

문항카드 11

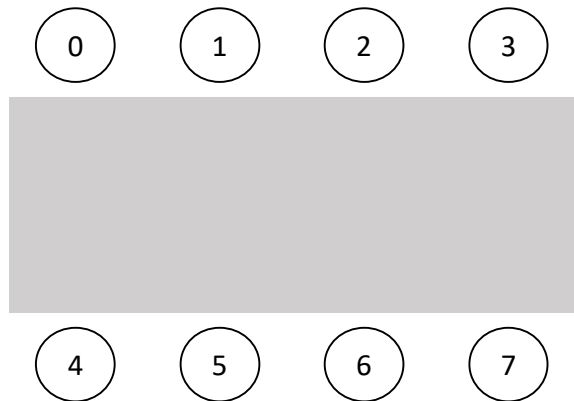
1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	경우의 수, 순열
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

다음 상황에 기초하여 문제에 답하시오.

아래와 같이 번호가 부여된 8개의 의자가 있다. 1번부터 7번까지의 서로 다른 등번호를 부여받은 7명의 사람들을 7개의 의자에 앉히려고 한다.



단, 자리를 배치할 때, 다음의 조건을 모두 만족하여야 한다.

- 한 의자에 2명 이상 앉을 수 없다.
- 모든 사람은 본인의 등번호보다 큰 번호의 의자에 앉을 수 없다.
- 등번호가 5번인 사람은 4번, 5번 의자 중 하나에 앉아야 한다.
- 등번호가 6번인 사람은 4번, 5번, 6번 의자 중 하나에 앉아야 한다.
- 등번호가 7번인 사람은 6번, 7번 의자 중 하나에 앉아야 한다.

[문제 1] 자리를 배치하는 경우의 수를 구하시오. [20점]

3. 출제 의도

주어진 상황에서 가능한 모든 경우의 수를 논리적으로 사고하여 정확하게 계산하는 문제이다. 본 문제에서는 여러 조건 하에서 등번호와 의자번호를 매칭하는 경우의 수를 계산할 수 있는가를 평가한다. 이 과정 중에서 경우의 수, 순열 개념이 사용된다. 본 문제는 경우의 수의 개념 및 순열의 의미 및 순열의 수 계산능력을 평가하며 난이도는 ‘중,하’ 정도로 볼 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
제시문 & 문제	<p>[수학] - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.</p> <p>[수학] - (5) 확률과 통계 - ② 순열과 조합 [10수학05-02] 순열의 의미를 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2020	262-271
	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	258-267
	수학	권오남 외	교학사	2020	255-267

5. 문항 해설

등번호와 의자를 매칭하는 문제는 일대일 함수를 찾는 문제로 볼 수 있다. 일반적으로 정의역에 m 개 원소가 있고, 공역에 n 개의 원소가 있을 때, 가능한 일대일 함수의 개수는 ${}_nP_m$ 이다. 하지만, 주어진 조건들을 만족하도록 하는 경우를 찾아야 하므로, 먼저 등번호가 5번, 6번, 7번인 사람이 앉을 수 있는 6개의 경우를 찾아내야 한다. 그 다음, 각 경우 하에서 나머지 4명의 사람과 5개의 의자를 매칭하는 경우를 순열을 이용하여 계산한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	<p>[채점요소] 모든 경우의 수를 잘 나열할 수 있는가? 순열을 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거]</p> <p>등번호 5번, 6번, 7번이 앉을 수 있는 경우 6개를 모두 찾은 경우: +10점</p> <p>6개 경우에 대한 경우의 수를 바르게 계산한 경우: +10점</p> <p>- 남은 자리 {0,1,2,3,4}인 경우에 해당하는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$개를 못찾은 경우 : 2점 감점</p> <p>- 그 외의 5개 경우 : 각 1점 감점</p> <p>※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.</p> <p>※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1점 추가 점수 부여 가능함.</p>	20

7. 예시 답안

먼저, 등번호가 5번, 6번, 7번인 사람의 자리를 고려하면 아래의 6가지 경우가 있다.

등번호	5	6	7	남은 자리
자리번호	4	5	6	{0,1,2,3,7}
	4	5	7	{0,1,2,3,6}
	4	6	7	{0,1,2,3,5}
	5	4	6	{0,1,2,3,7}
	5	4	7	{0,1,2,3,6}
	5	6	7	{0,1,2,3,4}

나머지 사람인 등번호 1,2,3,4번의 사람이 앉을 수 있는 경우를 고려해보자.

예를 들어, 남은 자리가 {0,1,2,3,7}인 경우는 다음과 같이 계산된다.

- 등번호 1번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 2가지 (0번 자리, 1번 자리)
- 등번호 2번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 2가지 (0번, 1번, 2번 자리 중 등번호 1번이 선택하지 않은 자리)
- 등번호 3번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 2가지 (0번, 1번, 2번, 3번 자리 중 등번호 1번, 2번이 선택하지 않은 자리)
- 등번호 4번 사람이 선택할 수 있는 경우의 수 : 1가지 (0번, 1번, 2번, 3번 자리 중 등번호 1번, 2번, 3번이 선택하지 않은 자리)

따라서, 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$ 이다.

위의 계산과정을 모든 경우에 대해 반복하면 아래와 같이 계산된다.

등번호	5	6	7	남은 자리	1,2,3,4번이 앉을 수 있는 경우의 수
자리번호	4	5	6	{0,1,2,3,7}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	4	5	7	{0,1,2,3,6}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	4	6	7	{0,1,2,3,5}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	5	4	6	{0,1,2,3,7}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	5	4	7	{0,1,2,3,6}	$2 \times 2 \times 2 \times 1 = 8$
	5	6	7	{0,1,2,3,4}	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

따라서, 모든 경우의 수는 $8 \times 5 + 16 = 56$ 이다.

문항카드 12

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(수학) / 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 미적분 문제 2-2: 수학 II, 기하
	핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 합성함수의 미분, 곡선의 길이 문제 2-2: 평면벡터의 내적, 함수의 극대와 극소
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하십시오.

- 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 두 점 $A(a_1, a_2)$, $B(b_1, b_2)$ 에 대하여 벡터 \overrightarrow{AB} 는 $(b_1 - a_1, b_2 - a_2)$ 로 주어진다.
- 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(a)=0$ 이고, $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대이다.

[문제 2-1] 좌표평면 위의 곡선 $9y^2 = 64(1 - \sqrt{x})^3$ 의 길이를 구하십시오. (단, $x \geq \frac{1}{2}$, $y \geq 0$ 이다.)

[10점]

[문제 2-2] 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음의 조건을 만족하면서 연속적으로 움직인다고 하자.

(가) 점 $P(x, y)$ 는 시각 $t=0$ 일 때, $(\sqrt{2}, 0)$ 에서 출발하여 타원 $x^2 + 2y^2 = 2$ 를 따라 반시계방향으로 움직이기 시작한다.

(나) 점 $P(x, y)$ 는 시각 t ($t \geq 0$)일 때, 타원 $x^2 + 2y^2 = 2$ 의 두 초점 A와 B에

대하여 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)}$ 을 만족한다.

삼각형 PAB의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 최댓값을 구하십시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 2-1] 함수의 방정식으로부터 주어진 함수의 정의역을 찾을 수 있는지를 평가한다. 곡선의 길이를 미분과 적분을 이용하여 정적분으로 표현할 수 있는지, 그리고 표현한 정적분을 계산할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 좌표평면에서 운동하는 점의 좌표를 평면벡터의 내적과 타원의 방정식을 이용하여 (시간)변수로 매개화된 함수로 적절하게 표현할 수 있는지를 평가한다. 그리고 도함수를 활용하여 함수의 극솟값과 극댓값을 찾고 이를 이용하여 함수의 최댓값을 구하는 과정을 이해하는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	<p>[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.</p> <p>[미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용 [12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.</p>
문제 2-2	<p>[기하] - (2) 평면벡터 - ② 평면벡터의 성분과 내적 [12기하02-03] 위치벡터의 뜻을 알고, 평면벡터와 좌표의 대응을 이해한다.</p> <p>[수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	김원경 외	비상교육	2019	80
	미적분	이준열 외	천재교육	2021	89
	기하	김원경 외	비상교육	2019	80
	기하	홍성복 외	지학사	2019	87
	수학 II	황선옥 외	미래엔	2019	87
	수학 II	고성은 외	신사고	2020	85

5. 문항 해설

[문제 2-1]

정적분을 이용하여 곡선의 길이를 구하는 문제는 고등학교 미적분학에서 핵심적으로 다루는 미분과 적분의 응용 문제이다. 본 문항에서는 주어진 함수에 의해 결정된 곡선의 길이를 미분과 적분을 이용해 표현하는 방법을 알고 직접 계산을 수행할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2]

기하에서 배운 내적의 개념을 실제 문제에 적용하여 좌표평면의 점의 운동을 매개변수로 표현할 수 있는지를 평가한다. 또한 이를 이용하여 함수의 극대와 극소를 찾고 최댓값을 찾을 수 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	x 범위 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 를 얻으면 +2점 미분을 계산하여 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2(1-\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}}$ 을 얻으면 +3점 곡선의 길이를 적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ 를 이용해 구할 수 있다는 것을 알고 있으면 +1점 적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$ 를 계산하여 정답을 얻으면 +4점 (부호에 오류가 있는 경우 2점 감점)	10
2-2	내적의 정의와 조건 (나)를 이용하여 관계식 $\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)} = -1+x^2+y^2$ 를 얻으면 +3점 조건 (가)를 이용하여 $\{y(t)^2\} = \frac{2t+t^2}{2(1+t+t^2)}$ 를 얻으면 +3점 $\{y(t)^2\}$ 를 도함수 $\{y(t)^2\}' = \frac{2+2t-t^2}{2(1+t+t^2)^2}$ 를 얻으면 +3점 극대, 극소를 판정하여 최종적으로 정답 $\frac{3+2\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 을 얻으면 +6점	15

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

7. 예시 답안

[문제 2-1]

주어진 식으로부터 x 의 범위 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 를 얻는다. 그리고 합성함수 $y = \frac{8}{3}(1-\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}$ 를 미분

하여 $\frac{dy}{dx} = -\frac{2(1-\sqrt{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}}$ 을 얻는다. (또는 음함수 미분법을 이용하여 동일한 결과를 얻을 수 있다.) 마지막으로 다음과 같이 적분을 계산하여 해당 곡선의 길이를 구한다.

$$\begin{aligned}
\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1+\frac{4(1-\sqrt{x})}{x}} dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\left(1-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^2} dx \\
&= \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{2}{\sqrt{x}} - 1\right) dx = \frac{7}{2} - 2\sqrt{2}
\end{aligned}$$

[문제 2-2]

조건 (나)로부터

$$\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)} = \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = (-1-x, -y) \cdot (1-x, -y) = -1+x^2+y^2$$

을 얻은 후, (가)의 타원 방정식을 대입하여

$$\frac{2+t^2}{2(1+t+t^2)} = -1+(2-2y^2)+y^2 = 1-y^2 \Rightarrow \{y(t)^2\} = \frac{2t+t^2}{2(1+t+t^2)}$$

를 구한다. 이때 삼각형 PAB의 넓이는 $y(t)$ 이므로 $\{y(t)\}^2$ 의 최댓값을 구하면 된다. $\{y(t)\}^2$ 의

최댓값을 구하기 위하여 $\{y(t)\}^2$ 의 미분을 계산하면 $\{y(t)^2\}' = \frac{2+2t-t^2}{2(1+t+t^2)^2}$ 이므로, $t=1+\sqrt{3}$

일 때 $\{y(t)\}^2$ 의 최댓값 $\{y(1+\sqrt{3})\}^2 = \frac{3+2\sqrt{3}}{6+3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 을 가진다는 것을 알 수 있다.

문항카드 13

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 I(수학) / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 수학 II, 미적분 문제 3-2: 수학, 미적분
	핵심 개념 및 용어	문제 3-1: 함수의 극대, 극소 문제 3-2: 이차방정식, 치환적분, 부분적분
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 함수 $f(x)$ 는 이 닫힌구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 갖는다.
- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 도함수가 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

- 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $x=g(t)$ 로 놓으면 $\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$ 이다.

[문제 3-1] 좌표평면 위의 두 점 $A(a, 0)$, $B(b, b^2+1)$ 과 원점 O 가 이루는 삼각형 OAB 의 넓이가 4라고 하자. 이때 $20(2a+b^2)-(2a+b^2)^2$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 을 각각 구하시오. (단, $a \geq 1$ 이다.) [10점]

[문제 3-2] $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 는 다음을 만족한다.

$$(가) (f(x))^2 \cos^2 x - 2f(x)(1+\sin x)\cos x + (1+\sin x)^2 \cos^2 x = 0$$

$$(나) f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

이때 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \{f'(x)\cos x - f(x)\sin x\}e^{\sin x} dx$ 의 값을 구하시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 3-1] 닫힌 구간에서 정의된 연속함수가 최댓값, 최솟값을 가짐을 알고 미분과 이차방정식을 이용하여 최댓값, 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2] 주어진 $f(x)$ 에 대한 이차방정식을 완전제곱식으로 풀어서 $f(x)$ 를 구하고, 주어진 정적분을 치환, 부분적분 등을 이용하여 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	[수학II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
문제 3-2	[수학] - (1) 문자와 식 - ④ 복소수와 이차방정식 [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다. [미적분] - (3) 적분법 - ① 여러가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분을 이해하고 이를 활용할 수 있다. [12미적03-02] 부분적분을 이해하고 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	배종숙 외	금성출판사	2019	38-41, 87-91
	미적분	이준열 외	천재교육	2019	147-159
	수학	배종숙 외	금성출판사	2019	58-62

5. 문항 해설

[문제 3-1] 문제의 조건으로부터 a 의 범위를 알아내고 닫힌 구간에서 정의된 연속함수가 최댓값, 최솟값을 가짐을 이용한다. 미분을 통해 극대, 극소를 구하고 구간 양 끝점의 값과 비교하여 최댓값, 최솟값 구한다. 이후 이차방정식을 이용하여 문제에서 요구하는 최댓값, 최솟값을 구한다.

[문제 3-2] 주어진 식이 $f(x)$ 에 대한 이차방정식임을 알아낸다. 완전제곱식으로 풀어서 $f(x)$ 를 구하고, 주어진 정적분을 치환, 부분적분 등을 이용하여 구한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 3-1	$a(b^2+1)=8$ 와 $1 \leq a \leq 8$ 보이면 +4점 $7 \leq 2a+b^2 \leq 16$ 보이면 +4점 $M=100, m=64$ 보이면 +2점	10
문제 3-2	$\cos x f(x) = (1 + \sin x)^2$ 구하면 +8점 치환적분 (+3점), 부분적분 (+3점), 계산결과 \sqrt{e} (+1점) 합하여 +7점	15

7. 예시 답안

[문제 3-1]

넓이 조건에서 $a(b^2+1)=8$ 이 나온다. $1+b^2 \geq 1$ 이므로 $a \leq 8$ 이고 범위 $1 \leq a \leq 8$ 을 얻을 수 있다. $a(b^2+1)=8$ 을 대입하면 $2a+b^2=2a+\frac{8}{a}-1=f(a)$ 이 되고 미분하여 $a=2$ 에서 최솟값 $f(2)=7$ 을 갖고 $f(1)=9$, $f(8)=16$ 이므로 $7 \leq 2a+b^2 \leq 16$ 이다. 이 구간에 대하여 $20(2a+b^2)-(2a+b^2)^2$ 은 $2a+b^2=10$ 에서 최댓값 $M=100$ 을 가지고 $2a+b^2=16$ 에서 최솟값 $m=64$ 을 갖는다.

[문제 3-2]

조건 (가)에서 주어진 식을 $(1+\sin x)^2$ 로 나누고 이차방정식을 풀어서 정리하면 $\frac{\cos x}{1+\sin x}f(x)=1 \pm \sin x$ 이고 조건 (나)를 만족시키는 연속함수는 다음과 같다.

$$\cos x f(x) = (1 + \sin x)^2 \quad (*)$$

$f'(x)\cos x - f(x)\sin x = (f(x)\cos x)'$ 을 고려하고 (*)을 쓰면

$$(f(x)\cos x)' = ((1+\sin x)^2)' = 2(1+\sin x)\cos x \text{이므로}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (f'(x)\cos x - f(x)\sin x) e^{\sin x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} 2(\sin x + 1)\cos x e^{\sin x} dx \text{이고 } \sin x = t \text{로 치환적분하면}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} 2(t+1)e^t dt \text{이 되고 부분적분하면 } \sqrt{e} \text{가 된다.}$$

[문제 3-2 별해]

조건 (가)에서 주어진 식을 $f(x)$ 에 대한 이차방정식으로 보고 풀어서 정리하면

$$f(x) = \frac{(1+\sin x)(1 \pm \sin x)}{\cos x} \text{이다.}$$

(또는 주어진 식을 $(1+\sin x)^2$ 로 나누고 이차방정식을 풀어서 정리하면

$$\frac{\cos x}{1+\sin x}f(x)=1 \pm \sin x \text{이다.})$$

조건 (나)를 만족시키는 연속함수는 다음과 같다.

$$\cos x f(x) = (1 + \sin x)^2 \quad (*)$$

$f'(x)\cos x - f(x)\sin x = (f(x)\cos x)'$ 을 고려하여 부분적분하면

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (f'(x)\cos x - f(x)\sin x) e^{\sin x} dx = [f(x)\cos x e^{\sin x}]_0^{\frac{\pi}{6}} - \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x)\cos x e^{\sin x} \cos x dx$$

을 얻고 방정식 (*)를 이용하면

$$[(1+\sin x)^2 e^{\sin x}]_0^{\frac{\pi}{6}} - \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x)\cos x e^{\sin x} \cos x dx = \left(\frac{9}{4}\sqrt{e}-1\right) - \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1+\sin x)^2 e^{\sin x} \cos x dx$$

이다. $1+\sin x=t$ 로 치환적분하면

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} (1+\sin x)^2 e^{\sin x} \cos x dx = \int_1^{\frac{3}{2}} t^2 e^{t-1} dt = \frac{5}{4}e^{\frac{1}{2}} - 1 \text{이다. 답은 } \sqrt{e} \text{이다.}$$

문항카드 14

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	생명과학 탐구 방법, 노폐물의 배설, 항상성
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 가설이란 관찰을 통해 인식한 문제를 해결하기 위한 잠정적인 답이다. 가설은 예측 가능해야 하고, 옳은지 그른지 실험이나 관찰을 통해 확인할 수 있어야 한다. 가설을 검증하기 위하여 탐구를 설계하고 수행한다. 탐구를 수행할 때는 대조군을 설정하고 실험군과 비교하는 대조 실험을 하여 실험 결과의 타당성을 높여야 한다. 실험에 관계되는 요인을 변인이라고 하는데, 변인에는 독립변인과 종속변인이 있다. 이처럼 자연 현상에서 문제를 인식하고 가설을 세워 이를 실험적으로 검증하는 탐구 방법을 가설을 활용한 연역적 탐구 방법이라고 한다.

(나) 세포가 세포 호흡을 통해 에너지를 전환하는 과정에서 여러 가지 노폐물이 생성된다. 배설은 이산화 탄소, 물, 암모니아와 같이 물질대사의 결과로 생성된 노폐물이나 독성 물질을 몸 밖으로 내보내는 과정이다. 암모니아는 독성이 강해 간에서 물질대사를 통해 독성이 약한 요소로 전환된다. 물질대사의 결과로 생성되는 물질 중 여분의 물과 요소는 순환계를 통해 배설계로 이동하며, 배설계에서는 혈액 속의 요소를 걸러 내어 물과 함께 오줌으로 배설한다. 이처럼 노폐물의 배설 과정은 물질대사와 호흡계, 순환계, 배설계의 통합 작용으로 일어난다. 물질대사의 결과로 생성된 노폐물이 배설되지 못하면 세포나 조직이 해를 입는다.

(다) 말초 신경계는 구심성 뉴런과 원심성 뉴런으로 나눌 수 있다. 감각기에서 받아들인 자극은 구심성 뉴런을 통해 중추 신경계로 전달되고, 중추 신경계에서 내린 반응 명령은 원심성 뉴런을 통해 근육이나 분비샘 등의 반응기로 전달된다. 원심성 뉴런으로 구성된 신경계는 체성 신경계와 자율 신경계로 구분된다. 체성 신경계는 대뇌의 지배를 받아 의식적인 골격근의 반응을 조절한다. 자율 신경계는 대뇌의 영향을 직접 받지 않고 간뇌, 중간뇌, 연수의 조절을 받아 몸의 기능을 조절하는데, 자율 신경계의 말단이 내장 기관, 혈관, 분비샘에 분포하여 주로 소화, 순환, 호흡 운동과 호르몬 분비 등 생명 유지에 필수적인 기능을 조절한다.

