2}{4}$ 을 얻는다.

따라서  $\lim_{p \rightarrow -\infty} \frac{q}{A} = \lim_{p \rightarrow -\infty} \frac{4\{(1 + \sqrt{1-2p})^2(1 - 2\sqrt{1-2p}) - 3p^2\}}{27(1-2p)^2} = \frac{4 \cdot (-3)}{27 \cdot 4} = -\frac{1}{9}$ .

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 수학, 수학Ⅱ에서 극댓값과 극솟값, 삼차방정식 및 함수의 극한, 정적분에 대한 내용이므로 고등학교 교육과정이 반영됨</li> <li>- 두 곡선이 한 점에서만 만나는 실수 <math>q</math>의 값의 범위, 접선의 성질과 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이에 대한 극한값을 구할 수 있는지 묻는 문제로, 문제를 해결하는데 필요한 역량이 고등학교 교육과정 수준에 적합함.</li> </ul>
문항 유형의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 함수의 극댓값과 극솟값의 대소를 비교하고, 제시문(나)를 활용하여 삼차방정식의 근과 계수의 관계를 적용하여 <math>x</math>의 값을 구하는 과정, 두 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이에 대한 극한을 구하는 사고 과정이 논리적이고, 종합적인 사고를 평가하고 있음.</li> </ul>
문항 난이도의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 수학Ⅱ의 내용에서 중상-상 수준의 학생들이 문제를 해결하는데 적절한 난이도를 가진 문항임.</li> <li>- 제시문은 고등학교 교육과정에서 익숙한 내용이며, 각각의 문제도 이해하기 쉽도록 발문된 문항임.</li> </ul>
채점 기준의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 채점기준은 고등학교 교육과정에 근거하여 적절하게 제시되었음.</li> </ul>

## 문항카드 10

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사   □ 면접 및 구술고사   □ 선다형고사		
전형명	논술우수자		
해당 대학의 계열(과목)	자연계열	문항번호	<input type="checkbox"/> 오전 <input checked="" type="checkbox"/> 오후
			<input type="checkbox"/> 1번 <input type="checkbox"/> 2번 <input checked="" type="checkbox"/> 3번
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	미적분	
	핵심개념 및 용어	부분적분법, 곡선의 볼록	
예상 소요 시간	40분 / 전체 120분		

### 2. 문항 및 자료

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) [부분적분법] 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 미분가능할 때

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

이다.

(나) 두 번 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 어떤 구간에서

$f''(x) > 0$ 이면 곡선  $y = f(x)$ 는 그 구간에서 아래로 볼록하고,

$f''(x) < 0$ 이면 곡선  $y = f(x)$ 는 그 구간에서 위로 볼록하다.

(※)  $0 \leq t < \pi$ 인 실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} (\sin t)x & (0 \leq x \leq t) \\ \frac{t \sin t}{t - \pi}(x - \pi) & (t < x \leq \pi) \end{cases}$$

로 정의할 때,  $S = \int_0^\pi |f(x) - x \sin x| dx$ 라 하자.

(3-1) 닫힌구간  $[0, \pi]$ 에서  $x$ 에 대한 방정식  $f(x) - x \sin x = 0$ 의 서로 다른 해의 개수를  $g(t)$ 라 할 때,  $g(t) = 4$ 를 만족하는  $t$ 의 값의 범위를 구하시오. [10점]

(3-2)  $t = \frac{\pi}{4}$ 일 때  $S$ 의 값을 구하시오. [10점]

(3-3)  $S$ 의 최댓값을 구하시오. [15점]

### 3. 출제 의도

함수의 그래프로 주어지는 부분의 넓이가 최대가 되는 경우를 부분적분법에 의해 계산할 수 있는지를 평가한다.

### 4. 출제 근거

1) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	<input type="checkbox"/> 교육부 고시 제2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정” <input type="checkbox"/> 수학 <input type="checkbox"/> 수학 I <input type="checkbox"/> 수학 II <input checked="" type="checkbox"/> 미적분 <input type="checkbox"/> 확률과 통계					
관련 성취기준	관련 제시문	성취기준	과목명: 미적분			
	(가)	성취기준 1	[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.			
	(나)	성취기준 2	[미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.			

2) 자료 출처

가) 교과서 내 자료만 활용한 경우

교과서 내						
도서명	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
미적분	이준열외	천재교육	2020	155-159	(가)	
미적분	권오남외	(주)교학사	2020	158-161	(가)	
미적분	이준열외	천재교육	2020	112-116	(나)	
미적분	권오남외	(주)교학사	2020	112-119	(나)	

나) 교과서 외 자료 등을 활용한 경우

교과서 외						
자료명(도서명)	저자	발행처	발행년도	참고쪽수	관련 제시문	재구성 여부
-	-	-	-	-	-	-

### 5. 문항 해설

두 함수의 그래프에 의한 결정되는 부분의 넓이가 최대가 되는 경우를 구하는 문제이다. 함수의 도함수, 이계도함수를 통하여 함수의 개형을 관찰하고, 주어진 부분의 넓이를 부부적분법을 이용하여 계산한다. 미분을 이용하여 주어진 부분의 넓이가 최대가 되는 때를 구하는 문제이다.