(라) 교감 신경과 부교감 신경은 대부분 내장 기관에 같이 분포하면서 서로 반대 효과를 나타내는 길항 작용을 한다. 일반적으로 교감 신경은 위기 상황에 처했을 때 몸 상태를 위기 상황에 대처할 수 있도록 긴장 상태로 만들어 주고, 부교감 신경은 이를 원래 상태로 되돌리는 작용을 한다. 사람이 위험한 상황에 처하거나 스트레스를 받으면 교감 신경이 활성화되어 부신 속질에서 에피네프린의 분비가 촉진된다. 에피네프린은 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하는 과정을 촉진하고, 분해된 포도당을 혈액으로 방출하여 혈당량을 높인다. 또한 교감 신경의 활성화에 의해 동공이 커지고, 심장 박동이 촉진되며, 호흡이 빨라진다. 그리고 위급한 상황이 지나가면 부교감 신경이 원래의 편안한 상태로 회복시켜 준다. 자율 신경의 길항 작용은 항상성에 매우 중요한 역할을 한다. 간뇌의 시상 하부는 체내 상태의 변화가 감지되면 자율 신경을 통해 내장 기관의 기능과 호르몬 분비를 조절하여 체내 상태를 일정하게 유지한다.

[문제 4-1] 고혈압 치료제 후보 물질들이 기관계 상호작용에 어떤 영향을 주는지 확인하기 위해 다음과 같은 실험을 진행하였다.

[실험 과정]

- I. 고혈압 치료제 후보 물질 X와 Y를 각각 용매 S에 녹여 약물 A와 B를 만든 후, 서로 다른 생쥐에게 혈관을 통해 약물을 주입하였다.
 II. 약물 주입 2일 후, 생쥐의 각 기관의 물질 함유량을 물질 분석기를 이용하여 측정하고, 그 결과를 <표 1>에 정리하였다.

<표 1> 물질 분석 결과

(수치는 상댓값)

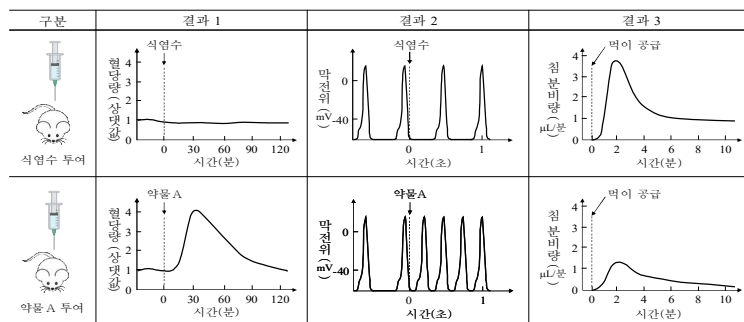
물질	산소			이산화 탄소			요소			암모니아			물		
약물 처리	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B	미처리	A	B
근육	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
간	1.0	1.1	1.1	1.0	1.2	1.1	1.0	2.1	1.2	1.0	1.1	1.1	1.0	1.0	1.0
콩팥	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.1	1.0	20.3	20.1	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.2
폐	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0	1.0	1.2

- [4-1] 위의 실험 결과를 종합적으로 해석하여 고혈압 치료제 후보 물질 X와 Y 가운데 인체에 보다 안전하게 사용할 수 있는 물질은 무엇인지와 그 이유를 논리적으로 제시하고, 이 실험 결과의 타당성을 높이기 위해서는 어떤 실험을 추가해야 하는지 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 실험에 사용한 모든 생쥐는 유전적으로 동일한 정상 생쥐이다.) [15점]

- [문제 4-2] 다음은 저혈당 치료제로 개발 중인 약물 A의 효능을 보기 위해 진행한 실험 과정과 결과를 나타낸 것이다.

[실험 과정]

- I. 10 시간 동안 먹이를 주지 않은 다음, 서로 다른 생쥐에게 식염수와 약물 A를 각각 투여하였다.
 II. 투여 전과 후, 시간에 따른 혈당량을 <결과 1>에 나타내었다.
 III. 투여 전과 후, 생쥐 심장 세포의 막전위 변화를 <결과 2>에 나타내었다.
 IV. 투여 30 분 후, 생쥐에게 먹이를 주고 시간당 침 분비량을 측정하여 <결과 3>에 나타내었다.

[실험 결과]

[4-2] 위 실험 결과를 통합적으로 해석하고, 약물 A가 생쥐에게 어떤 영향을 주는지 설명하시오. 또한 제시문 (다)와 (라)를 바탕으로 약물 A를 투여한 생쥐에서 시간에 따른 혈당량 변화의 이유를 논리적으로 설명하시오. (단, 실험에 사용한 모든 생쥐는 유전적으로 동일한 정상 생쥐이다.) [15점]

3. 출제 의도

[생명과학 문제 4-1]

우리 몸에서 소화계, 순환계, 호흡계, 배설계는 서로 다른 기능을 수행하면서도 유기적으로 연결되어 생명 활동에 필요한 에너지를 얻기 위해 통합적으로 작용한다. 따라서 한 기관계에 이상이 생기면 생명 활동이 정상적으로 일어나기 어렵다. [문제 4-1]에서는 순환계를 통한 물질의 이동과 배설계를 통한 노폐물의 배출에 대한 생명체의 항상성을 이해하고, 노폐물이 특정 조직이나 기관에 쌓이게 되면 생명체의 항상성이 깨져 문제가 일어날 수 있음을 이해하고 있는지 확인하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 이해하고, [실험 과정]에 주어진 내용을 해석하면 치료제 후보 물질 X와 Y는 모두 용매 S에 녹인 다음 생쥐에 주입했음을 알 수 있다. <표 1>의 결과를 분석하여 산소, 이산화 탄소, 물의 비율은 약물을 처리하지 않은 실험군과 처리한 군에서의 차이를 발견하고, 조직 안에서 물질의 축적이 미칠 영향에 대해서 제시문과 <표 1>의 해석을 통해 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 실험 설계에서 물질 X와 Y를 용매 S에 녹여 주입하여서 <표 1>에 나타난 결과가 용매 S에 의한 것인지 물질 X, Y에 의한 것인지 정확히 알 수 없다. A, B 처리 시 모두 콩팥에 요소 노폐물이 축적되는 현상이 관찰되었는데, 이 현상이 용매 S에 의한 것이라면 B가 실제 치료제로 활용할 수 있는 가능성이 높으며, 제시문 (가)를 활용하여 용매 S만을 처리한 대조군 실험을 다시 진행하여야 할 것이다. 이를 통해 실제 측정된 물질 검사 결과와 실험 설계 방법을 활용하여 주어진 실험 결과 상황 속에서 논리적으로 추론하고, 새로운 방법을 제시할 수 있는지 확인하고자 하였다.

[생명과학 문제 4-2]

진핵생물의 유전자 발현 및 조절 과정을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 진핵생물의 전사 인자는 다른 유전자의 프로모터에 결합함으로써 유전자의 발현을 촉진하거나 억제할 수 있고, 유전자의 발현은 전사와 번역 과정을 통해 이루어지는 것을 이해하는지와 제한 효소의 개념을 파악하고 있는지를 통합적으로 평가하고자 하였다. 특히 전사 인자는 프로모터에만 결합한다는 단서와 전사 인자가 결합한 DNA의 경우 제한 효소가 작용하지 못한다는 단서를 조합하여 암세포에서만 발현하고 있는 유전자 a와 b가 항암제 X와 Y에 의해 어떻게 영향을 받는지를 찾는 문제이며, 문제 해결 과정을 통해 통합 추론 능력을 확인하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

영역별 내용	
제시문	(가) 생명과학 I (1) 생명과학의 이해 [12생과 I 01-02] 생명과학의 통합적 특성을 이해하고, 다른 학문 분야와의 연계성을 들어 설명할 수 있다. [12생과 I 01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다.

	(나)	생명과학 I (2) 사람의 물질대사 [12생과 I 02-02] 세포 호흡 결과 발생한 노폐물의 배설 과정을 물질대사와 관련하여 설명할 수 있다.
	(다)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-03] 중추 신경계와 말초 신경계의 구조와 기능을 이해하고, 신경계와 관련된 질환을 조사하여 토의할 수 있다.
	(라)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	생명과학 I (1) 생명과학의 이해 [12생과 I 01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다. (2) 사람의 물질대사 [12생과 I 02-02] 세포 호흡 결과 발생한 노폐물의 배설 과정을 물질대사와 관련하여 설명할 수 있다.
	문제 4-2	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-03] 중추 신경계와 말초 신경계의 구조와 기능을 이해하고, 신경계와 관련된 질환을 조사하여 토의할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	심규철 외	비상	2018	11, 35, 70-77
	생명과학 I	이준규 외	천재교육	2018	19, 38
	생명과학 I	권혁빈 외	교학사	2018	76-81
	생명과학 I	김윤택 외	동아출판	2018	22, 40
	생명과학 I	오현선 외	미래엔	2018	26, 46, 82-92
	생명과학 I	전상학 외	지학사	2018	22, 42
	생명과학 I	심재호 외	금성출판사	2018	28, 52, 86-92

5. 문항 해설

[생명과학 문제 4-1]

[문제 4-1]에서는 순환계를 통한 물질의 이동과 배설계를 통한 노폐물의 배출에 대한 생명체의 항상성을 이해하고, 노폐물이 특정 조직이나 기관에 쌓이게 되면 생명체의 항상성이 깨져 문제가 일어날 수 있음을 이해하고 있는지 확인하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 이해하고, [실험 과정]에 주어진 내용을 해석하면 치료제 후보 물질 X와 Y는 모두 용매 S에 녹인 다음 생쥐에 주입했음을 알 수 있다. <표 1>의 결과를 분석하여 산소, 이산화탄소, 물의 비율은 약물을 처리하지 않은 실험군과 처리한 군에서의 차이를 발견하고, 조직 안에서 물질의 축적이 미칠 영향에 대해서 제시문과 <표 1>의 해석을 통해 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 실험 설계에서 물질 X와 Y를 용매 S에 녹여 주입하여서 <표 1>에 나타

난 결과가 용매 S에 의한 것인지 물질 X, Y에 의한 것인지 정확히 알 수 없다. A, B 처리 시 모두 콩팥에 요소 노폐물이 축적되는 현상이 관찰되었는데, 이 현상이 용매 S에 의한 것이라면 B가 실제 치료제로 활용할 수 있는 가능성이 높으며, 제시문 (가)를 활용하여 용매 S만을 처리한 대조군 실험을 다시 진행하여야 할 것이다.

[생명과학 문제 4-2]

저혈당을 치료하기 위해 약물 A를 생쥐에게 투여하였을 때 나타나는 생리적 변화가 결과 1, 2, 3으로 주어져 있다. 결과 1에 의해 약물 A 투여가 혈당량을 높이고 있음을 알 수 있고, 결과 2에 의해 심장 박동이 빨라졌음을 알 수 있다. 또한 결과 3은 약물 A 투여 후 침 분비량이 감소하였음을 보여주고 있는데, 이러한 생리적 변화는 주어진 제시문에 의하면 교감 신경 활성화에 의해 나타나는 작용임을 유추할 수 있다.

또한 혈당량 변화의 경우 약물 A에 의해 교감 신경의 활성화로 부신 속질에서 에피네프린의 분비가 촉진되고, 에피네프린에 의해 간에서 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈당량을 높이는 변화가 나타났을 것으로 유추할 수 있고, 시간이 지나면서 혈당량이 감소하는 이유는 길항 작용에 의해 부교감 신경이 활성화 되어 혈당량이 원래 상태로 돌아가는 것으로 예측할 수 있다.

6. 채점 기준		
하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	<표 1>을 분석하여 후보 물질 A를 사용했을 경우, 간과 콩팥에 문제가 있음을 제시하면,	3점
	<표 1>을 분석하여 후보 물질 B를 사용했을 경우, 콩팥에 문제가 있음을 제시하면,	3점
	[실험 과정]에서 물질 A, B를 용매 S에 녹여 전달했음을 제시하고, 이에 대한 대조군으로 약물 미처리 군만 사용하는 것은 실험 설계에 문제가 있음을 제시하면,	5점
	용매 S만을 단독으로 처리하여 실험하는 과정이 필요하고, <표 1>의 물질 B 처리 시 나타난 콩팥 문제가 용매 S에 의한 문제이고, 독성이 없는 다른 용매로 바꾸어 물질 B를 사용하면 치료제로 사용할 수 있다고 논리적으로 제시하면,	4점
문제 4-2	약물 A 투여군의 심장박동 증가 및 침분비 억제를 설명하면	4점
	약물 A 투여군에서 나타나는 현상이 교감 신경 활성화에 의한 것임을 설명하면	4점
	약물 A 투여군에서 에피네프린에 의해 간에서 글리코젠 분해 및 혈중 포도당 증가 기전을 설명하면	4점
	길항 작용 또는 부교감 신경 활성화에 의한 혈당 감소를 설명하면	3점

7. 예시 답안

[생명과학 문제 4-1]

- 약물 A를 처리하면 간에서 암모니아가 요소로 분해되지 못하고 축적되어 간세포의 기능이 저하될 것이며, 콩팥에서는 요소가 배출되지 못하고 축적되어 있어 콩팥에서 요소의 배출에 문제가 있음을 <표 1>을 통해 알 수 있다. 또한 약물 B를 처리하면 콩팥에 요소가 배출되지 못하고 축적되어 있음을 확인할 수 있다.
- [실험 과정]에서 후보 물질 X, Y를 각각 용매 S에 녹여 약물 A, B를 만든 다음 생쥐에 주입하였는데, 약물 A, B를 처리했을 때 공통적으로 나타난 콩팥 기능 이상이 용매 S에 의한 것인지 약물 A, B에 의한 것인지 주어진 실험을 통해서 확인하기 어렵다.
- 따라서 제시문 (가)에 의해 용매 S만을 처리해준 적절한 실험 대조군을 사용하여 용매 S에 의한 간 및 콩팥의 기능을 추가로 확인해야 한다. 만약 <표 1>에서 나타난 간 및 콩팥의 기능 문제가 용매 S에 의한 것이라면, 치료제 후보 물질 B의 용매를 다른 용매로 바꾸어 볼 수 있다. 따라서 간에도 문제가 있는 물질 X에 비해 물질 Y가 용매에 의한 기능 저하 문제가 해결되면 인체 적용 가능성이 높은 물질이라고 추론해 볼 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

- 식염수 투여군에 비해 약물 A 투여군의 경우 생쥐의 혈당량이 급격히 증가하며 심장박동이 빨라지고 침분비량은 감소하는 것을 알 수 있음. 이러한 반응은 제시문에 근거하여 약물 A 투여에 의해 생쥐의 교감신경이 활성화되어 나타나는 반응이라고 유추할 수 있고, 약물 A는 교감신경을 활성화하는 약물이라고 생각할 수 있음. 따라서 약물 A를 투여받은 생쥐는 교감신경 활성화에 의해 동공이 커지고, 심장박동이 촉진되며, 호흡이 빨라지는 현상이 나타날 수 있음.
- 제시문에 의하면 약물 A에 의해 혈당이 증가하는 현상은 교감신경 활성화에 따라 에피네프린의 분비가 촉진되고, 분비된 에피네프린은 간에 저장된 글리코젠을 포도당으로 분해하여 혈액으로 방출함으로써 혈당을 높이는 현상으로 예측할 수 있고, 30분이 지나면서 혈당량이 감소하는 것으로 관찰되는 것은 교감신경과 길항작용을 하는 것으로 알려진 부교감 신경이 활성화되기 시작하면서 나타나는 현상으로 유추할 수 있음.

문항카드 15

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	운동량 보존 법칙, 뉴턴 운동 법칙, 포물선 운동
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 마찰이 없는 수평면 위에서 질량이 각각 m_A , m_B 이고 속도가 v_A , v_B 인 물체 A, B가 직선상에서 운동하다가 충돌한 후 속도가 각각 v_A' , v_B' 이 될 때 다음 식이 성립한다.

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

위의 식에서 좌변은 충돌 전 두 물체의 운동량의 합을 나타내고, 우변은 충돌 후 두 물체의 운동량의 합을 나타낸다. 따라서 충돌 과정에서 두 물체의 상호 작용으로 각각의 운동량은 변하지만 두 물체의 운동량의 합은 일정하게 보존됨을 알 수 있다. 일반적으로 외부에서 힘이 작용하지 않으면 물체들의 운동량의 총합은 항상 일정하게 보존된다. 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다. 운동량 보존 법칙은 한 개의 물체가 여러 개로 분리되는 경우에도 성립된다. 또한 두 물체가 충돌 후 함께 붙어서 운동하는 경우에도 성립된다.

(나) 갈릴레오는 물체에 작용하는 마찰력을 무시하면 수평면에서는 힘이 작용하지 않아도 물체가 계속 등속도로 운동을 한다고 생각하였고, 이러한 현상이 물체가 자신의 운동 상태를 계속 유지하려는 성질(관성)을 가지기 때문에 나타난다고 하였다. 뉴턴은 등속도 운동을 하는 물체에 작용하는 알짜힘은 0이라고 하였다. 즉, 물체에 작용하는 알짜힘이 0이면, 등속도 운동을 하던 물체는 계속 등속도 운동을 한다. 이를 뉴턴 제1법칙 또는 관성 법칙이라고 한다.

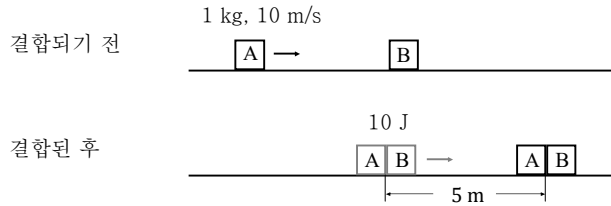
(다) 볼링공에 힘을 작용하여 일을 해 주면 볼링공은 굴러가 핀을 쓰러뜨리는 일을 할 수 있다. 움직이는 볼링공처럼 운동하는 물체가 가진 에너지를 운동 에너지라고 한다. 볼링공을 같은 속력으로 굴리더라도 질량이 클수록 핀을 잘 쓰러뜨린다. 또한, 볼링공의 질량이 같을 때는 더 빠른 속력으로 굴러가는 볼링공이 핀을 잘 쓰러뜨린다. 이처럼 물체의 운동 에너지는 물체의 질량이 클수록, 속력이 빠를수록 크다. 질량이 m , 속력이 v 인 물체의 운동 에너지 E_k 는 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 으로 나타낼 수 있다. 운동 에너지의 단위는 J이다.

(라) 높은 곳에서 물체를 오른쪽 수평 방향으로 v_0 의 속도로 던졌을 때 물체는 수평 방향으로는 v_0 의 속도로 등속도 운동을, 연직 방향으로는 중력 가속도 g 로 등가속도 운동을 한다. 따라서 오른쪽 수평 방향을 $+x$ 축 방향으로, 연직 아래 방향을 $+y$ 축 방향으로 하고 던진 지점을 기준으로 하면, 던진 순간부터 시간 t 가 지났을 때 물체의 속도와 위치의 x 성분, y 성분은 각각 다음과 같다.

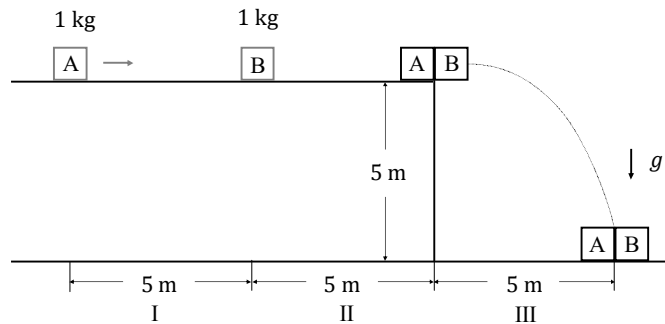
$$v_x = v_0, v_y = gt$$

$$x = v_0 t, y = \frac{1}{2} g t^2$$

[문제 4-1] 그림과 같이 마찰이 없는 평면에서 질량이 1 kg 인 물체 A가 속력 10 m/s 로 직선 운동을 한 후, 정지해 있던 물체 B와 한 덩어리로 결합되어 직선 운동을 한다. A와 B가 결합된 후 총 운동 에너지는 10 J 이다. 결합된 물체가 결합된 후 거리 5 m만큼 운동하는 데 걸린 시간을 제시문 (가) - (다)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 물체의 크기와 공기 저항은 무시한다.) [15점]



[문제 4-2] 그림은 마찰이 없는 평면에서 질량이 1 kg 으로 동일한 물체 A, B가 직선 운동을 하다가 낙하하는 운동을 나타낸다. A는 구간 I에서 거리 5 m를 이동한 후 정지해 있던 B와 한 덩어리로 결합된다. 결합된 물체는 구간 II에서 거리 5 m를 이동한 후, 구간 III에서 중력에 의한 포물선 운동을 한다. 결합된 물체가 구간 III에서 수평으로 이동한 거리는 5 m이고 낙하 거리는 5 m이다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 물체가 구간 I, II, III 을 이동한 시간을 각각 논리적으로 구하시오. (단, 중력 가속도 g 는 10 m/s^2 이고, 물체의 크기, 공기 저항은 무시한다.) [15점]



3. 출제 의도

역학은 고등학교 물리학 I 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리학 II 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측하고, 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 예측하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

물체의 운동과 운동량 보존 법칙을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하여 역학적 에너지가 보존되지 않지만 운동량의 합은 보존된다. 이러한 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 충돌하는 물체의 질량이 모두 주어지지 않은 경우이므로 운동량 보존 법칙으로부터 문제 해결을 위해

필요한 속도와 질량에 관한 식이 도출된다. 직선 상에서 운동하는 경우이므로 충돌 전과 충돌 후는 각각 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙, 운동량 보존 법칙을 이해하고 운동 에너지 식을 이용하여 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

문제 4-2는 등속 직선 운동을 하던 물체가 동일한 질량을 가진 물체와 충돌하여 결합하여 등속 직선 운동을 하다가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 특정한 지점에 도달하는 상황을 분석하여 각각의 운동에 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하여 역학적 에너지가 보존되지 않지만 운동량의 합은 보존된다. 이러한 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 충돌하는 물체의 초기 속도가 주어지지 않은 경우이므로 운동량 보존 법칙으로부터 문제 해결을 위해 필요한 속도에 관한 식이 도출된다. 직선 상에서 운동하는 경우이므로 충돌 전과 충돌 후는 각각 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 결합된 물체가 낙하하는 운동은 평면상의 등가속도 운동인 포물선 운동이 되고 포물선 운동을 분석하여 속도를 구할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙과 운동량 보존 법칙은 물리학 1 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이고 수평으로 던져진 공의 포물선 운동은 물리학 2 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이다. 물리학 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
	(나)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
	(다)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	(라)	물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 위치와 속력을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I

문제 4-2	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I
	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-03] 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 위치와 속력을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-04] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 물체의 포물선 운동을 정량적으로 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	손정우 외	비상교육	2018	30-47
	물리학 I	김영민 외	교학사	2018	24
	물리학 I	강남화 외	천재교육	2018	19
	물리학 II	김성진 외	미래엔	2018	31-32

5. 문항 해설

[문제 4-1]

물체의 운동과 운동량 보존 법칙을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 두 물체가 충돌하여 결합하면 두 물체의 운동 에너지의 합은 변화하지만 운동량의 합은 보존된다. 따라서 문제에서 주어진 조건을 이용하여 결합된 물체의 운동량을 결정할 수 있고 이로부터 결합된 물체의 질량과 결합된 물체의 속도에 관한 조건을 얻을 수 있다. 문제에서 주어진 운동 에너지의 조건에서 결합된 물체의 질량과 결합된 물체의 속도에 관한 다른 하나의 조건을 얻을 수 있으므로 물체의 질량과 속도를 모두 결정할 수 있고 이로부터 결합된 물체가 주어진 거리를 운동하는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다. 뉴턴 운동 법칙, 운동량 보존 법칙을 이해하고 운동 에너지 식을 이용하여 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

문제 4-2는 등속 직선 운동을 하던 물체가 동일한 질량을 가진 물체와 충돌하여 결합하여 등속 직선 운동을 하다가 중력에 의한 포물선 운동을 하여 특정한 지점에 도달하는 상황을 분석하여 각각의 운동에 걸리는 시간을 구하는 문제이다. 평면 위에서 물체의 운동은 등속 직선 운동으로 이동 시간은 속도와 이동 거리에 의해 결정된다. 물체가 충돌하여 결합하기 전과 후의 속도가 변하게 되는데 운동량 보존의 법칙을 써서 결합된 물체의 속도의 조건을 구할 수 있다. 결합한 물체가 포물선 운동을 시작할 때에는 수평 방향의 초기 속도가 이 속도가 된다. 포물선 운동은 제시문에 주어진 식을 이용하여 운동을 분석할 수 있다. 포물선 운동을 하는 동안에는 수평 방향의 이동 거리와 낙하 거리가 수평 방향의 초기 속도와 중력 가속도에 의해 결정되므로 문제의 조건을 적용하면 수평 방향의 초기 속도가 결정되고 이로부터 운동에 걸리는 시간을 구할 수 있다. 등속 직선 운동과 운동량 보존 법칙은 물리학 1 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이고 수평으로 던져진 공의 포물선 운동은 물리학 2 과목에서 배우는 물리학의 기본 개념이다. 물리학 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	A, B가 결합되기 전과 후 운동량 보존 법칙을 바르게 적용하였다.	+5점
	A, B가 결합된 후 속도를 바르게 구하였다.	+5점
	A, B가 결합된 후 5m를 이동하는데 걸린 시간을 바르게 구하였다.	+5점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5 점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	
문제 4-2	구간 I 과 구간 II 의 경계에서 속력의 비율을 바르게 구하였다.	+5점
	구간 I 과 구간 II 에서 속력을 바르게 구하였다.	+5점
	구간 I, II, III 을 통과한 시간을 각각 바르게 구하였다.	+5점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5 점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	

7. 예시 답안**[문제 4-1]**

- ▶ 충돌하기 전 물체는 등속 직선 운동을 한다. 이 구간에서 물체의 운동량은 $m_A v_A = 10 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$ 이다.
- ▶ 물체 B의 질량을 m_B 이라 하고 충돌한 후 A, B가 결합한 물체의 속도를 v 라 하면 충돌 후

운동량은 $(1+m_B)v$ 이고 운동량 보존 법칙에 의해 $(1+m_B)v = 10\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 이다.

▶ 충돌 후 A, B가 결합한 물체의 운동에너지는 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2$ 이고 문제에서 이 값이 10J이므로 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2 = 10\text{J}$ 이 성립한다.

▶ $(1+m_B)v = 10\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 과 $\frac{1}{2}(1+m_B)v^2 = 10\text{J}$ 을 연립하면 $v = 2\text{m/s}$ 을 얻는다. .

▶ $v = 2\text{m/s}$ 의 속도로 5m를 이동하는데 걸린 시간은 $\frac{5\text{m}}{2\text{m/s}} = 2.5\text{s}$ 이다.

[문제 4-2]

▶ A의 초기 속도를 v 라 하면 구간 I에서 A가 이동한 시간은 $t_1 = \frac{5}{v}\text{s}$ 이다.

▶ 구간 I과 구간 II의 경계에서 A, B는 운동량 보존 법칙을 만족한다. 따라서 충돌 후 A, B가 결합된 물체의 속도를 v' 이라 하면 $v = 2v'$ 이 되어서 $v' = \frac{1}{2}v$ 가 성립한다. 구간 II에서 A, B가

결합된 물체가 이동한 시간은 $t_2 = \frac{5}{v'} = \frac{10}{v}\text{s}$ 이다.

▶ 구간 III에서 A, B가 결합된 물체는 수평 방향의 초기 속도 v' 을 가지고 포물선 운동을 한다. 구간 III에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간을 t_3 라 하면 수평 방향의 이동 거리는 5m이므로 $v' t_3 = 5\text{m}$ 이고 낙하 거리는 5m이므로 $\frac{1}{2}gt_3^2 = 5\text{m}$ 이다. 따라서 $t_3 = 1\text{s}$ 이고 $v' = 5\text{m/s}$ 이며 $v = 10\text{m/s}$ 이다.

▶ 따라서 구간 I에서 A가 이동한 시간은 $t_1 = 0.5\text{s}$ 이고 구간 II에서 A, B가 결합된 물체가 이동한 시간은 $t_2 = 1\text{s}$ 이며 구간 III을 통과한 시간은 $t_3 = 1\text{s}$ 이다.

문항카드 16

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I (화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	분자량, 화학 반응식, 양적 관계, 원자의 구조, 동위 원소, 이상 기체 방정식, 부분 압력
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 화학 반응식으로 알 수 있는 다양한 정보 가운데 반응물과 생성물 사이의 양적 관계가 중요하다. 화학 반응식을 이용하여 주어진 반응물로부터 얻을 수 있는 생성물의 양을 계산할 수 있고, 반대로 일정한 양의 생성물을 얻는 데 필요한 반응물의 양도 계산할 수 있다. 또한 화학 반응에서 몰과 질량의 관계를 이용하면 주어진 물질의 질량을 이용하여 다른 물질의 질량도 계산할 수 있다.

(나) 반응물이나 생성물에 기체가 포함된 화학 반응식의 계수비는 기체의 부피비와도 같다. 이처럼 온도와 압력이 같을 때 반응 기체와 생성 기체의 부피 사이에는 간단한 정수비가 성립한다. 또한 반응물의 질량 총합과 생성물의 질량 총합은 항상 같은데, 이를 질량 보존 법칙이라고 한다.

(다) 같은 원소의 원자들은 양성자수가 모두 같지만, 중성자수는 서로 다른 것이 존재하기도 한다. 예를 들어 양성자가 1개인 수소에는 중성자가 없는 수소와 중성자가 1개 있는 중수소, 중성자가 2개 있는 삼중수소가 있다. 이와 같이 양성자수가 같고 중성자수가 다른 원자들을 동위 원소라고 한다. 동위 원소가 자연에 존재하는 비율은 장소에 상관없이 거의 일정하며, 이를 동위 원소의 존재비라고 한다. 주기율표에 제시된 원소의 원자량은 각 동위 원소의 원자량과 존재비를 이용하여 구한 평균 원자량이다.

(라) 기체의 부피(V)는 기체의 몰수(n)와 절대 온도(T)에 비례하고 압력(P)에 반비례한다. 이를 비례 상수(R)를 이용하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 이 R를 기체 상수라고 한다.

$$PV = nRT$$

기체의 압력은 기체 분자가 용기 벽면에 충돌하여 나타나므로 기체 분자의 수가 많을수록 기체의 압력이 커진다. 즉, 온도와 부피가 일정할 때 기체의 압력은 몰수에 비례한다. 따라서 기체 A가 들어 있는 일정한 부피의 용기에 기체 B를 더 넣으면 기체 B의 압력만큼 전체 압력이 커진다.

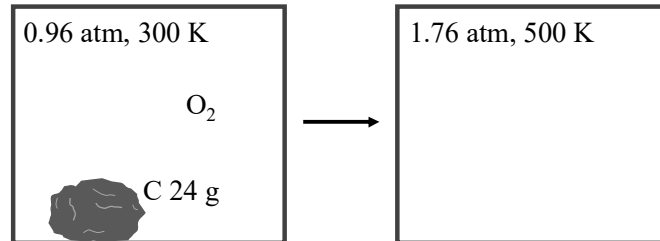
$$P_T = P_A + P_B$$

이때 P_T 는 혼합 기체의 전체 압력이고, P_A 와 P_B 는 혼합 기체에서 기체 A와 기체 B가 각각 차지하는 압력으로 부분 압력 또는 분압이라고 한다. 돌턴은 혼합 기체의 전체 압력이 각 성분 기체의 부분 압력의 합과 같다는 것을 밝혔고, 이를 부분 압력 법칙이라고 한다.

[문제 4-1]

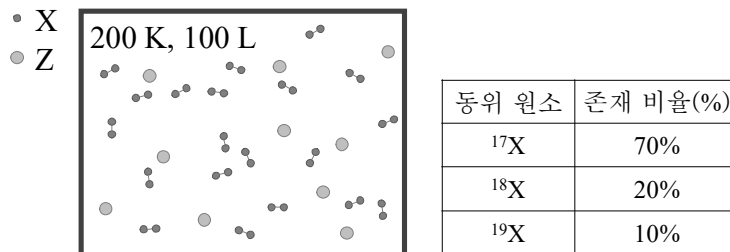
그림과 같이 부피가 100 L로 일정한 용기에 순수한 흑연(C) 24 g과 산소 기체(O_2)가 들어 있다. 초기 상태에서 용기의 압력과 온도는 각각 0.96 atm, 300 K이다. 용기 내의 모든 흑연을 남김없

이 연소시켰을 때 기체 분자만 남고 용기의 압력과 온도가 각각 1.76 atm, 500 K이 되었다면, 이때 용기 내에 존재하는 모든 기체의 종류와 각각의 질량을 제시문 (가), (나), (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 흑연의 부피는 무시하며, C와 O의 원자량은 각각 12와 16이다. 기체 상수는 $0.08 \text{ L} \cdot \text{atm}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 이다.) [15점]



[문제 4-2]

가상의 원소 X는 ^{17}X , ^{18}X , ^{19}X 의 동위 원소가 존재하며, 존재 비율은 각각 70%, 20%, 10%이다. 가상의 원소 Z는 4Z만 존재한다. 그림과 같이 온도 200 K, 부피 100 L의 용기에 기체 X_2 와 Z가 혼합되어 있으며, X_2 의 부분 압력이 Z의 부분 압력의 2배이다. X_2 중 분자량이 36인 X_2 의 존재 비율과 X_2 의 평균 분자량을 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 각각 구하시오. 또한 분자량이 36인 X_2 의 부분 압력이 0.72 atm이라면 용기 내 전체 기체의 질량을 제시문 (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 기체 상수는 $0.08 \text{ L} \cdot \text{atm}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 이고, X_2 와 Z는 서로 반응하지 않는다. 동위 원소의 존재비는 시간에 따라 변하지 않는다.) [15점]



3. 출제 의도

본 모의 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정(화학 I 및 화학 II)에 대한 전반적인 이해도를 평가하고자 하였다. [문제 4-1]은 임의의 반응에서 생성물과 반응물의 양적 변화를 논리적으로 도출해 낼 수 있는지를 물어보는 문제이다. 화학 I에서 다루는 화학 반응 및 반응의 양적 관계에 대한 개념 적용 문제로서, 화학 교과에 대한 전반적인 이해도 및 실제 사례 응용 능력을 평가하고자 하였다. 물질을 구성하는 원소들의 원자량과 화합물의 분자량, 화학 반응식 만들기, 기체 반응 법칙, 질량 보존 법칙, 반응물과 생성물의 양적 관계, 이상 기체 방정식에 대해 질문함으로써 화학 반응에 대한 통합적인 이해도를 가늠하고 올바른 결론을 도출해내기 위한 사고 능력을 측정하고자 하였다. [문제 4-2]는 화학 I에서 다루는 원자의 구조, 화학 II에서 다루는 이상 기체의 성질에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 중성자의 개수에 따라 질량수가 달라지는 동위 원소들의 존재 비율을 올바르게 이해하고, 이를 통해 동위 원소를 포함하는 화합물의 질량수, 평균 분자량 등을 파악할 수 있어야 한다. 또한, 돌턴의 부분 압력의 법칙을 이용하여 각 기체가 가지는 압력을 계산하고, 이를 이상 기체 방정식에 적용하여 각 물질의 양을 정확히 도출하여야 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’을 바탕으로 작성

영역별 내용		
제시문	(가)	화학 I. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	(나)	화학 I. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 얻미하고 체험할 수 있다.
	(다)	화학 I. (2) 원자의 세계 (147쪽) [12화학 I 02-01] 양성자, 중성자, 전자로 구성된 원자를 원소 기호와 원자 번호로 나타내고, 동위 원소의 존재 비를 이용하여 평균 원자량을 구할 수 있다.
	(라)	화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-02] 이상 기체 방정식을 활용하여 기체의 분자량을 구할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-03] 혼합 기체에서 몰 분율을 이용하여 분압의 의미를 설명할 수 있다.
하위문항	4-1	제시문 (가), (나), (라)에 근거
	4-2	제시문 (다), (라)에 근거

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (가): p. 36-39 제시문 (나): p. 40-41 제시문 (다): p. 58-67
	화학 I	노태희 외 6인	(주)천재교육	2020	제시문 (가): p. 34-36 제시문 (나): p. 30-33 제시문 (다): p. 61-63
	화학 I	강대훈 외 3인	(주)와이비엠	2020	제시문 (가): p. 47-49 제시문 (나): p. 50-53 제시문 (다): p. 71-73
	화학 I	황성용 외 3인	동아출판(주)	2020	제시문 (가): p. 29-33 제시문 (나): p. 39-45 제시문 (다): p. 60-63
	화학 I	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	제시문 (가): p. 34-35 제시문 (나): p. 36-39 제시문 (다): p. 57-60
	화학 I	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (가): p. 34-36 제시문 (나): p. 37-38 제시문 (다): p. 55-59
	화학 II	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	제시문 (라): p. 13-27
	화학 II	장낙한 외 9명	(주)상상아카데미	2020	제시문 (라): p. 15-30
	화학 II	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	제시문 (라): p. 11-18
	화학 II	이상권 외 7명	(주)지학사	2019	제시문 (라): p. 13-25
	화학 II	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (라): p. 14-29
	화학 II	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (라): p. 15-30

5. 문항 해설

제시문의 내용은 화학 반응식과 반응에 관여한 물질의 양적 관계, 물과 질량의 관계, 이상 기체 방정식, 기체 혼합물의 부분 압력, 원자의 구조 및 동위 원소 등 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 이 문항에서는 위에서 언급한 여러 가지 과학적 개념들을 명확하게 이해하여 주어진 결과를 종합적으로 분석하고 그 관계를 도출할 수 있는지 평가하고자 하였다.

하위 문항 1에서는 제시문 (가), (나), (라)의 내용을 이해하고 문제에서 주어진 기체의 압력 변화와 이상 기체 방정식으로부터 진행된 반응의 종류를 명확히 파악하여야 한다. 또한 해당 조건에서 존재하는 각 기체의 몰수로부터 질량을 바르게 도출하는 능력을 평가한다. 하위 문항 2는 제시문 (다)에서 소개된 원자의 구조 및 동위 원소 존재비를 이해하고 문제에서 언급한 가상의 이원자 분자의 분자량 분포와 평균 분자량, 부분 압력이 얼마인지 파악하여야 한다. 이를 제시문 (라)의 내용과 연계하여 다른 일원자 분자의 몰수를 계산하고 전체 기체의 몰수를 질량으로 변환할 수 있는 능력을 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점요소] 몰수와 질량의 관계를 바르게 이해하고 계산할 수 있는가? 이상 기체 방정식을 이용하여 기체 생성물의 몰수와 질량을 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 초기 상태 탄소 몰수를 올바르게 구하면 +2점 2. 초기 상태 산소 기체의 몰수를 올바르게 구하면 +3점 3. 흑연의 일부가 CO₂가 아닌 CO를 형성하여 기체의 총 몰수가 증가하는 것을 알고, 각 기체 간 양적 관계식을 바르게 계산하면 +4점 4. 각 기체의 질량을 올바르게 계산하면 +6점 <p>※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.</p>	15
4-2	<p>[채점요소] 동위 원소의 존재 비율로부터 이원자 분자의 분자량 분포 및 평균 분자량을 계산할 수 있는가? 각 기체의 압력으로부터 몰수와 질량을 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. X의 동위 원소 존재 비율을 통해 전체 X₂ 중 분자량이 36인 X₂의 비율을 올바르게 구하면 +6점 (모든 분자량에 대해 존재 비율을 나타낼 필요 없음) 2. X₂의 평균 분자량을 올바르게 구하면 +2점 3. X₂와 Z 각각의 몰수를 올바르게 구하면 +4점 4. X₂와 Z의 몰수, 분자량으로부터 전체 기체의 질량을 올바르게 구하면 +3점 <p>※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.</p>	15

7. 예시 답안

[문제 4-1]

- ▶ 먼저 초기 상태의 용기 내에 존재하는 흑연(탄소)과 산소 기체의 양을 계산한다.

$$\text{C: } \frac{24\text{g}}{12\text{g/mol}} = 2\text{mol}$$

$$\text{O}_2: n = \frac{PV}{RT} = \frac{0.96\text{atm} \times 100\text{L}}{(0.08\text{atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}) \times 300\text{K}} = 4\text{mol}$$

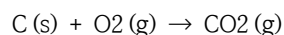
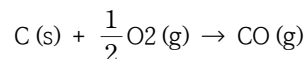
초기 상태에서 C는 2 mol, O₂는 4 mol (O 원자는 8 mol) 존재하였다.