## 6. 채점 기준

하위문항번호	채점 기준	배점
(3-1)	$x = \frac{\pi}{2}$ 일 때 곡선 $y = x \sin x$ 에 접하는 직선이 원점을 지나는 것을 확인하면	5점
	$t$ 의 범위가 $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ 임을 보이면	5점
(3-2)	$\int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x + C$ 를 구하면	5점
	$S = -\frac{\sqrt{2}}{32}\pi^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + 1\right)\pi - \sqrt{2}$ 를 구하면	5점
(3-3)	$S$ 는 $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때 최댓값을 갖는 것을 보이면	5점
	$\frac{dS}{dt} = t\left(t - \frac{\pi}{2}\right)\cos t - \frac{\pi}{2}\sin t < 0$ 임을 보이면	5점
	$S$ 의 최댓값 $\pi$ 를 구하면	5점

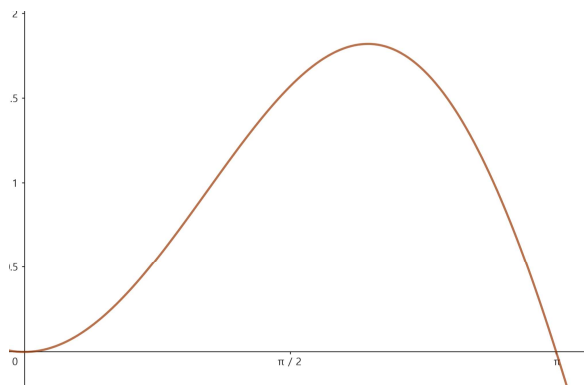
## 7. 예시 답안

(3-1)  $y = x \sin x$ 일 때,  $y' = \sin x + x \cos x$ 이다.

$y' = 0$ 이면  $\tan x = -x$ 이므로  $\sin \alpha + \alpha \cos \alpha = 0$ 인  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 가 존재한다.

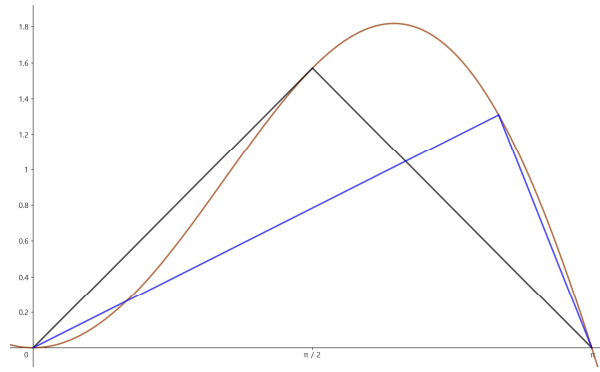
마찬가지로  $y' = 2\cos x - x \sin x$ 이고  $2\cos \beta - \beta \sin \beta = 0$ 인  $\beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 가 존재한다.

따라서 그래프의 개형은 다음과 같다.



점  $(0, 0)$ 을 지나고 곡선  $y = x \sin x$ 에 접하는 직선을 구해보자. 곡선  $y = x \sin x$ 의  $x = t$ 에서의 접선은  $y - t \sin t = (\sin t + t \cos t)(x - t)$ 이고,  $(0, 0)$ 을 지나므로  $t^2 \cos t = 0$ 이고  $t = 0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$

이다. 따라서 그래프의 개형으로부터  $g(t) = 4$ 인  $t$ 의 범위는  $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ 이다.



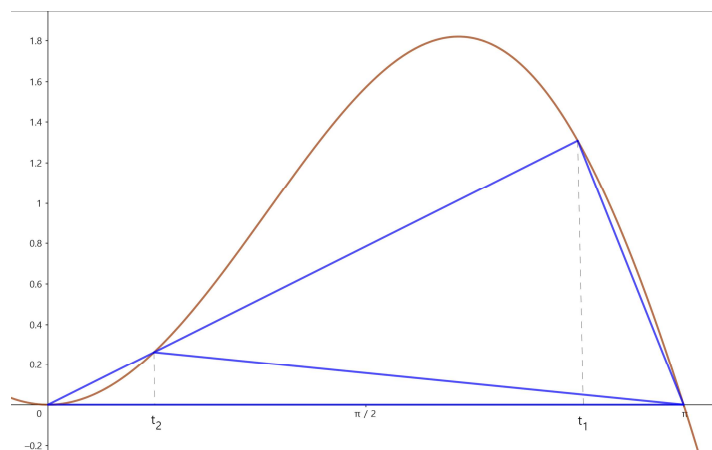
(3-2) 제시문 (가)에 의해  $\int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x + C$ 이므로

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} x - x \sin x \right) dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \left\{ x \sin x + \frac{\sqrt{2}}{6} (x - \pi) \right\} dx \\ &= \left[ \frac{\sqrt{2}}{4} x^2 + x \cos x - \sin x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} + \left[ -x \cos x + \sin x + \frac{\sqrt{2}}{12} (x - \pi)^2 \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{32} \pi^2 + \left( \frac{\sqrt{2}}{4} + 1 \right) \pi - \sqrt{2} \end{aligned}$$

이다.