- ▶ 만약 모든 흑연이 CO₂로 연소하는 경우, CO₂ 2 mol이 생성되고 O₂ 2 mol이 남는다.

$$P = \frac{nRT}{V} = \frac{(2+2)\text{mol} \times (0.08\text{atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}) \times 500\text{K}}{100\text{L}} = 1.6\text{atm}$$

총 기체의 몰수는 4 mol, 온도는 500 K이 되었으므로, 이상 기체 방정식을 이용하면 1.6 atm의 압력이 얻어진다. 이는 문제에서 언급된 1.76 atm보다 작은 값이므로 실제로는 CO₂ 이외에 다른 생성물이 생성되었음을 알 수 있다.

- ▶ 흑연이 아래의 반응식에 따라 완전 연소시 CO₂를 생성하고, 불완전 연소시 CO를 생성한다.



CO: $x \text{ mol}$ CO_2 : $2-x \text{ mol}$ O_2 의 O 원자: $8 - \{x + 2 \times (2-x)\} = 4 + x \text{ mol}$, 즉 O_2 : $2 + \frac{x}{2} \text{ mol}$

모든 탄소가 반응에 참여하였으므로, CO가 $x \text{ mol}$ 형성되었을 때 CO_2 는 $2-x \text{ mol}$ 이 형성된다.

이때 반응에 참여하지 않고 남아 있는 O_2 의 몰수는 $2 + \frac{x}{2} \text{ mol}$ 이 된다.

▶ 이때 기체의 총 몰수를 구한다.

$$n_{total} = n_{CO} + n_{CO_2} + n_{O_2} = x + (2-x) + (2 + \frac{x}{2}) = 4 + \frac{x}{2} \text{ mol}$$

▶ 이상 기체 방정식을 이용하여 x 의 값을 구한다.

$$n = \frac{PV}{RT}$$

$$4 + \frac{x}{2} \text{ mol} = \frac{1.76 \text{ atm} \times 100 \text{ L}}{(0.08 \text{ atm} \cdot \text{L} / \text{mol} \cdot \text{K}) \times 500 \text{ K}}$$

$$x = 0.8$$

▶ 위에서 구한 x 의 값을 이용하여 각 기체의 몰수를 구한다.

$$n_{CO} = 0.8 \text{ mol}$$

$$n_{CO_2} = 2 - x \text{ mol} = 1.2 \text{ mol}$$

$$n_{O_2} = 2 + \frac{x}{2} \text{ mol} = 2.4 \text{ mol}$$

▶ 각 기체의 몰수로부터 질량을 구한다.

$$m_{CO} = n_{CO} \times M_{CO} = 0.8 \text{ mol} \times 28 \text{ g/mol} = 22.4 \text{ g}$$

$$m_{CO_2} = n_{CO_2} \times M_{CO_2} = 1.2 \text{ mol} \times 44 \text{ g/mol} = 52.8 \text{ g}$$

$$m_{O_2} = n_{O_2} \times M_{O_2} = 2.4 \text{ mol} \times 32 \text{ g/mol} = 76.8 \text{ g}$$

따라서 반응 후 용기 내에 존재하는 기체는 CO, CO_2 , O_2 이며, 이들의 질량은 각각 22.4 g, 52.8 g, 76.8 g이다. 이는 초기 상태에 존재하던 흑연과 산소 기체의 총 질량(152 g)과도 같다.

[문제 4-2]

▶ X_2 의 분자량은 동위 원소의 존재 비율에 따라 34부터 38까지의 크기를 갖게 된다. 각각의 존재 비율을 계산한다.

	X2의 분자량	존재 비율
17X-17X	34	$0.7 \times 0.7 = 0.49 \rightarrow 49\%$
17X-18X	35	$0.7 \times 0.2 \times 2 = 0.28 \rightarrow 28\%$
17X-19X 및 18X-18X	36	$0.7 \times 0.1 \times 2 + 0.2 \times 0.2 = 0.18 \rightarrow 18\%$
18X-19X	37	$0.2 \times 0.1 \times 2 = 0.04 \rightarrow 4\%$
19X-19X	38	$0.1 \times 0.1 = 0.01 \rightarrow 1\%$
		계: 100%

따라서 전체 X2 분자 중 18%가 36의 분자량을 갖는다.

- ▶ X2 중 분자량이 36인 X2의 존재 비율이 18%인 것을 이용해 전체 X2의 부분 압력을 구한다. 문제의 설명에 따르면 Z의 부분 압력은 X2의 부분 압력의 절반이다.

$$X_{X_2(36)} \times P_{X_2, total} = P_{X_2(36)}$$

$$0.18 \times P_{X_2, total} = 0.72 \text{atm}$$

$$P_{X_2, total} = 4 \text{atm}$$

$$P_Z = 2 \text{atm}$$

- ▶ X2와 Z의 부분 압력으로부터 각각의 몰수를 구한다.

$$n_{X_2, total} = \frac{P_{X_2, total} \times V}{RT} = \frac{4 \text{atm} \times 100 \text{L}}{(0.08 \text{atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}) \times 200 \text{K}} = 25 \text{mol}$$

$$n_Z = \frac{P_Z \times V}{RT} = \frac{2 \text{atm} \times 100 \text{L}}{(0.08 \text{atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}) \times 200 \text{K}} = 12.5 \text{mol}$$

- ▶ 전체 기체의 질량을 구하기 위해 앞서 X2의 평균 분자량을 구한다.

$$M_{X_2} = \{(17 \times 0.7) + (18 \times 0.2) + (19 \times 0.1)\} \times 2 = 34.8$$

- ▶ 각 기체의 몰수와 평균 분자량으로부터 전체 기체의 질량을 구한다.

$$\begin{aligned} m_{total} &= m_{X_2} + m_Z = n_{X_2} \times M_{X_2} + n_Z \times M_Z \\ &= 25 \text{mol} \times 34.8 \text{g/mol} + 12.5 \text{mol} \times 4 \text{g/mol} \\ &= 920 \text{g} \end{aligned}$$

따라서 전체 기체의 질량은 920 g으로 얻어진다.

문항카드 17

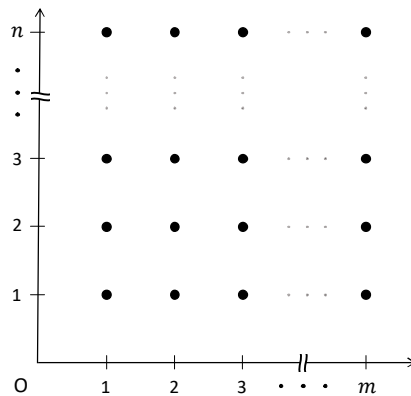
1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	경우의 수, 조합
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

다음 상황에 기초하여 문제에 답하시오.

그림과 같이 좌표평면 위에 좌표가 $(1,1), (1,2), \dots, (m,n)$ 인 $m \times n$ 개의 점이 있다. 이 중 4개의 점을 택하여 만들 수 있는 직사각형 중 넓이가 1인 것을 제외한 개수를 $A(m,n)$ 이라고 정의한다. (단, m, n 은 1보다 큰 자연수이다.)



[문제 1] $A(3,100) - A(2,100)$ 을 구하시오. [20점]

3. 출제 의도

경우의 수는 논리적 사고에 의하여 다양한 방법으로 계산할 수 있으며 이는 다양한 문제에서 활용될 수 있다. 본 문제에서는 도형과 관련하여 경우의 수를 계산하는 능력을 평가하고자 하며, 이를 위하여 ‘조합’의 개념을 사용할 수 있는지를 평가한다. 본 문제는 경우의 수에 대한 계산능력 및 조합 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 ‘중’ 정도로 볼 수 있다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	<p>[수학] - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.</p> <p>[수학] - (5) 확률과 통계 - ② 순열과 조합 [10수학05-03] 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다.</p>

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2020	262-267, 272-276
	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	258-262, 268-274
	수학	권오남 외	교학사	2020	255-263, 268-274

5. 문항 해설

선분 또는 점이 주어져 있을 때, 4개의 점을 선택하여 직사각형을 만드는 경우의 수를 찾는 문제이다. m 개의 점들과 n 개의 점들로부터 각각 2개의 점 (또는 선)을 선택하여 직사각형을 만드는 경우의 수는 ${}_m C_2 \times {}_n C_2$ 이다. $m=3$ 일 때, 가로와 세로가 아니더라도 서로 직교하는 선분은 $n-2$ 개이므로 이를 더해주어야 한다. 또한, 넓이가 1인 것을 제외한다는 조건이 있으므로, 이를 올바르게 찾아 제외하여야 한다.

6. 채점 기준

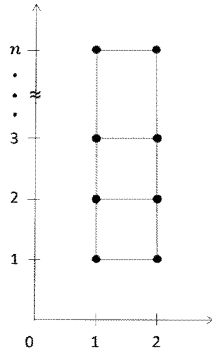
하위 문항	채점 기준	배점
1	<p>[채점요소] 모든 경로의 수를 논리적으로 구분하여 잘 셀 수 있는가? 조합 개념을 알고 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거]</p> <p>1. $A(2,n) = {}_2 C_2 \times {}_n C_2 - (n-1) = {}_n C_2 - (n-1)$ 의 수식을 유도하거나, $A(2,100) = {}_{100} C_2 - 99 = 4851$을 바르게 계산한 경우: +6점</p> <p>2. $A(3,n) - A(2,n) = 3 {}_n C_2 - n - {}_n C_2 + (n-1) = 2 {}_n C_2 - 1$ 의 수식을 유도하거나, $A(3,100) = 3 {}_{100} C_2 - 100 = 14750$을 바르게 계산한 경우: +12점 (단, 대각선으로 만들어지는 직사각형의 개수 $n-2=98$개를 빠뜨린 경우는 8점만 부여함)</p> <p>3. $A(3,100) - A(2,100) = 9899$를 바르게 계산한 경우: +2점</p> <p>※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를</p>	20

부여함.

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1 점 추가 점수 부여 가능함.

7. 예시 답안

1) $m=2$ 인 경우



-가로 방향의 2개의 선과 세로 방향의 n 개의 선들 중에서 2개를 선택하여 만들 수 있는 직사각형의 개수를 구하면 ${}_2C_2 \times {}_nC_2$ 이다.

-이 때, 넓이가 1인 직사각형의 개수는 $n-1$ 이다.

-따라서,

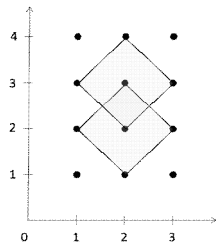
$$A(2,n) = {}_2C_2 \times {}_nC_2 - (n-1) = {}_nC_2 - (n-1) \text{ 이다.}$$

2) $m=3$ 인 경우

-가로 방향의 3개의 선들 중에서 2개를 선택하고 세로 방향의 n 개의 선들 중에서 2개를 선택하여 만들 수 있는 직사각형의 개수를 구하면 ${}_3C_2 \times {}_nC_2$ 이다.

-가로와 세로가 아니더라도 서로 직교하는 선분은 $n-2$ 개 존재한다.

예시)



-이 때, 넓이가 1인 직사각형의 개수는 $2(n-1)$ 이다.

$$\text{-따라서, } A(3,n) = {}_3C_2 \times {}_nC_2 + (n-2) - 2(n-1) = {}_3nC_2 - n$$

따라서, $A(3,n) - A(2,n) = {}_3nC_2 - n - {}_nC_2 + (n-1) = {}_2nC_2 - 1$ 이므로,

$$A(3,100) - A(2,100) = {}_{100}C_2 - 1 = 9899 \text{ 이다.}$$

문항카드 18

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(수학) / 문제 2	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학, 수학II 문제 2-2: 수학II, 미적분
	핵심개념 및 용어	문제 2-1: 함수의 극대와 극소 문제 2-2: 삼각함수의 덧셈정리, 적분과 미분의 관계
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 이다.
- 다항식 $P(x)$ 에 대하여 $P(\alpha)=0$ 일 때, $P(x)$ 를 $x-\alpha$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면 $P(x)=(x-\alpha)Q(x)$ 이다.
- 각 α 와 β 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta, \quad \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta, \quad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$
- 함수 $f(t)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x) \quad (\text{단, } a < x < b)$$

[문제 2-1] x 에 대한 방정식 $2x^3+3kx^2-(2k^2+k-2)=0$ 이 단 하나의 실근을 가지게 하는 실수 k 의 범위를 구하시오. (단, $k \geq 0$ 이다.) [10점]

[문제 2-2] 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) \sin(x-t) dt = \ln(1+x^2)$$

을 만족한다. 이때 정적분 $\int_0^2 xf(x) dx$ 의 값을 구하시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 2-1] 도함수를 이용하여 3차 함수의 그래프의 개형을 파악하고, 함수의 그래프와 방정식의 해 사이를 이용해 방정식의 해의 개수를 알아낼 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 삼각함수의 중요한 성질인 덧셈정리를 이해하고 상황에 맞게 적용할 수 있는지를 평가한다. 미분과 정적분의 관계를 이해하는 것이 미적분의 핵심인데 이를 잘 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 덧붙여 삼각함수의 합 공식을 이용해 연립방정식을 풀 수 있는지도 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	<p>[수학III] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학III02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.</p> <p>[수학] - (1) 문자와 식 - ③ 인수분해 [10수학01-04] 다항식의 인수분해를 할 수 있다.</p> <p>[수학] - (1) 문자와 식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식 [10수학01-16] 이차부등식과 이차함수의 관계를 이해하고, 이차부등식과 연립이차부등식을 풀 수 있다.</p>
문제 2-2	<p>[미적분] - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.</p> <p>[수학III] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학III03-03] 정적분의 뜻을 안다.</p> <p>[미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	고성은 외	신사고	2020	83, 121
	수학II	김원경 외	비상교육	2019	84
	수학II	황선욱 외	미래엔	2019	127
	수학	홍성복 외	지학사	2020	36
	수학	배종숙 외	금성출판사	2020	32
	미적분	이준열 외	천재교육	2021	66
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	69

5. 문항 해설

[문제 2-1]

함수와 방정식 사이의 관계를 이해하고 있는지를 평가한다. 미분을 이용하여 주어진 함수의 극대와 극소를 찾고 이를 이용하여 함수의 개형을 파악할 수 있는지를 묻는 문제이다. 이를 종합하여 간단한 2차 부등식을 유도하고 문제를 해결할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2]

삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 식을 적절히 변형할 수 있는지를 평가한다. 함수의 정적분과 미분과의 관계를 이해하고 있는지를 평가한다. 주어진 식으로부터 간단한 연립방정식을 풀어 원하는 함수를 얻은 후, 이 함수를 다양한 적분 방법(치환적분 등)을 적분 문제를 해결할 수 있는지를 묻는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	$f(x) = 2x^3 + 3kx^2 - (2k^2 + k - 2)$ 라하고 미분을 이용하여 문제를 푸는 것을 시도하면 +2점 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 구하면 +2점 $f(0) > 0$ 또는 $f(-k) < 0$ 일 때 해가 하나라는 것을 명시하면 +4점 최종적으로 정답을 얻으면 +2점	10
2-2	삼각함수 정리를 이용하여 $\ln(1+x^2) = g(x)\sin x - h(x)\cos x$ 형태로 식을 정리하면 +3점 미분하여 $\frac{2x}{1+x^2} = g(x)\cos x + h(x)\sin x$ 을 얻고, $g(x)$ 와 $h(x)$ 에 대한 연립방정 식을 풀어 $g(x) = \ln(1+x^2)\sin x + \frac{2x}{1+x^2}\cos x$ 또는 $h(x) = \frac{2x}{1+x^2}\sin x - \ln(1+x^2)\cos x$ 를 얻으면 +3점 미분하여 $f(x) = \ln(1+x^2) + \left(\frac{2x}{1+x^2}\right)'$ 를 얻으면 +3점 최종적으로 적분을 계산하여 정답 $\frac{3}{2}\ln 5 - \frac{2}{5}$ 을 얻으면 +6점	15

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

7. 예시 답안

[문제 2-1]

$f(x) = 2x^3 + 3kx^2 - (2k^2 + k - 2)$ 라 하자. 우선 $k=0$ 인 경우 해가 하나인 것을 확인한 후, $k > 0$ 이라 가정한다. 이때 $f'(x) = 6x(x+k)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x = -k$ 에서 극대, $x = 0$ 에서 극소이다. 따라서 단 하나의 해를 가지기 위해서는 $f(0) = -(2k^2 + k - 2) > 0$ 또는

$$f(-k) = k^3 - 2k^2 - k + 2 = (k+1)(k-1)(k-2) < 0 \Rightarrow (k-1)(k-2) < 0$$

이다. 위 부등식을 풀어 k 의 범위 $0 \leq k < \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ 또는 $1 < k < 2$ 를 얻는다.

[문제 2-2]

우선 사인함수의 덧셈정리를 적용하여 식을 다음과 같이 정리한다.

$$\begin{aligned} \ln(1+x^2) &= \int_0^x f(t) \sin(x-t) dt = \int_0^x f(t) (\sin x \cos t - \cos x \sin t) dt \\ &= \sin x \left\{ \int_0^x f(t) \cos t dt \right\} - \cos x \left\{ \int_0^x f(t) \sin t dt \right\} \end{aligned}$$

위의 식을 미분하면

$$\frac{2x}{1+x^2} = \cos x \left\{ \int_0^x f(t) \cos t dt \right\} + \sin x \left\{ \int_0^x f(t) \sin t dt \right\}$$

이므로, 위 두 식에 각각 $\sin x$, $\cos x$ 를 곱하여 더해

$$\int_0^x f(t) \cos t dt = \ln(1+x^2) \sin x + \frac{2x}{1+x^2} \cos x$$

를 얻는다. (또는 비슷한 방법으로 $\int_0^x f(t) \sin t dt = \frac{2x}{1+x^2} \sin x - \ln(1+x^2) \cos x$ 를 얻을 수 있다.) 위 식을 미분하면

$$f(x) \cos x = \ln(1+x^2) \cos x + \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)' \cos x$$

(또는 $f(x) \sin x = \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)' \sin x + \ln(1+x^2) \sin x$)이므로 $f(x) = \ln(1+x^2) + \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)'$ 이다. 따라서

$$\int_0^2 x f(x) dx = \int_0^2 x \ln(1+x^2) dx + \int_0^2 x \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)' dx$$

이다. 첫 번째 적분은 치환적분과 부분적분을 이용하여 계산하고

$$\int_0^2 x \ln(1+x^2) dx = \frac{1}{2} \int_1^5 \ln u du = \frac{1}{2} [u \ln u - u]_1^5 = -2 + \frac{5}{2} \ln 5$$

두 번째 적분은 부분적분을 하여 값을 구한다.

$$\int_0^2 x \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)' dx = \left[\frac{2x^2}{1+x^2} \right]_0^2 - \int_0^2 \frac{2x}{1+x^2} du = \frac{8}{5} - [\ln(1+x^2)]_0^2 = \frac{8}{5} - \ln 5$$

마지막으로 위의 적분 값을 더하여 정답 $\frac{3}{2} \ln 5 - \frac{2}{5}$ 을 얻는다.

문항카드 19

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 III(수학) / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 수학, 미적분 문제 3-2: 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	문제 3-1: 원의 방정식, 부분적분 문제 3-2: 내적, 접선의 방정식
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 도함수가 연속일 때 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

- 점 (a, b) 와 점 (b, a) 는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.
- 두 평면벡터 \vec{a} , \vec{b} 가 이루는 각의 크기가 θ 일 때, \vec{a} 와 \vec{b} 의 내적은 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos\theta$ 이다.

[문제 3-1] 실수 θ 에 대하여 영역 $A = \{(x, y) | (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq (\tan\theta)x\}$ 의 넓이를 $g(\theta)$ 라

하자. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{g(\theta)}{\cos^2\theta} d\theta$ 의 값을 구하시오. (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ 이다.) [10점]

[문제 3-2] $x \geq 1$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{1}{14+8\sqrt{3}} \ln x (\ln x - 1)^2$ 에 대하여, 원점이 0인 좌표평면 위의 점 $A(t, f(t))$ 가 있다. 점 A를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭시킨 점을 B라 할 때, 두 벡터 $\frac{\vec{OA}}{|\vec{OA}|}$ 와 $\frac{\vec{OB}}{|\vec{OB}|}$ 의 내적의 최댓값을 구하시오. (단, $x \geq 1$ 에서 $f(x) \leq \sqrt{x}$ 이다.) [15점]

3. 출제 의도

[문제 3-1]

주어진 영역을 알아내고 원과 삼각형의 성질을 이용하여 넓이를 계산하고, 주어진 정적분을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2]

벡터의 내적을 잘 이해하고 있는지 확인한다. 곡선의 접선 중 원점을 지나는 접선을 구하고 그 중 기울기가 큰 것을 선별할 수 있는지 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	[수학] - (2) 기하 - ③ 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - ① 여러가지 적분법 [12미적03-02] 부분적분을 이해하고 이를 활용할 수 있다.
문제 3-2	[미적분] - (1) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [기하] - (2) 평면벡터 - ② 평면벡터의 성분과 내적 [12기하02-04] 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2019	139-147
	미적분	이준열 외	천재교육	2019	97-108 155-159
	기하	홍성복 외	지학사	2019	89-97

5. 문항 해설

[문제 3-1]

주어진 영역을 알아내고 원과 삼각형의 성질을 이용하여 $g(\theta)$ 를 구한다. $g(\theta)$ 가 들어간 주어진 정적분을 부분적분등을 이용하여 구한다.

[문제 3-2]

벡터의 내적 성질을 고려하여 주어진 내적이 나타내는 양을 알아낸다. 곡선의 접선 중 원점을 지나는 접선을 구한다. 기울기가 큰 접점을 선별하여 내적의 최댓값을 구한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	$g(\theta) = \frac{\pi}{2} - \theta - \sin\theta \cos\theta$ 을 보이면 +5점 부분적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} -\theta \sec^2\theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan\theta d\theta - \frac{\pi}{4}$ 보이면 +2점 나머지 적분을 구하고 합하여 $\frac{\pi}{4}$ 구하면 +3점	10
3-2	주어진 식이 $\cos\theta$ 임을 보이면 +3점 접선의 방정식을 구하여 $\ln a = 2 \pm \sqrt{3}$ 보이면 +7점	15

기울기를 비교하여 $A(e^{2+\sqrt{3}}, 1)$ 일 때 최댓값 $\frac{2e^{2+\sqrt{3}}}{1+e^{4+2\sqrt{3}}}$ 을 구하면 +5점

7. 예시 답안

[문제 3-1]

직선 $y = (\tan\theta)x$ 는 x 축의 양의 방향과 θ 의 각을 이루는 직선이므로 원의 성질을 이용하면

$$g(\theta) = \frac{1}{2}(\pi - 2\theta) - \sin\theta \cos\theta = \frac{\pi}{2} - \theta - \sin\theta \cos\theta \text{ 을 얻는다.}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\pi}{2} - \theta - \sin\theta \cos\theta}{\cos^2\theta} d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\pi}{2} \sec^2\theta - \theta \sec^2\theta - \tan\theta \right) d\theta \text{ 이고 부분적분을 하면}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} -\theta \sec^2\theta d\theta = [-\theta \tan\theta]_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan\theta d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan\theta d\theta - \frac{\pi}{4} \text{ 이다.}$$

$$\text{정리하면 주어진 정적분은 } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\pi}{2} \sec^2\theta d\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} [\tan\theta]_0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \text{ 이다.}$$

[문제 3-2]

$\angle AOB = \theta$ 라 하자. 내적 정의를 고려하면 주어진 값은 $\cos\theta$ 임을 알 수 있다. 곡선

$$y = \frac{1}{14+8\sqrt{3}} \ln x (\ln x - 1)^2 \text{ 은 } x=1, \quad x=e \text{ (중근)에서 근을 가지고 } x \geq e \text{ 에서 증가하면서}$$

$f(x) \leq \sqrt{x}$ 이다. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선 중 기울기가 최대인 경우에 $\cos\theta$ 이 최댓값을 갖는다. $(a, f(a))$ 에서의 접선이 원점을 지나면 $f(a) = af'(a)$ 을 만족한다. 계산하면 $\ln a (\ln a - 1)^2 = (\ln a - 1)^2 + 2\ln a (\ln a - 1)$ 이고 $(\ln a - 1)$ 이 공통 인수이므로 나머지를 정리하면 $(\ln a)^2 - 4(\ln a) + 1 = 0$ 이고 $\ln a = 2 \pm \sqrt{3}$ 을 얻을 수 있다.

$$\ln a = 2 - \sqrt{3} \text{ 에 대응하는 접점은 } (e^{2-\sqrt{3}}, \frac{7-4\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}) \text{ 이고}$$

$$\ln a = 2 + \sqrt{3} \text{ 에 대응하는 접점은 } (e^{2+\sqrt{3}}, 1) \text{ 이다.}$$

두 접점의 기울기를 비교해보자. $e < 3$, $\sqrt{3} < 2$ 을 고려하면 $e^{2\sqrt{3}} < 3^4 = 81$ 이고 이를 이용하면 다음을 보일 수 있다.

$$\frac{7-4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})e^{2-\sqrt{3}}} < \frac{1}{e^{2+\sqrt{3}}} \Leftrightarrow e^{2\sqrt{3}} < \frac{7+4\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}} = (7+4\sqrt{3})^2 = 97+56\sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } A(e^{2+\sqrt{3}}, 1), B(1, e^{2+\sqrt{3}}) \text{ 일 때 최댓값 } \frac{2e^{2+\sqrt{3}}}{1+e^{4+2\sqrt{3}}} \text{ 을 갖는다.}$$

문항카드 20

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I, 생명과학 II
	핵심개념 및 용어	항상성, 특이적 방어작용, 유전체 구성, 전사와 번역
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 포도당은 체내의 주요 에너지원이므로 혈당량이 과다하거나 부족하면 세포의 정상적인 기능에 문제가 생긴다. 따라서 혈당량은 일정한 수준으로 유지되어야 한다. 이 과정에서 분비되는 호르몬인 인슐린과 글루카곤은 혈당량 조절에서 가장 중요한 역할을 한다. 혈당량이 증가하면 인슐린의 분비가 촉진되어 혈당량을 감소시킨다. 이와 반대로 혈당량이 낮아지면 글루카곤이 분비되어 혈당량을 증가시킨다. 당뇨병은 혈당 조절에 필요한 인슐린의 분비가 부족하거나 인슐린이 제대로 작용하지 못해 발생하는 질환으로, 혈당이 너무 높아 오줌 속에 포도당이 섞여 나오고, 여러 가지 합병증을 일으킨다. 당뇨병에는 두 가지 유형이 있다. 제1형 당뇨병은 이자의 β 세포가 파괴되어 인슐린을 생성하지 못하는 것이며, 제2형 당뇨병은 인슐린이 정상적으로 분비되지만 인슐린의 표적 세포가 인슐린에 정상적으로 반응하지 못하는 것이다.

(나) 우리 몸은 병원체 침입에 대응하는 방어 기능을 가지고 있는데 이를 면역이라고 한다. 면역은 선천성 면역과 후천성 면역으로 나눌 수 있다. 선천성 면역은 병원체의 종류에 관계없이 신속하고 광범위하게 방어가 일어나기 때문에 비특이적 방어 작용이라고 하고, 후천성 면역은 선천성 면역 후에 병원체의 특정 부위를 인식하여 선별적으로 면역이 일어나기 때문에 특이적 방어 작용이라고 한다. 특이적 방어 작용에서는 백혈구의 일종인 림프구가 중요한 역할을 한다. 림프구는 골수에서 만들어지는데, 골수에서 만들어진 림프구 중 일부는 골수에서 성숙 과정을 거쳐 B 림프구로 분화하고, 다른 일부는 가슴샘으로 이동하여 T 림프구로 분화한다. 병원체에 감염되거나 내부 세포들의 변이로 암세포가 발생했을 때, 면역 체계가 제대로 대응하지 못하면 질병을 앓을 뿐만 아니라 생명까지 위협할 수 있다. 반대로, 면역 세포들이 우리 몸의 일부를 항원으로 인식하여 파괴하면 질병이 발생할 수 있다.

(다) 진핵생물에서는 전사 인자라고 하는 조절 단백질이 전사에 관여한다. 전사가 진행되기 위해서는 먼저 다양한 전사 인자가 RNA 중합 효소와 함께 DNA의 프로모터 부위에 결합하여 전사 개시 복합체를 형성한다. 전사 인자에는 전사 촉진 인자와 전사 억제 인자가 있으며, 이들 전사 인자들은 DNA의 조절 부위에 결합하여 유전자의 전사를 조절한다. 전사 촉진 인자는 염색질의 구조를 풀어 주거나 RNA 중합 효소가 프로모터에 잘 결합할 수 있도록 도와주어 전사가 개시될 수 있도록 해 준다.

(라) mRNA의 유전 정보에 따라 단백질을 합성하는 과정을 번역이라고 하며, 진핵생물에서 이 과정은 세포질의 리보솜에서 일어난다. mRNA의 염기 서열은 리보솜에서 번역이 일어나는 동안 tRNA가 운반해 온 아미노산을 순차적으로 결합하여 폴리펩타이드 사슬을 만든다. 폴리펩타이드 사슬은 접힘 과정을 통해 입체 구조를 형성하여 기능을 할 수 있는 단백질이 된다.

(마) 제한 효소는 유전 물질인 DNA의 특정 염기 서열을 인식하고 그 부위만 자르는 효소이다. 따라서 제한 효소의 종류에 따라 인식하는 염기 서열이 다르며, 적절한 제한 효소를 사용하면 DNA에서 원하는 부위를 선택적으로 자를 수 있다.

[문제 4-1] 다음은 당뇨병을 유발하는 것으로 알려진 물질 X와 Y가 어떻게 작용하는지를 알아본 실험이다.

[자료]

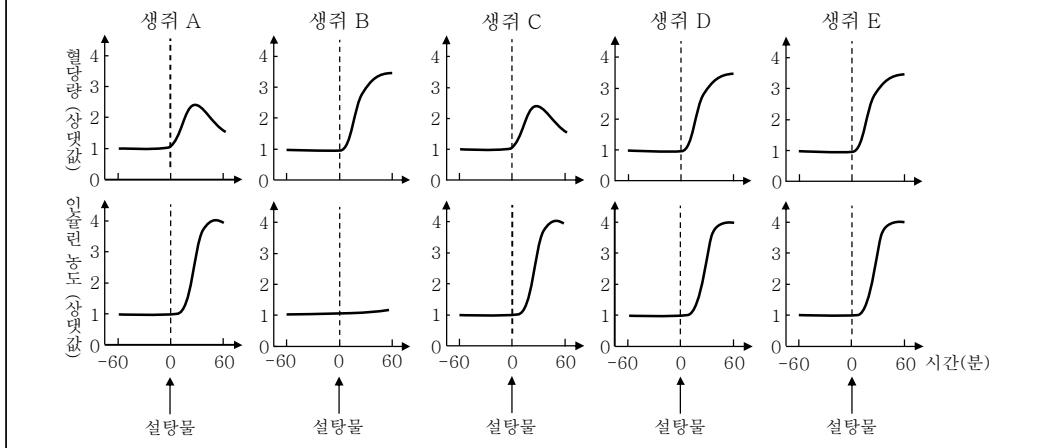
생쥐 A, B, D는 정상 생쥐이고, 생쥐 C, E는 가슴샘이 제거된 생쥐이다.

[실험 과정]

- I. 생쥐 A에 식염수를, 생쥐 B와 C에 물질 X를, 생쥐 D와 E에 물질 Y를 각각 주입하였다.
- II. 20일 후, 생쥐 A, B, C, D, E에 먹이 투여를 10시간 동안 중지한 후, 각각의 생쥐에게 같은 양의 설탕 물을 먹였다.

[실험 결과]

다음은 생쥐 A, B, C, D, E에서 설탕물을 먹이기 전과 후의 혈당량과 혈중 인슐린 농도의 변화를 나타낸 것이다.

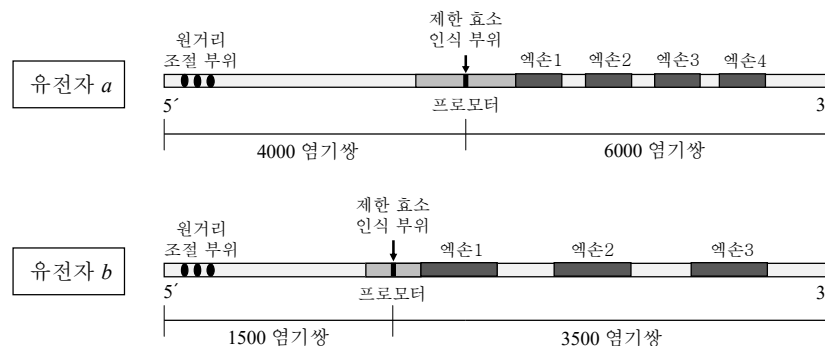


[문제 4-1] 제시문 (가), (나)와 실험 결과를 통합적으로 해석하여 물질 X와 Y가 유발하는 당뇨병의 유형을 각각 제시하고, 물질 X와 Y가 각각 어떻게 당뇨병을 유발하는지를 논리적으로 설명하시오. [15점]

[문제 4-2] 다음은 항암제 X와 Y의 효능을 분석하기 위한 자료와 실험 결과이다.

[자료]

- 유전자 a는 전사 인자 P에 의해 암세포에서만 발현하고 전사 인자 A를 암호화한다.
- 전사 인자 A는 유전자 b의 발현을 촉진한다.
- 그 결과 유전자 b의 발현 산물인 단백질 B는 암세포의 증식을 촉진한다.
- 아래 그림은 유전자 a와 b의 구조 모식도이며, 유전자 a와 b의 DNA는 각각 10000개의 염기쌍과 5000개의 염기쌍으로 구성되어 있다.



[실험 과정]

- I. 같은 수의 암세포가 들어있는 서로 다른 배양 접시에 식염수, 항암제 X, 항암제 Y를 각각 처리한 후, 37°C에서 24시간 동안 배양하였다.
- II. 각각의 세포를 고정액으로 고정한 후, 세포의 핵에서 유전자 a와 b를 추출하여 각각 준비하고, 제한

효소와 충분히 반응시켜 얻은 DNA 절편의 검출 여부를 <표 1>에 정리하였다. 이 제한 효소는 전사 인자와 결합한 DNA는 자르지 못하며, 제한 효소의 효율은 100%이다.
 III. 식염수, 항암제 X, 항암제 Y를 처리한 각각의 세포에서 유전자 a와 b에 대한 DNA의 상대량과 mRNA, 단백질 발현량의 상대값을 <표 2>에 정리하였다.

<표 1> DNA 절편 검출 여부

염기쌍 수	식염수	항암제 X	항암제 Y
10000	○	○	○
6000	X	X	X
5000	○	X	○
4000	X	X	X
3500	X	○	○
1500	X	○	○

(○: 검출, X: 미검출)

<표 2> DNA 상대량 및 mRNA와 단백질의 발현량

구분	식염수		항암제 X		항암제 Y	
유전자	a	b	a	b	a	b
DNA	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
mRNA	1.1	1.0	1.1	0.0	1.2	0.2
단백질	1.0	1.1	1.0	0.0	0.1	0.2

(수치는 상대값)

[문제 4-2] 위의 실험 결과를 통합적으로 해석하여 항암제 X와 Y가 암세포 증식을 억제하는 방법을 제시문 (다) - (마)에 근거하여 각각 추론하시오. (단, 항암제 X와 Y는 유전자 a 또는 b의 발현 과정 중 한 단계에만 작용하고, 전사 인자 P와 A는 프로모터에만 결합한다.) [15점]

3. 출제 의도

[문제 4-1]

체내 환경을 일정하게 유지하려는 특성인 항상성에 문제가 생기면 다양한 질병이 발생할 수 있다. 본 문제에서는 항상성을 유지시키는 데 문제가 생겨서 발생하는 질병에 대한 제시문과 실험 결과를 통합적으로 이해할 수 있는 능력을 평가한다.

이를 위하여, 주어진 제시문을 읽고 실험에 대한 자료를 해석하여 물질 X 또는 물질 Y의 주입이 각 생쥐에서의 혈당량 및 인슐린의 농도를 어떻게 변화시켰는지를 정확하게 이해할 수 있고, 그 이유를 논리적으로 설명할 수 있는지를 확인한다.

[문제 4-2]

진핵생물의 유전자 발현 및 조절 과정을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 진핵생물의 전사 인자는 다른 유전자의 프로모터에 결합함으로써 유전자의 발현을 촉진하거나 억제할 수 있고, 유전자의 발현은 전사와 번역 과정을 통해 이루어지는 것을 이해하는지와 제한 효소의 개념을 파악하고 있는지를 통합적으로 평가하고자 하였다. 특히 전사 인자는 프로모터에만 결합한다는 단서와 전사 인자가 결합한 DNA의 경우 제한 효소가 작용하지 못한다는 단서를 조합하여 암세포에서만 발현하고 있는 유전자 a와 b가 항암제 X와 Y에 의해 어떻게 영향을 받는지를 찾는 문제이며, 문제 해결 과정을 통해 통합 추론 능력을 확인하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

영역별 내용	
제시문	(가) 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다.
	(나) 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	(다) 생명과학 II (4) 유전자의 발현과 조절 [12생과 II 04-06] 진핵생물의 발생과 세포 분화에서 유전자 발현 조절 과정을 설명할 수 있다.
	(라) 생명과학 II (4) 유전자의 발현과 조절 [12생과 II 04-03] 전사와 번역 과정을 거쳐 유전자가 발현됨을 이해하고, 모형을 이용하여 유전자 발현 과정을 설명할 수 있다.
	(마) 생명과학 II (6) 생명공학 기술과 인간생활 [12생과 II 06-01] DNA 재조합 기술의 원리를 이해하고, 활용 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
하위문항	문제 4-1 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다.
	문제 4-2 생명과학 II (4) 유전자의 발현과 조절 [12생과 II 04-03] 전사와 번역 과정을 거쳐 유전자가 발현됨을 이해하고, 모형을 이용하여 유전자 발현 과정을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	이준규 외 5인	천재교육	2018	44
	생명과학 I	김윤택 외 4인	동아출판	2018	47, 98-100
	생명과학 I	전상학 외 7인	지학사	2018	88, 94-95
	생명과학 I	오현선 외 5인	미래엔	2018	96, 106-109
	생명과학 I	심규철 외 5인	비상	2018	86-87
	생명과학 I	심재호 외 5인	금성출판사	2018	114
	생명과학 II	권혁빈 외	교학사	2018	111-129, 180-187
	생명과학 II	전상학 외	지학사	2018	114-136, 192-198
	생명과학 II	오현선 외	미래엔	2018	124-140, 194-197
	생명과학 II	심규철 외	비상	2018	122-140, 195-198

5. 문항 해설

[문제 4-1]

포도당은 세포의 주요 에너지원이므로, 혈당량은 일정한 수준으로 유지되어야 한다. 당뇨병은 혈당 조절에 필요한 인슐린의 분비가 부족하거나 인슐린이 제대로 작용하지 못해 발생하는 질환으로, 두 가지 유형이 있다. 제1형 당뇨병은 이자의 β 세포가 파괴되어 인슐린을 생성하지 못하는 것이고, 제2형 당뇨병은 인슐린이 정상적으로 분비되지만 인슐린의 표적 세포가 인슐린에 정상적으로 반응하지 못하는 것이다. 실험 결과에서 식염수를 처리한 정상 생쥐 A의 결과에 비해, 물질 X를 처리한 정상 생쥐 B의 혈당량이 높고, 인슐린 농도가 매우 낮으므로, 물질 X는 제1형 당뇨병을 유발함을 유추할 수 있다. 제1형 당뇨병을 유발하는 물질 X는 가슴샘이 제거되어 T 림프구가 결핍된 생쥐 C에서, 혈당량과 인슐린 농도가 생쥐 A와 같았으므로, 물질 X는 T 림프구의 작용을 통해 이자의 β 세포를 파괴하여 당뇨병을 유발하였다고 추론할 수 있다. 물질 Y를 처리한 정상 생쥐 D의 경우, 혈당량이 높고 인슐린 농도는 비슷하므로, 제2형 당뇨병을 유발되었음을 유추할 수 있다. 가슴샘을 제거한 생쥐 E에 물질 Y를 처리하였을 때, 혈당량 및 인슐린 농도가 생쥐 D와 동일하므로, 물질 Y는 T 림프구와 상관없이 당뇨병을 유발함을 추론할 수 있다. 제2형 당뇨병은 표적 세포가 인슐린에 반응하지 못하는 것이라고 하였으므로, 물질 Y는 표적 세포의 인슐린 반응성을 낮추어서 당뇨병을 발생시켰을 것으로 추론할 수 있다.