(3-3)  $t = t_1 > \frac{\pi}{2}$ 이면 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 곡선  $y = x \sin x$ 와  $x = t_2$  ( $0 < t_2 < \frac{\pi}{2}$ )일 때 만난다.

그래프에 의해  $t = t_2$ 일 때의  $S$ 는  $t = t_1$ 일 때의  $S$ 보다 크다. 그러므로  $S$ 는  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때 최댓값을 갖는다.



$$\begin{aligned} 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \text{이면 } S &= \int_0^t \{ (\sin t)x - x \sin x \} dx + \int_t^{\pi} \left\{ x \sin x - \frac{t \sin t}{t - \pi} (x - \pi) \right\} dx \\ &= t^2 \sin t + 2t \cos t - \frac{\pi t}{2} \sin t - 2 \sin t + \pi \end{aligned}$$

이므로,  $0 < t < \frac{\pi}{2}$  일 때  $\frac{dS}{dt} = t\left(t - \frac{\pi}{2}\right)\cos t - \frac{\pi}{2}\sin t < 0$ 이다.

따라서  $S$ 는  $t = 0$ 일 때 최댓값  $\pi$ 를 갖는다.

**[별해]**  $t = t_1 > \frac{\pi}{2}$ 이면 함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 곡선  $y = x \sin x$ 와  $x = t_2$  ( $0 < t_2 < \frac{\pi}{2}$ )일 때 만난다. 그래프에 의해  $t = t_2$ 일 때의  $S$ 는  $t = t_1$ 일 때의  $S$ 보다 크다. 그러므로  $S$ 는  $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ 일 때 최댓값을 갖는다.

$0 < t \leq \frac{\pi}{2}$ 라고 하고,  $S_0 = \int_0^{\pi} x \sin x dx = \pi$ 라고 하자.

두 점  $(t, 0)$ ,  $(t, t \sin t)$ 을 각각  $P, P_0$ 이라고 하고, 원점을  $O$ , 점  $(\pi, 0)$ 을  $Q$ 라고 하면, 그래프의 개형으로부터

$$S_0 - S > \int_t^{\pi} x \sin x dx - S > \text{삼각형 } P_0PQ \text{의 넓이} - \text{삼각형 } OP_0P \text{의 넓이} \geq 0$$

이므로  $S$ 는  $t = 0$ 일 때 최댓값  $S_0 = \pi$ 를 갖는다.

## 8. 대입전형 선행학습 자체영향평가위원회 의견

항목	의견 요약
고교 교육과정 수준 준수 여부	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이의 범위와 부분적분법, 여러 가지 함수의 미분을 활용하여 함수의 최댓값을 구하는 문제로 고등학교 교육과정의 내용을 반영하고 있음.</li> <li>- 본 문제를 해결하는데 사용되는 미적분의 이론이 교육과정 내의 수준에 적합함.</li> </ul>
문항 유형의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 두 구간으로 정의된 함수 <math>f(x)</math>로 정의된 넓이 <math>S</math>와 방정식 <math>f(x) - x \sin x = 0</math>의 서로 다른 행의 개수 <math>g(t)</math>를 이해하고 문제를 해결하는 과정에 논리적이고 종합적인 수학적 사고력을 필요로 하고 있으므로, 수리 논술 문항으로 우수한 문항임.</li> <li>- 제시문(가)는 여러 가지 적분법 중에 부분적분법이고, 제시문(나)는 이계도함수와 곡선의 개형 내용을 다고 있음. 따라서 넓이를 구하고, 그래프의 개형을 그리는 과정에 사용되는 이론이므로 문제의 의도 및 답안 작성 방법을 이해하는데 도움을 주는 내용임.</li> </ul>
문항 난이도의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 제시문의 내용은 문제를 해결하는데 사용되는 이론으로 적절히 제시되었으며, 수학적 역량이 중상-상 수준의 학생들이 해결하기에 적절한 난이도임.</li> </ul>
채점 기준의 적절성	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 모든 문항에 대한 세부 부분 점수가 구성되어 있으므로, 수학적 사고 과정을 평가하기 양호함.</li> </ul>