[문제 4-2]

주어진 자료에 의하면 유전자 a는 전사 인자 P에 의해 발현이 지속되고 있으므로 전사 인자 P는 유전자 a의 프로모터에 결합하고 있다고 예측할 수 있다. 또한 유전자 a에서 전사를 통해 유전자 a의 mRNA가 증가하고 번역 과정을 통해 단백질 A의 발현이 증가했을 것이다. 그리고 단백질 A는 전사 인자로 작용하여 유전자 b의 발현을 높이므로 유전자 b의 프로모터에 결합을 하게 된다. 따라서 이 경우 제한 효소는 유전자 a와 b DNA를 모두 자를 수 없어 표 1에서 식염수 그룹의 경우 염기쌍 수는 10000과 5000에서 검출되었다.

반면 항암제 X의 경우 식염수와 동일하게 10000개 염기쌍은 검출이 되었으므로 유전자 a의 경우 전사 인자 P에 의해 발현이 지속되고 있음을 예측할 수 있으나 유전자 b의 경우 5000 염기는 검출되지 않았고, 대신 유전자 b의 프로모터 부위에서 잘리면 나타나는 3500과 1500염기쌍이 검출되었다. 이는 유전자 b DNA의 프로모터 부위가 잘렸음을 의미하고 전사 인자가 결합되지 않았음을 나타낸다. 표 2의 결과에서도 식염수와 동일하게 항암제 X를 처리한 군에서 유전

자 a는 mRNA와 단백질로 발현이 잘 일어나고 있으나 유전자 b의 전사 과정에 문제가 생겨 mRNA가 발현되지 않음을 알 수 있다. 따라서 표 1과 2의 결과를 통합적으로 해석하면 항암제 X는 유전자 a로부터 발현되는 단백질 A가 전사 인자로서 유전자 b의 프로모터에 결합하지 못하도록 하는 기전임을 알 수 있다.

항암제 Y의 경우 유전자 a의 DNA 절편은 10000개가 검출되었으므로 식염수와 마찬가지로 전사 인자 P가 프로모터에 결합하고 있음을 알 수 있고, 유전자 b DNA의 경우 절편이 프로모터에서 잘리지 않은 5000 염기쌍과 프로모터에서 제한 효소에 잘린 3500, 1500 염기쌍이 모두 검출되었다. 표 2에서는 유전자 a의 mRNA는 발현이 잘 되고 있으나 단백질로의 번역되는 효율이 감소 되었음을 알 수 있는데, 따라서 단백질 A의 양이 감소하여 유전자 b의 발현을 유도하는 효율이 떨어지고 있음을 알 수 있으므로, 유전자 b의 DNA 중 일부는 제한 효소에 잘리기도 하고 전사 인자 A가 결합하고 있어 잘리지 않기도 할 것이다. 이러한 결과를 통합적으로 해석하면 항암제 Y는 유전자 a의 번역 과정을 방해하는 기전임을 알 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	물질 X가 제1형 당뇨병을, 물질 Y가 제2형 당뇨병을 유발함을 제시	4점
	가슴샘이 제거된 생쥐에 T 림프구가 결핍되어 있음을 제시	2점
	물질 X가 T 림프구 작용을 통해 이자의 β 세포를 파괴하여 당뇨병을 유발함을 제시	4점
	물질 Y의 당뇨병 유발 기전은 T 림프구와 관계없음을 제시	3점
	물질 Y는 인슐린의 표적 세포가 인슐린에 제대로 반응하지 못하도록 하여 당뇨병을 유발함을 제시	2점
문제 4-2	식염수 처리군에서 DNA 절편이 10000과 5000에서 생기는 이유를 설명하면	3점
	표1에서 항암제 X 처리군에서 전사 인자 A가 유전자 b 프로모터에 결합하지 못하여 DNA 절편이 생긴 것을 설명하면	3점
	표1에서 항암제 Y 처리군에서 유전자 b의 DNA 절편이 3가지 모두 생긴 것을 설명하면	3점
	표2에서 항암제 X 처리군에서 유전자 b의 전사과정에 문제가 있음을 설명하면	3점
	표2에서 항암제 Y 처리군에서 유전자 a의 번역과정에 문제가 있음을 설명하면	3점

7. 예시 답안

[문제 4-1]

- 식염수를 처리한 정상 생쥐 A의 결과에 비해, 물질 X를 처리한 정상 생쥐 B의 혈당량이 높고, 인슐린 농도가 매우 낮다. 제시문 (가)에서 제1형 당뇨병은 인슐린을 생성하지 못하는 것이라고 하였으므로, 물질 X는 제1형 당뇨병을 유발함을 유추할 수 있다.
- 생쥐 A의 결과에 비해, 물질 Y를 처리한 정상 생쥐 D의 혈당량이 높고 인슐린 농도는 비슷하

다. 이 결과와 제시문 (가)를 통해, 물질 Y는 제2형 당뇨병을 유발함을 유추할 수 있다.

- 제시문 (나)에서 T 림프구가 가슴샘에서 분화한다고 하였으므로, 가슴샘이 제거된 생쥐에는 T 림프구가 결핍되어 있음을 유추할 수 있다. 제1형 당뇨병을 유발하는 물질 X를 가슴샘이 제거된 생쥐 C에 처리하였을 때, 혈당량과 인슐린 농도가 생쥐 A와 같았으므로, 물질 X는 T 림프구의 작용을 통해 이자의 β 세포를 파괴하여 당뇨병을 유발하였다고 추론할 수 있다.
- 가슴샘을 제거한 생쥐 E에 물질 Y를 처리하였을 때, 혈당량 및 인슐린 농도가 생쥐 D와 동일하므로, 물질 Y는 T 림프구와 상관없이 당뇨병을 유발함을 추론할 수 있다.
- 제시문 (가)에서 제2형 당뇨병은 표적 세포가 인슐린에 반응하지 못하는 것이라고 하였으므로, 물질 Y는 표적 세포의 인슐린 반응성을 낮추어서 당뇨병을 발생시켰을 것으로 추론할 수 있다.

[문제 4-2]

- 식염수 처리군의 경우 전사 인자 P와 A에 의해 유전자 발현 과정이 진행되고 있어 제한 효소에 의해 프로모터 부위가 절단되지 않아 유전자 a와 b 모두 10000과 5000 염기쌍에서 검출됨.
- 항암제 X: 식염수와 마찬가지로 유전자 a의 전체 크기인 10000개 염기쌍 DNA 절편은 확인되었으나 유전자 b의 전체 크기인 5000 염기쌍은 검출되지 않았고, 대신 유전자 b의 프로모터 부분이 제한 효소에 잘려 1500과 3500으로 나누어진 절편이 관찰됨. 이는 유전자 a를 통해 발현되는 전사 인자 A가 유전자 b의 프로모터에 결합하지 못하여 나타난 결과라는 것을 의미함.
- 또한 표 2에서 유전자 a의 mRNA 및 단백질 발현은 식염수 처리군과 동일한 반면 유전자 b의 mRNA 발현이 되지 않는 것을 확인할 수 있음. 단백질 A는 유전자 b의 전사인자로 작용한다고 하였으므로 단백질 A에 의한 유전자 b의 발현이 전사 수준에서 저해되고 있음을 유추할 수 있음. 따라서 항암제 X는 전사인자 A가 유전자 b의 프로모터 부위에 결합하지 못하게 하여 전사 과정을 방해함으로써 암세포의 성장을 억제함.
- 항암제 Y: 표 2에서 유전자 a의 mRNA는 증가하지만 단백질 A의 발현은 크게 감소하였음. 이는 발현된 유전자 a의 mRNA가 단백질로 번역되는 과정이 저해되었음을 의미함. 따라서 발현이 줄어든 단백질 A가 유전자 b의 전사 과정에도 영향을 미쳐 단백질 B 발현까지 낮아진 것을 알 수 있음.
- 표 1에서 유전자 a가 mRNA로 전사된 후 단백질 A로 번역되는 과정이 방해받아 단백질 A 합성이 줄어들게 되면, 유전자 b의 프로모터 부위에 붙을 수 있는 전사 인자도 감소하여 전사인자 A가 결합한 유전자 b가 줄어들지만 표 2에서 단백질 A의 완전한 번역을 막지는 못하므로 일부 전사 인자와 결합한 유전자 b가 함께 존재하므로 제한 효소에 의한 DNA 절편 역시 5000과 3500, 1500 모두 검출된다. 따라서 항암제 Y는 유전자 A의 번역과정을 방해하여 암세포의 성장을 억제한다.

문항카드 21

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	운동량 보존, 역학적 에너지 보존, 등가속도 직선 운동, 벡터의 합성과 분해, 구심력
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (바)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 마찰이 없는 수평면 위에서 질량이 각각 m_A , m_B 이고 속도가 v_A , v_B 인 물체 A, B가 직선상에서 운동하다가 충돌한 후 속도가 각각 v_A' , v_B' 이 될 때 다음 식이 성립한다.

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v_A' + m_B v_B'$$

즉, 충돌 전 두 물체의 운동량의 합은 충돌 후 두 물체의 운동량의 합과 같다. 이처럼 두 물체가 충돌할 때 외부에서 힘이 작용하지 않으면 충돌 전과 충돌 후의 운동량의 합은 항상 일정하게 보존된다. 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다.

(나) 질량 m 인 물체가 속력 v 로 움직일 때 운동 에너지 E_k 는 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 이다. 지면으로부터 높이 h 에 있는 물체가 중력에 의해 가지는 에너지를 중력 퍼텐셜 에너지 E_p 라 하고 $E_p = mgh$ 로 나타낸다. 여기에서 g 는 중력 가속도이다. 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합을 역학적 에너지라고 한다. 마찰이나 공기 저항이 없을 때 역학적 에너지는 보존된다.

(다) 물체에 힘이 작용할 때 물체는 알짜힘의 방향으로 가속된다. 이때 물체의 가속도의 크기 a 는 물체에 작용하는 알짜힘의 크기 F 에 비례하고 물체의 질량 m 에 반비례하여 $F=ma$ 를 만족한다. 이를 뉴턴 운동 제2법칙이라 한다.

(라) 속력과 운동 방향이 일정한 운동을 등속 직선 운동이라고 하며, 속도 v 로 등속도 운동하는 물체의 시간 t 동안의 변위 s 는 $s=vt$ 를 만족한다. 운동 방향이 일정하고 시간에 따른 속력 변화가 일정한 운동을 등가속도 직선 운동이라고 한다. 처음 속도가 v_0 인 물체가 가속도 a 로 시간 t 동안 운동했을 때, 나중 속도 v 와 이 시간 동안 물체의 변위 s 는 다음의 식을 만족한다.

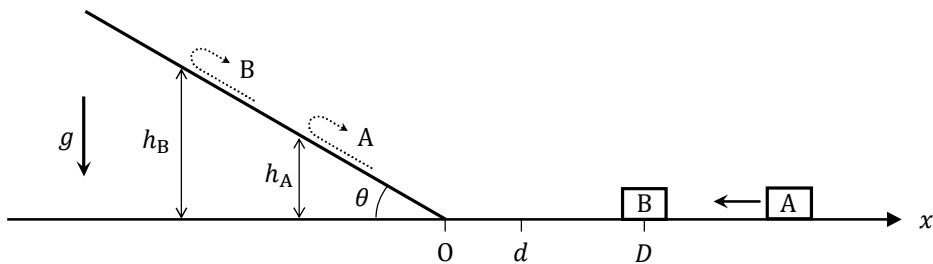
$$v = v_0 + at, \quad s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

(마) 변위, 속도, 가속도, 힘 등과 같이 방향과 크기를 함께 가지는 물리량을 벡터량이라고 한다. 벡터는 삼각형법 또는 평행사변형법으로 합성할 수 있으며 필요에 따라 성분별로 분해할 수 있다. 벡터 분해는 직각 좌표를 이용하여 벡터의 수직 성분과 수평 성분으로 나누어 분해한다. 크기가 $|\vec{C}|$ 이고 x 축과 이루는 각도가 θ 인 벡터 \vec{C} 를 분해하면 수평 성분 $C_x = |\vec{C}| \cos \theta$ 와 수직 성분 $C_y = |\vec{C}| \sin \theta$ 가 된다. 마찰이 없고 경사각이 θ 인 빗면에서 질량이 m 인 물체가 중력에 의해 미끄러질 때, 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 작용하는 알짜힘은 빗면에 나란한 중력 성분이며 그 크기는 $mg \sin \theta$ 이다. 이때 g 는 중력 가속도이다.

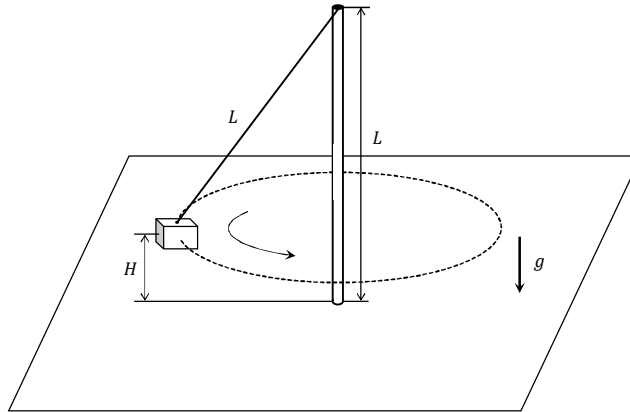
(바) 원운동을 하는 물체에 작용하는 원의 중심을 향한 힘을 구심력이라 부른다. 원의 반지름을 r , 물체의 질량을 m , 물체의 속도를 v 라 할 때 구심력 F 는 다음과 같다.

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

[문제 4-1] 그림과 같이 물체 A와 B가 원점이 O인 x 축 위에서 운동한다. 속도 $v = 2\text{m/s}$ 로 움직이는 물체 A가 정지해 있던 물체 B와 위치 $D = 0.5\text{m}$ 에서 충돌한 후, 두 물체는 경사면을 올라갔다 내려와서 원점을 지나 위치 d 에서 다시 충돌한다. 경사면의 경사각은 $\theta = 30^\circ$ 로 일정하고, 물체 A의 질량은 $m_A = 0.6\text{kg}$, 물체 B의 질량은 $m_B = 0.3\text{kg}$ 이다. 물체 A와 B가 경사면을 따라 올라간 최대 높이 h_A 와 h_B 의 차이가 $h_B - h_A = 0.15\text{m}$ 일 때, 두 번째 충돌 위치 d 를 제시문 (가) - (마)에 근거하여 구하시오. (단, 중력가속도 g 는 10m/s^2 이고, 물체의 크기, 마찰력 및 공기 저항은 무시한다.) [15점]



[문제 4-2] 그림은 기둥의 끝에 길이가 L 인 줄을 고정하고 줄의 다른 쪽 끝에 관람차를 매달아 등속 원운동을 하게 하는 놀이기구이다. 관람차가 지면으로부터 높이 H 에서 등속 원운동을 하고 있을 때, 관람차에 탑승하고 있는 사람이 연직 방향으로 공을 가만히 떨어뜨린 후, 공이 지면에 떨어진 위치와 기둥의 중심 사이의 수평 거리 D 를 측정하였다. 제시문 (다) - (바)에 근거하여 수평 거리의 제곱 D^2 을 L 과 H 로 나타내고, $L = 50\text{m}$, $H = 10\text{m}$ 일 때, D 를 구하시오. (단, 기둥의 높이는 줄의 길이와 같으며 중력가속도 g 는 10m/s^2 이다. 공기 저항, 기둥의 두께, 관람차의 크기 및 공의 크기는 무시한다.) [15점]



3. 출제 의도

역학은 고등학교 물리 I 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리 II 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 역학의 기본 법칙인 뉴턴의 운동 방정식, 운동량 보존 법칙, 역학적 에너지 법칙, 힘의 평형을 이해하고 등가속도 운동과 벡터량의 합성과 분해를 통해 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 예측하고, 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 기술하는 문제이다. 두 물체가 등속도 운동하는 구간과 등가속도 운동하는 구간을 구별하고, 각 구간에서의 속도와 가속도를 구하고, 이동 거리와 시간 사이의 관계를 구하는 문제이다. 본 문항의 평가에서는, 운동량 보존 법칙, 역학적 에너지 보존 법칙을 이해하고 등가속도 운동으로부터 물체의 운동을 정량적으로 분석하는 문제 해결력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

구심력을 이용하여 등속 원운동을 기술하고 벡터의 성분 분해를 통해 성분별로 등속도 운동과 등가속도 운동을 하는 물체의 위치와 속도를 정량적으로 분석하는 문제이다. 등속 원운동을 하는 물체의 구심력을 구하고, 힘의 평형으로부터 줄의 장력과 중력이 이루는 각도를 이해한다. 복잡한 물체의 운동을 등속 원운동, 등속 직선 운동, 등가속도 직선 운동으로 나누어 분류하고 물체의 속도, 변위를 정량적으로 분석하는 문제 해결력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
	(나)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여

	설명할 수 있다.
(다)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
(라)	물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다.
(마)	물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-01] 평면상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
(바)	물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-05] 구심력을 이용하여 등속 원운동을 설명할 수 있다.
하위문항	문제 4-1 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다. 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-01] 평면상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	문제 4-2 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-01] 평면상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다. 물리학 II (1) 역학적 상호 작용 [12물리 II 01-05] 구심력을 이용하여 등속 원운동을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	손정우 외	비상교육	2017	30-33
	물리학 I	김성원 외	지학사	2018	48-49
	물리학 I	송진웅 외	동아출판	2017	20
	물리학 I	곽영직 외	와이비엠	2017	17
	물리학 II	김영민 외	교학사	2018	16
	물리학 II	강남화 외	천재교육	2018	37

5. 문항 해설

[문제 4-1]

물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측하고, 평면상의 등가속도 운동에서 물체의 속도와 위치를 정량적으로 기술하는 문제이다. 역학적 에너지 보존 법칙과 물체 A와 B가 빗면을 따라 올라간 최대 높이로부터 충돌 이후 두 물체의 속력 비율을 구할 수 있다. 두 물체가 등속도 운동한 구간과 등가속도 운동한 구간의 총 이동 시간으로부터 두 번째 충돌 위치 d 를 구할 수 있다.

[문제 4-2]

구심력을 이용하여 등속 원운동을 기술하고 벡터의 성분 분해를 통해 성분별로 등속도 운동과 등가속도 운동을 하는 물체의 위치와 속도를 정량적으로 분석하는 문제이다. 중력과 장력의 합성 힘이 등속 원운동의 구심력으로 작용함을 이용하여 놀이기구의 속력을 구할 수 있고, 놀이기구의 높이로부터 공이 낙하하는 시간을 구할 수 있다. 공이 관람차에서 떨어질 때의 수평 방향 속력과 등속도 운동 법칙을 이용하여 공이 지면에 떨어진 위치를 계산할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	두 물체의 충돌 전후 운동량 보존 법칙을 바르게 기술한다.	+3점
	각 구간에서 물체의 운동을 바르게 기술한다.	+3점
	에너지 보존법칙으로부터 두 물체의 속력 간의 관계를 구하였다.	+3점
	두 물체의 충돌 후 속도를 바르게 구하였다.	+3점
	총 이동 시간으로부터 두 번째 충돌 위치를 구하였다.	+3점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음. ※ 항목별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5 점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	
문제 4-2	장력과 중력의 합력이 구심력임을 이용하여 관람차의 속도를 구하였다.	+5점
	관람차의 높이로부터 공의 낙하 시간을 바르게 구하였다.	+2점
	공의 수평 방향 운동이 등속운동임을 보이고 공의 변위를 구하였다.	+3점

<p>공이 떨어진 지점과 기둥의 거리를 구하였다.</p> <p>※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.</p> <p>※ 항목별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).</p>	+5점
--	-----

7. 예시 답안

[문제 4-1]

- ▶ 충돌 직후의 물체의 속도를 각각 v_A , v_B 라고 할 때, 충돌 이후의 운동량이 보존됨을 이용하면 $m_A v = m_A v_A + m_B v_B$ 이고 $0.6v_A + 0.3v_B = 1.2$ 이다.
- ▶ 두 물체는 역학적 에너지 보존 법칙에 따라 경사면을 오르기 전과 내려온 후에는 각각 v_A 와 v_B 의 속력으로 등속도 운동을 하며, 경사면에서는 경사면 방향으로 가속도 $a = g \sin \theta = 5 \text{ m/s}^2$ 로 등가속도 운동을 한다.
- ▶ 역학적 에너지 보존 법칙에 따라 초기속력과 최대 도달 높이 사이의 관계는 $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ 이다. 이로부터 $h_B - h_A = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g}$ 이고 $v_B^2 - v_A^2 = 3$ 이다.
- ▶ 위에서 구한 두 식으로부터 두 해 $v_A = 1 \text{ m/s}$, $v_B = 2 \text{ m/s}$ 와 $v_A = \frac{13}{3} \text{ m/s}$, $v_B = -\frac{14}{3} \text{ m/s}$ 을 구할 수 있다. 문제의 상황으로부터 속도는 모두 양수이므로 $v_A = 1 \text{ m/s}$, $v_B = 2 \text{ m/s}$ 만이 가능하다.
- ▶ 두 물체가 위치 D 에서 첫 번째 충돌 이후 위치 d 에서 두 번째 충돌할 때까지 총 이동 시간이 같으므로, $\frac{D}{v_A} + \frac{d}{v_A} + 2\frac{v_A}{a} = \frac{D}{v_B} + \frac{d}{v_B} + 2\frac{v_B}{a}$ 이다. 위에서 구한 속도 v_A , v_B , 가속도 a 와 D 를 대입하면 $d = 0.3 \text{ m}$ 이다.

[문제 4-2]

- ▶ 줄과 기둥이 이루는 각을 θ , 관람차와 기둥 사이의 거리를 R , 관람차의 속력을 V 라 하자. 줄의 장력과 중력의 합력이 구심력으로 작용하므로 $\frac{F_{\text{구심력}}}{F_{\text{중력}}} = \tan \theta$ 이고, $\frac{MV^2/R}{Mg} = \frac{R}{L-H}$ 이다.
- 이 식으로부터 관람차의 속력은 $V = \sqrt{g \frac{R^2}{L-H}}$ 이고 $R^2 = L^2 - (L-H)^2 = H(2L-H)$ 이므로, $V = \sqrt{g \frac{H(2L-H)}{L-H}}$ 이고 원의 접선 방향이다.
- ▶ 공이 높이 H 에서 자유 낙하하므로 $H = \frac{1}{2}gt^2$ 이고 공이 낙하한 시간은 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ 이다.
- ▶ 공이 낙하한 시간 동안 공은 원의 접선 방향으로 수평으로 등속도 운동을 한다. 그 이동 거리는 $S = Vt$ 이므로, $S = R \sqrt{\frac{2H}{L-H}} = H \sqrt{\frac{2(2L-H)}{L-H}}$ 이다.
- ▶ 공이 원운동의 접선 방향의 초기속도를 가지므로 공이 떨어진 위치와 기둥 사이의 거리는 $D^2 = R^2 + S^2$ 이고, $D^2 = R^2 \left(\frac{L+H}{L-H} \right) = H(2L-H) \left(\frac{L+H}{L-H} \right)$ 이다.
- ▶ $L = 50 \text{ m}$, $H = 10 \text{ m}$ 를 위 식에 대입하면 $D = \sqrt{1350} = 15\sqrt{6} \text{ m}$ 이다.

문항카드 22

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	아보가드로 법칙, 화학 반응의 양적 관계, 몰 농도, 몰랄 농도, 끓는점 오름, 총괄성
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

제시문

(가) 원자, 분자, 이온 등은 크기나 질량이 매우 작아 일일이 세거나 재는 것이 불가능하다. 따라서 이런 작은 입자들을 보다 쉽게 다루기 위해 몰(mole)이라는 묶음 단위를 사용한다. 1몰은 6.02×10^{23} 개만큼 모인 집단을 뜻하며, 이 수를 아보가드로수라고 한다. 1몰의 원자, 1몰의 분자, 1몰의 이온은 각각 6.02×10^{23} 개의 해당 입자가 모여 있는 것을 뜻한다.

(나) 아보가드로 법칙에 따르면 모든 기체는 같은 온도와 같은 압력에서 같은 부피 속에 들어 있는 분자 수가 같다. 따라서 기체의 종류에 관계없이 같은 온도와 같은 압력에서 기체 1몰이 차지하는 부피는 일정하다. 즉, 0°C , 1기압에서 기체 1몰이 차지하는 부피는 기체의 종류에 관계없이 항상 22.4L이다.

(다) 물질들 사이에서 일어나는 화학 반응은 화학식과 기호를 이용하여 간단하게 나타낼 수 있다. 화학식을 사용하여 화학 변화를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물의 종류뿐만 아니라 반응에 관한 여러 가지 정보를 얻을 수 있으며, 반응 계수비를 이용하여 반응에 관여하는 물질 사이의 양적 관계를 설명할 수 있다. 반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 몰비와 분자 수비는 반응 계수비와 같다. 또한 기체 상태인 물질의 부피비도 반응 계수비와 같다. 이것은 같은 온도, 같은 압력에서 기체의 부피는 몰수에 비례하기 때문이다. 하지만 물질의 질량비는 반응 계수비와 일치하지 않는데, 이는 물질마다 분자량이 달라서 1몰의 질량이 서로 다르기 때문이다.

(라) 용액의 농도를 나타내는 방법에는 여러 가지가 있는데, 화학 반응에서는 입자 수가 매우 중요하므로 반응에 관여하는 입자 수를 농도로 나타내는 것이 필요하다. 퍼센트 농도(%)가 같은 용액이라도 용질의 종류에 따라 같은 질량의 용액에 녹아 있는 입자 수는 다르다. 그러므로 화학 실험을 할 때는 퍼센트 농도 대신 몰 농도를 사용하는 경우가 많다. 용액 1L 속에 들어 있는 용질의 몰수를 몰 농도라고 하고, 단위로는 mol/L 또는 M을 사용한다. 몰 농도는 용액의 부피를 기준으로 나타내기 때문에 온도에 따라 달라진다. 따라서 온도의 변화에 관계없이 일정한 농도가 필요할 때는 용액의 부피 대신에 용매의 질량을 이용한 몰랄 농도를 사용한다. 몰랄 농도는 용매 1kg 속에 녹아 있는 용질의 몰수를 나타내며, 단위는 mol/kg 또는 m을 사용한다.

(마) 비휘발성 용질이 녹아 있는 용액의 증기압은 순수한 용매의 증기압보다 낮으므로 이러한 용액은 순수한 용매보다 높은 온도에서 끓는다. 이때 용액의 끓는점(T_b')과 순수한 용매의 끓는점(T_b) 차를 끓는점 오름(ΔT_b)이라고 한다.

$$\Delta T_b = T_b' - T_b$$

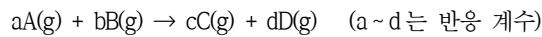
비휘발성, 비전해질 용질이 녹아 있는 묽은 용액의 끓는점 오름은 용질의 종류에 관계없이 일정량의 용매에 녹아 있는 용질의 양, 즉 용액의 몰랄 농도(m)에 비례한다.

$$\Delta T_b = K_b \times m$$

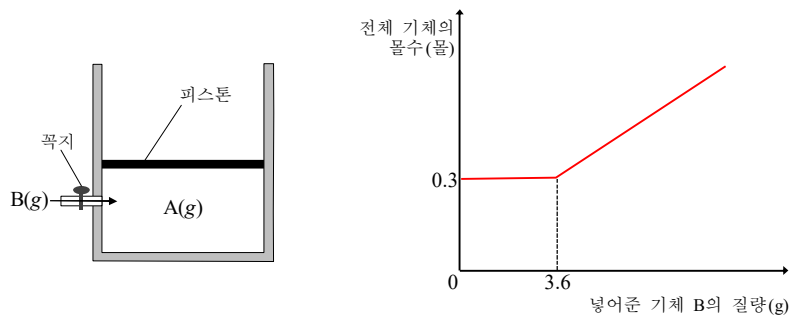
위 식에서 K_b 는 몰랄 오름 상수인데, 이는 용액의 농도가 1m일 때의 끓는점 오름 값에 해당한다. 몰랄 오름 상수는 용매의 종류에 따라 달라진다. 예를 들어, 물의 몰랄 오름 상수는 $0.51^\circ \text{C} \cdot \text{kg/mol}$ 이고 벤젠의 몰랄 오름 상수는 $2.64^\circ \text{C} \cdot \text{kg/mol}$ 이다.

하위 문항 1 [문제 4-1] <15점>

[문제 4-1] 다음은 기체 A와 B가 반응하여 기체 C와 D를 생성하는 화학 반응식이다.

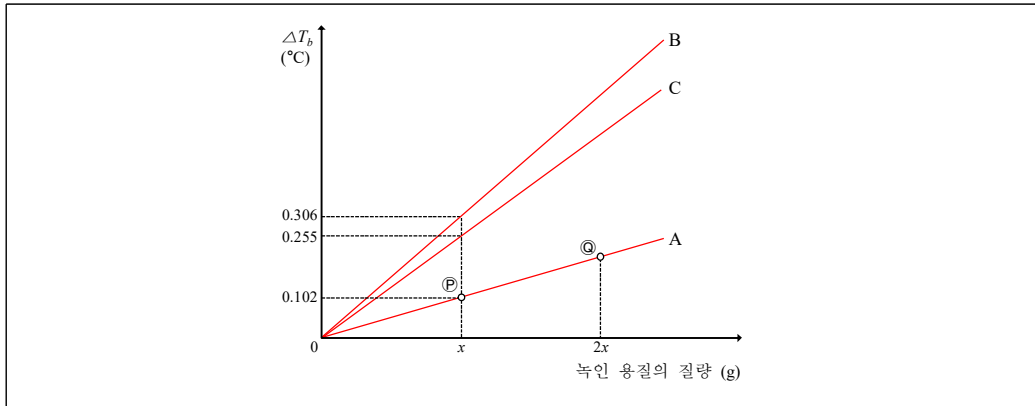


A가 들어 있는 실린더에 B를 넣으면 반응이 즉각적으로 일어난다. 그래프는 A만 들어 있는 실린더에 B를 조금씩 넣으면서, 실린더에 들어 있는 전체 기체의 몰수를 나타낸 것이다. 넣어준 B의 몰수가 0.1몰일 때와 0.3몰일 때 실린더 안의 기체의 밀도를 측정하였더니 서로 같았다. 제시문 (가) - (다)에 근거하여 $\frac{c+d}{a+b}$ 와 A의 분자량을 논리적으로 구하시오. (단, B의 분자량은 36이고, 실린더 내부의 온도와 압력은 일정하며, 피스톤의 질량과 마찰은 무시한다.) [15점]



하위 문항 2 [문제 4-2] <15점>

[문제 4-2] 그림은 물 500g에 용질 A와 B를 각각 녹인 A 수용액, B 수용액과 용질 A와 B를 일정 비율로 같이 녹인 수용액 C의 끓는점 오름을 용질의 질량에 따라 나타낸 것이다. 용질 A를 xg 녹인 수용액 ㉠과 2xg 녹인 수용액 ㉡의 몰 농도를 측정하였더니, 수용액 ㉡의 몰 농도가 수용액 ㉠의 몰 농도의 $\frac{21}{11}$ 배였다. 제시문 (라)와 (마)에 근거하여 수용액 C에 들어 있는 용질 A와 B의 몰수비를 구하고, 수용액 ㉠에 들어 있는 용질 A의 질량 및 분자량을 논리적으로 구하시오. (단, 모든 수용액의 밀도는 1g/mL 이고, 용질 A와 B는 비휘발성, 비전해질이며 서로 반응하지 않는다.) [15점]



3. 출제 의도

본 논술고사에서는 고등학교 ‘화학 I’ 과 ‘화학 II’ 교육과정에 포함된 기본 개념의 통합적인 이해도 및 과학적 사고력을 평가하고자 한다. 이를 위해 물, 아보가드로 법칙, 화학 반응에서의 양적 관계, 몰 농도, 몰랄 농도 및 묽은 용액의 끓는점 오름 등 고교 화학 교과 과정에서 핵심적으로 다루어지고 있는 기본적인 화학 개념에 대해 명확히 이해하고, 이를 바탕으로 통합적으로 사고할 수 있는지 평가하고자 한다. 생성물과 반응물이 모두 기체 분자인 화학 반응에서의 양적 관계를 화학 반응식으로부터 도출하고, 이를 전체 기체의 부피 변화 및 밀도 변화와 연계시킬 수 있어야 한다. 또한, 용액의 끓는점 오름이 용액에 녹아 있는 용질의 종류에는 관계없이 입자 수에만 비례한다는 것을 이해하여 서로 반응하지 않는 두 종류의 용질이 녹아 있는 용액의 끓는점 오름으로부터 용질의 몰수비를 유추할 수 있고, 용액의 몰 농도와 몰랄 농도의 차이를 이해하여 이로부터 용질의 분자량을 도출할 수 있어야 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’ 을 바탕으로 작성

영역별 내용	
제시문	(가) 화학 I (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 어렵하고 체험할 수 있다.
	(나) 화학 I (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 어렵하고 체험할 수 있다.
	(다) 화학 I (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	(라) 화학 I (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-05] 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있다. 화학 II

	(마)	(1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-08] 퍼센트 농도, ppm, 농도, 몰랄 농도의 의미를 이해하고, 여러 가지 농도의 용액을 만들 수 있다.
		화학 II (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-08] 묽은 용액의 증기압 내림, 끓는점 오름, 어는점 내림을 이해하고, 일상생활의 예를 들 수 있다.
하위문항	4-1	제시문 (가), (나), (다)의 내용과 동일
	4-2	제시문 (라), (마)의 내용과 동일

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	제시문 (가): p.32 제시문 (나): p.33 제시문 (다): p.39-40 제시문 (라): p.43-44
	화학 I	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (가): p.28 제시문 (나): p.32-33 제시문 (다): p.36-41 제시문 (라): p.44-45
	화학 I	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	제시문 (가): p.23-24 제시문 (나): p.28-29 제시문 (다): p.30-37 제시문 (라): p.40-43
	화학 I	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (가): p.29 제시문 (나): p.31 제시문 (다): p.34-39 제시문 (라): p.40-42
	화학 I	강대훈 외 3인	(주)와이비엠	2020	제시문 (가): p.37 제시문 (나): p.38 제시문 (다): p.50-53 제시문 (라): p.41-42
	화학 I	황성용 외 3인	(주)동아출판	2020	제시문 (가): p.31-32 제시문 (나): p.33 제시문 (다): p.39-43 제시문 (라): p.36-37
	화학 I	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	제시문 (가): p.27-28 제시문 (나): p.31-33 제시문 (다): p.34-39 제시문 (라): p.40-42
	화학 I	하윤경 외 5인	(주)금성출판사	2019	제시문 (가): p.29-32 제시문 (나): p.32-33 제시문 (다): p.40-43 제시문 (라): p.34-38
	화학 II	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	제시문 (라): p.53-57 제시문 (마): p.62-64
	화학 II	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (라): p.52-55 제시문 (마): p.60-63
	화학 II	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	제시문 (라): p.49-52 제시문 (마): p.50-57

	화학 II	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (라): p.39-40 제시문 (마): p.44-45
	화학 II	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	제시문 (라): p.49-50 제시문 (마): p.53-56
	화학 II	장낙한 외 9인	(주)상상아카데미	2020	제시문 (라): p.56-57 제시문 (마): p.65-67

5. 문항 해설

제시문의 내용은 물, 아보가드로 법칙, 화학 반응에서의 양적 관계, 몰 농도, 몰랄 농도 및 묽은 용액의 끓는점 오름에 대한 것으로 고등학교 교과서 ‘화학 I’과 ‘화학 II’의 기본 내용을 기반으로 하였으며 고등학교 과학과 교육과정 범위 내에 포함되어 있다. 하위 문항 [문제 4-1]과 [문제 4-2]에서는 제시문에서 다루어지는 여러 가지 화학 개념을 연계하여 종합적으로 사고하고 이를 바탕으로 올바른 결론을 도출할 수 있는지 물어보고자 한다.

[문제 4-1]은 화학 I의 기본 학습 내용인 물, 아보가드로 법칙, 화학 반응의 양적 관계에 대해 이해하고, 이를 기체의 화학 반응에 적용하여 논리적으로 생각할 수 있는지 물어보는 문제이다. 기체의 화학 반응에서 반응한 기체와 생성한 기체의 몰수 변화를 화학 반응식의 반응 계수로부터 알아내고, 온도와 압력이 일정할 때 기체 분자의 몰수가 기체의 부피에 비례한다는 아보가드로 법칙과 연계하여 기체의 화학 반응을 이해할 수 있어야 한다. 이를 바탕으로 전체 기체의 몰수 변화로부터 화학 반응의 반응 계수비를 유추하고, 이로부터 전체 기체의 부피 및 밀도 변화를 논리적으로 추론하여 반응 초기에 존재하는 기체 분자의 분자량을 구할 수 있어야 한다.

[문제 4-2]는 화학 I에서 다루는 몰 농도의 개념과 화학 II에서 다루는 몰랄 농도 및 끓는점 오름의 개념에 대한 이해를 바탕으로 이를 통합적으로 연계하여 용액의 총괄성을 이해하고 있는지 물어보는 문제이다. 용액의 끓는점 오름은 용액에 녹아 있는 용질의 종류에는 관계없이 용질의 입자 수, 즉 몰랄 농도에 비례한다는 것을 이해하여 두 가지의 서로 다른 용질이 같이 녹아 있는 용액의 끓는점 오름을 유추할 수 있어야 한다. 두 가지의 용질이 녹아 있는 용액의 끓는점 오름과 각 용질이 녹아 있는 용액의 끓는점 오름을 비교하여 두 가지 용질이 녹아 있는 용액에 존재하는 각 용질의 몰수비를 구할 수 있어야 한다. 또한, 몰랄 농도와 몰 농도의 차이를 이해하여 용액에 존재하는 용질의 양과 분자량을 논리적으로 도출해 낼 수 있어야 한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점 요소] 기체의 화학 반응에서 나타나는 전체 기체의 몰수 변화로부터 화학 반응식의 반응 계수비를 추론하고, 이를 바탕으로 전체 기체의 부피 및 밀도 변화를 도출하여 반응 초기에 존재하는 기체 분자의 분자량을 구할 수 있는가?</p> <p>[예시 답안] 7번 참조</p> <p>[채점 준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 반응 계수비 $a:b$가 3:1이라는 것을 보이면 +3점 2. $\frac{c+d}{a+b}=0.75$라고 바르게 구하면 +4점 3. 반응에서 일어나는 질량 변화와 부피 변화를 알아내고, 이를 바탕으로 A의 분자량이 24라고 바르게 구하면 +8점 	15

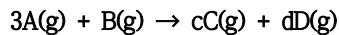
	※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2 점 점수 조절 가능함.	
4-2	<p>[채점 요소] 서로 반응하지 않는 두 종류의 용질이 녹아 있는 수용액의 끓는점 오름으로부터 녹아 있는 용질의 몰수비를 구할 수 있고, 용액의 몰 농도와 몰랄 농도의 차이로부터 용질의 분자량을 알아낼 수 있는가?</p> <p>[예시 답안] 7번 참조</p> <p>[채점 준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <p>1. 수용액 C에 녹아 있는 용질 A와 B의 몰수비가 1:9라는 것을 바르게 구하면 +7점</p> <p>2. x가 25라는 것을 바르게 구하면 +5점</p> <p>3. 용질 A의 분자량이 250이라는 것을 바르게 보이면 +3점</p> <p>※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2점 점수 조절 가능함.</p>	15

7. 예시 답안

[문제 4-1]

▶ 문제에 주어진 그래프에서 넣어준 B의 몰수가 0.1 몰일 때 실린더 안의 기체 A가 모두 반응했다는 것을 알 수 있으므로 화학 반응식의 반응 계수 $a : b = 0.3 : 0.1 = 3 : 1$ 이라는 것을 알 수 있다.

▶ 위의 반응 계수비로부터 주어진 화학 반응식은 다음과 같이 쓸 수 있다.



넣어준 B의 몰수가 0.1몰보다 작을 때에는 넣어준 B는 전부 반응하기 때문에 반응 전후의 양적 관계는 다음의 표와 같다.

	A의 몰수	B의 몰수	C의 몰수	D의 몰수	전체 몰수
반응 전	0.3	0	0	0	0.3
B a 몰 첨가		$+a$			
반응 후	$0.3-3a$	$a-a=0$	ca	da	$0.3+(c+d-3)a$

반응 후의 전체 기체의 몰수가 반응 전과 같이 0.3몰이므로 $c+d=3$ 라는 것을 알 수 있다.

따라서, $\frac{c+d}{a+b} = \frac{3}{4} = 0.75$ 이다.

(별해) 주어진 화학 반응식을 $3bA(g) + bB(g) \rightarrow cC(g) + dD(g)$ 로 두고 문제를 풀 수 있다.

	A의 몰수	B의 몰수	C의 몰수	D의 몰수	전체 몰수
반응 전	0.3	0	0	0	0.3
B a 몰 첨가		$+a$			
반응 후	$0.3-3a$	$a-a=0$	$\frac{c}{b}a$	$\frac{d}{b}a$	$0.3+(\frac{c+d}{b}-3)a$

이때 반응 후 전체 기체의 몰수가 0.3몰이므로 $\frac{c+d}{b} = 3$ 이고, $\frac{c+d}{a+b} = \frac{3b}{3b+b} = 0.75$ 이다.

▶ 기체 B를 0.1몰 첨가할 때 실린더 내의 기체의 질량은 반응 초기에 존재한 A 0.3몰과 첨가한 B 0.1몰의 질량의 합과 같다. 따라서, A와 B의 분자량을 각각 M_A, M_B 라고 할 때 기체의 질량은 $w_1 = 0.3M_A + 0.1M_B$ 이다. 반응 후 기체의 몰수는 초기 몰수인 0.3몰과 같다.

▶ 기체 B를 0.3몰 첨가하여 반응이 완료된 후의 기체의 질량은 반응 초기에 존재한 A 0.3몰과 첨가한 B 0.3몰의 질량의 합과 같다. 따라서 이때 기체의 질량은 $w_2 = 0.3M_A + 0.3M_B$ 이다. 반응으로 B 0.1몰이 소모된 후에는 실린더에 존재하는 A가 없으므로 더 이상의 반응은 일어나지 않기 때문에 반응 전후의 양적 관계는 다음과 같다.

	A의 몰수	B의 몰수	C의 몰수	D의 몰수	전체 몰수
반응 전	0.3	0	0	0	0.3
B 0.3몰 첨가		+0.3			
반응 후	0	0.2	0.1c	0.1d	0.2+0.1(c+d)

$c+d=3$ 이기 때문에 반응 후 전체 기체의 몰수는 $0.2+0.1(c+d)=0.5$ 몰이 된다. 일정 온도와 압력에서 기체의 부피는 몰수에 비례하므로 반응 후 기체의 부피 V_2 는 B 0.1몰을 첨가하였을 때의 기체의 부피 V_1 과 다음의 관계가 성립한다.

$$V_1 : V_2 = 0.3 : 0.5 \quad \therefore V_2 = \frac{5}{3} V_1$$

▶ B를 0.1몰과 0.3몰 첨가하여 반응이 완료되었을 때의 기체의 밀도가 서로 같다고 하였으므로 다음의 식이 성립한다.

$$\frac{w_1}{V_1} = \frac{0.3M_A + 0.1M_B}{V_1} = \frac{w_2}{V_2} = \frac{0.3M_A + 0.3M_B}{\frac{5}{3} V_1}$$

위 식을 풀면, $\frac{M_B}{M_A} = 1.5$ 가 되고, $M_B = 36$ 이므로 $M_A = 24$ 이다.

[문제 4-2]

▶ 끓는점 오름은 용액의 몰랄 농도에 비례하므로 용질 x g이 녹아 있는 수용액에서는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$A \text{ 수용액: } \Delta T_b = 0.102 = K_b \times m_A = 0.51 \times m_A \quad \therefore m_A = 0.2$$

$$B \text{ 수용액: } \Delta T_b = 0.306 = K_b \times m_B = 0.51 \times m_B \quad \therefore m_B = 0.6$$

$$m_A = \frac{\frac{x}{M_A} \text{ mol}}{0.5 \text{ kg}} = 0.2, \quad m_B = \frac{\frac{x}{M_B} \text{ mol}}{0.5 \text{ kg}} = 0.6 \quad \text{이므로 } M_A = 10x, M_B = \frac{10x}{3} \text{이다. 따라서, 용질 A와 B의 분자량의 비는 } M_A : M_B = 3 : 1 \text{이라는 것을 알 수 있다.}$$

▶ 수용액 C에 녹아 있는 용질의 총 질량이 x g일때 용질 A와 B의 몰수를 n_A, n_B 라고 하자. 이때

$$\text{용질의 총 몰수}(n_t) \text{는 } m_C = \frac{n_t \text{ mol}}{0.5 \text{ kg}} = \frac{0.255}{K_b} = \frac{0.255}{0.51} = 0.5 \quad \text{이므로 } n_t = 0.25 \text{ mol이다. 따라서, 다음}$$

의 식이 성립한다.

$$n_t = n_A + n_B = 0.25$$

$$x = n_A M_A + n_B M_B = n_A \times 10x + n_B \times \frac{10x}{3}$$

위 두 식을 연립해서 풀면 $n_A = 0.025 \text{ mol}, n_B = 0.225 \text{ mol}$ 이 나온다.

따라서, 수용액 C에 녹아 있는 용질 A와 B의 몰수비는 $n_A : n_B = 1 : 9$ 이다.

▶ 용질 A가 x g, $2x$ g 녹아 있는 수용액의 몰 농도의 비가 $\frac{21}{11}$ 이므로 다음의 식이 성립한다.

$$\frac{\frac{x}{M_A} \text{mol}}{\frac{(500+x) \text{g}}{1 \text{g/mL}} \times 10^{-3} \text{L/mL}} : \frac{\frac{2x}{M_A} \text{mol}}{\frac{(500+2x) \text{g}}{1 \text{g/mL}} \times 10^{-3} \text{L/mL}} = 11 : 21$$

위 식을 풀면 $x = 25$ 라는 것을 알 수 있다.

- ▶ 용질이 25 g 녹아 있는 A 수용액의 몰랄 농도가 0.2 m 이므로 $0.2 = \frac{\frac{25}{M_A} \text{mol}}{0.5 \text{kg}}$ 라고 쓸 수 있고,
따라서 용질 A의 분자량은 250이다.

문항카드 23

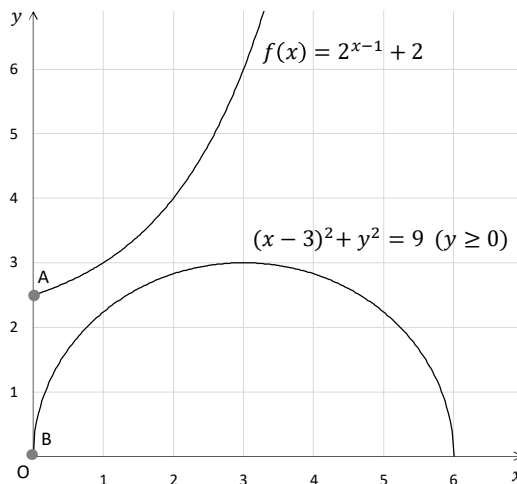
1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열Ⅲ(수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학
	핵심개념 및 용어	두 점 간의 거리, 경우의 수
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 상황에 기초하여 문제에 답하시오.

다음은 함수 $f(x) = 2^{x-1} + 2$ 와 원의 방정식 $(x-3)^2 + y^2 = 9$ 의 일부이다.



y 축 위의 점 A와 B는 다음의 규칙에 따라 이동한다.

- 1부터 4까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀있는 4장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 1장의 카드를 택하여 그 카드에 적혀있는 숫자를 a 라고 하면, 점 A는 $(a, f(a))$ 로 이동한다.
- 주사위를 한 번 던져서 나오는 눈의 수를 b 라고 하면, 점 B는 $x = b$ 와 $(x-3)^2 + y^2 = 9$ ($y \geq 0$) 과의 교점으로 이동한다.

[문제 1] 위의 규칙에 따라 이동한 두 점 A와 B에서 원점까지의 거리를 각각 구하였다. 이때 각 거리 제곱의 차이가 최소가 되는 순서쌍 (a, b) 를 모두 구하시오. [20점]

3. 출제 의도

주어진 상황에서 가능한 경우의 수를 바르게 계산하고, 각 경우에 대해서 함수값을 계산하는 능력이 중요하다. 또한 함수식 계산 및 두 점 간의 거리공식을 활용한 계산 능력이 요구된다. 본 문제는 경우의 수에 대한 이해 및 수식 이해도와 두 점 간의 거리 공식 활용을 평가하며 난이도는 ‘중,하’ 정도로 볼 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	<p>[수학] - (2) 기하 - ① 평면좌표 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.</p> <p>[수학] - (5) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2020	111-113, 262-267
	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	108-112, 258-262
	수학	권오남 외	교학사	2020	101-103, 255-263

5. 문항 해설

카드가 가질 수 있는 값, 1,2,3,4가 x 일 때의 함수 좌표값을 계산하고, 주사위 눈이 가질 수 있는 값, 1,2,3,4,5,6이 x 일 때의 원의 방정식에서의 좌표값을 구해야한다. 그 후 두 점 사이의 거리 공식을 사용하여 원점으로부터의 거리를 구하고 그 거리값을 비교하여 가능한 순서쌍을 찾는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	<p>[채점요소] 모든 가능한 경우의 수에 대한 함수값을 계산할 수 있는가? 좌표평면에서 두 점 사이의 거리를 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거]</p>	20

1. 원점에서 점 A까지의 거리를 바르게 계산한 경우: +8점
 2. 원점에서 점 B까지의 거리를 바르게 계산한 경우: +10점
 3. 거리 제곱 차이가 최소가 되는 경우를 바르게 찾은 경우: +2점
- ※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.
 ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 1 점 추가 점수 부여 가능함.

7. 예시 답안

아래와 같이 원점에서의 거리의 제곱을 구할 수 있다.

A	원점에서 점 A까지 거리의 제곱	B	원점에서 점 B까지 거리의 제곱
(1,3)	10	$(1, \sqrt{5})$	6
(2,4)	20	$(2, \sqrt{8})$	12
(3,6)	45	(3,3)	18
(4,10)	116	$(4, \sqrt{8})$	24
		$(5, \sqrt{5})$	30
		(6,0)	36

각 거리 제곱의 차이가 최소가 되는 경우는 아래와 같다.

- $A=(1,3)$ 과 $B=(2, \sqrt{8})$ 일 때, 거리 제곱의 차이는 $|10-12|=2$
- $A=(2,4)$ 와 $B=(3,3)$ 일 때, 거리 제곱의 차이는 $|20-18|=2$

이때의 순서쌍 (a,b) 는 $(1,2), (2,3)$ 이다.

문항카드 24

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열III(수학) / 문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학II, 미적분 문제 2-2: 수학II, 미적분
	핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 미분의 정의, 합성함수의 미분 문제 2-2: 정적분의 성질, 수열의 극한
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $y=f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 미분계수는 $f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x}$ 이다.
- 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$ 에 대하여 합성함수 $y=f(g(x))$ 의 도함수는 $\{f(g(x))\}' = f'(g(x))g'(x)$ 이다.
- 함수 $f(x)$ 가 임의의 실수 a, b, c 를 포함하는 닫힌구간에서 연속일 때, 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = L$ (L 은 실수)이고 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \leq c_n \leq b_n$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = L$ 이다.

[문제 2-1] 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 자연수 k 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow k} \frac{f(x) - k}{x - k} = f(k) \sqrt{f(k)} \quad (\text{단, } f(x) \geq 0)$$

을 만족한다. $g(x) = f(f(x))$ 라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} g'(n)$ 의 값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] 자연수 n 에 대하여 I_n 을

$$I_n = \int_0^{n\pi} \{|\sin x| \cos^2 x + \sin^5(2x) \cos x\} dx$$

라 정의할 때, 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{I_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 2-1] 미분의 정의를 잘 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 주어진 조건으로부터 함수의 값과 미분을 얻을 수 있는지, 이를 이용하여 수열을 찾아내고 수열의 합을 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[문제 2-2] 정적분에서 적분 구간의 의미를 이해하고 적분 함수의 성질(삼각함수의 주기)을 이용하여 정적분을 계산을 쉽게 만들기 위해 적절히 나누는 방법을 묻는 문제이다. 또한 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있는지도 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	<p>[수학II] - (2) 미분 - ① 미분계수 [12수학II02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.</p> <p>[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다.</p>
문제 2-2	<p>[수학II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12수학II03-03] 정적분의 뜻을 안다.</p> <p>[미적분] - (1) 수열의 극한 - ① 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학II	고성은 외	신사고	2020	56
	수학II	황선욱 외	미래엔	2019	55, 126
	수학II	김원경 외	비상교육	2019	118
	미적분	김원경 외	비상교육	2019	80
	미적분	이준열 외	천재교육	2021	89
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	22
	미적분	고성은 외	신사고	2020	18

5. 문항 해설

[문제 2-1]

미분의 정의에서 극한과정을 잘 이해하면 함수의 값과 미분값을 알 수 있다. 미분의 정의를 잘 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 주어진 조건으로부터 함수값을 찾은 후 이를 이용하여 합성함수의 미분을 계산할 수 있는지, 그리고 수열의 합을 계산할 수 있는지도 평가한다.

[문제 2-2]

정적분의 의미, 특히 적분 구간의 의미를 이해하고 있는지를 평가한다. 수학에서 중요하게 다루는 삼각함수의 성질(주기)과 치환적분을 적절히 사용하여 주어진 정적분을 간단하게 정리할 수 있는 지를 묻는다. 또한 치환적분을 이용하여 정적분의 값을 계산할 수 있는지, 그리고 수열의 극한값을 다른 수열과의 비교를 통해 얻을 수 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준		
하위 문항	채점 기준	배점
2-1	극한이 존재한다는 것으로부터 $f(k) = k$ 를 얻으면 +3점 미분의 정의로부터 $f'(k) = k^{\frac{3}{2}}$ 를 얻으면 +3점 합성함수의 미분법으로부터 $g'(n) = n^3$ 를 얻으면 +2점 합을 계산하여 정답을 얻으면 +2점	10
2-2	구간을 π 간격으로 나누어 합으로 표현하면 +3점 치환적분을 하여 구간 $0 \leq u \leq \pi$ 에서의 적분의 합으로 식을 표현하면 +3점 $\int_0^\pi \sin u \cos^2 u \, du = \frac{2}{3}$ 를 얻으면 +3점 $\frac{1}{n} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \right\} \int_0^\pi \sin^5(2u) \cos u \, du$ 의 극한이 0임을 구하면 +3점 최종적으로 정답 $\frac{2}{3}$ 을 얻으면 +3점	15

※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다.

※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있습니다.

7. 예시 답안

[문제 2-1]

$\lim_{x \rightarrow k} \frac{f(x) - k}{x - k}$ 가 극한이 존재하기 위해서는 $f(k) = k$ 이어야 한다. 또한 미분의 정의에 의해

$f'(k) = f(k) \sqrt{f(k)} = k^{\frac{3}{2}}$ 이므로, 합성함수 미분법에 의해 $g'(n) = f'(f(n)) f'(n) = (f'(n))^2 = n^3$

이다. 따라서 $\sum_{n=1}^{20} g'(n) = \sum_{n=1}^{20} n^3 = \left(\frac{20 \cdot 21}{2} \right)^2 = 44100$ 이다.

[문제 2-2]

우선 적분 구간을 나누어

$$I_n = \sum_{k=0}^{n-1} \int_{k\pi}^{(k+1)\pi} \{ |\sin x| \cos^2 x + \sin^5(2x) \cos x \} dx$$

로 표현한다. 각 적분에 치환적분($u = x - k\pi$)을 한 후, 삼각함수의 성질을 이용하여

$$\begin{aligned} & \int_{k\pi}^{(k+1)\pi} \{ |\sin x| \cos^2 x + \sin^5(2x) \cos x \} dx \\ &= \int_0^\pi \{ |\sin(u + k\pi)| \cos^2(u + k\pi) + \sin^5(2(u + k\pi)) \cos(u + k\pi) \} du \\ &= \int_0^\pi \{ \sin u \cos^2 u + \sin^5(2u) (-1)^k \cos u \} du \end{aligned}$$

를 얻는다. 치환적분($t = \cos u$)에 의해 $\int_0^\pi \sin u \cos^2 u \, du = \frac{2}{3}$ 이므로

$$\frac{I_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \left\{ \frac{2}{3} + (-1)^k \int_0^\pi \sin^5(2u) \cos u \, du \right\} = \frac{2}{3} + \frac{1}{n} \left\{ \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \right\} \int_0^\pi \sin^5(2u) \cos u \, du$$

이다. 그런데 $0 \leq \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \leq \frac{1}{n}$ (여기서 $\sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k$ 는 0 또는 1을 이용하였다.)이므로 $\frac{I_n}{n}$ 의

극한은 $\frac{2}{3}$ 이다.

문항카드 25

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 III(수학) / 문제 3	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 수학, 미적분 문제 3-2: 수학, 기하
	핵심 개념 및 용어	문제 3-1: 역함수, 극대, 극소 문제 3-2: 원의 방정식, 벡터의 내적과 성분
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.
- 점 (x_1, y_1) 과 직선 $px+qy+r=0$ 사이의 거리는 $\frac{|px_1+qy_1+r|}{\sqrt{p^2+q^2}}$ 이다.
- 두 벡터 \overrightarrow{OA} 와 \overrightarrow{OB} 의 내적을 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 로 나타낸다.
- 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$)의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha+\beta = -\frac{b}{a}$, $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ 이다.

[문제 3-1] 함수 $f(x)=x+\frac{1}{2(x+1)^2}$ ($x \geq 0$)과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 있다. 좌표평면 위에서 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선을 ℓ 이라 할 때, 직선 ℓ 과 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 교점을 B라 하자. 두 점 A, B와 원점 O가 이루는 삼각형 OAB의 넓이가 최대가 되게 하는 점 A의 좌표를 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위에 세 점 A(1,0), B(3,0), C(0,2)가 있고, 점 P가 다음을 만족한다.

$$(가) \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$$

$$(나) \text{ 두 실수 } x, y \text{에 대하여 } \overrightarrow{PC} = x\overrightarrow{PA} + y\overrightarrow{PB} \text{이다.}$$

$\frac{x+y}{x+3y}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $mM^2 + Mm^2$ 의 값을 구하시오. [15점]

3. 출제 의도

[문제 3-1]

역함수의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 함수로 표현하고 미분을 이용하여 극댓값을 구한 후 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 3-2]

벡터의 내적과 성분을 잘 이해하고 있는지 확인한다. 이로부터 나온 함수의 최댓값, 최솟값을 원의 성질을 이용하거나 미분을 통하여 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	<p>[수학] - (4)함수 - ①함수 [10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다.</p> <p>[미적분] - (2)미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</p>
문제 3-2	<p>[수학] - (2) 기하 - ③ 원의 방정식 [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다.</p> <p>[기하] - (2) 평면벡터 - ②평면벡터의 성분과 내적 [12기하02-04] 두 평면벡터의 내적의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	배종숙 외	금성출판사	2019	139-151, 233-236
	미적분	고성은 외	좋은책 신사고	2019	102-108
	기하	홍성복 외	지학사	2019	82-97

5. 문항 해설

[문제 3-1]

역함수의 성질을 이용하여 삼각형의 넓이를 함수로 표현하고 미분을 이용하여 극댓값을 구한 후 최댓값을 구한다.

[문제 3-2]

벡터의 내적을 이용하여 P 가 원이 됨을 안다. 벡터 성분 계산을 통하여 주어진 식을 P 의 좌표를 표현한다. 이로부터 나온 함수의 최댓값, 최솟값을 원의 성질을 이용하거나 미분을 통하여 구한다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
문제 3-1	$h(t) = \frac{1}{4} \left(2t + \frac{1}{2(t+1)^2} \right) \frac{1}{(t+1)^2}$ 구하면 +5점 미분하여 $t = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 구하면 +3점 $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{4} \right)$ 구하면 +2점	10
문제 3-2	원 $(a-2)^2 + b^2 = 1$ 임을 보이면 +3점 $x+y = \frac{b-2}{b}$ 와 $x+3y = -\frac{2a}{b}$ 을 보이면 +5점 $mM(m+M) = \frac{1}{3}$ 구하면 +7점	15

7. 예시 답안

[문제 3-1]

$A(t, t + \frac{1}{2(t+1)^2})$ 일 때, 역함수의 성질에 의하여 $B(t + \frac{1}{2(t+1)^2}, t)$ 이다. 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인 직선의 방정식은 $x - t + y - (t + \frac{1}{2(t+1)^2}) = 0$ 이므로 원점에서 거리는 $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(2t + \frac{1}{2(t+1)^2} \right)$ 이고 선분 AB 의 길이는 $\frac{1}{\sqrt{2}(t+1)^2}$ 이다. 삼각형 OAB 의 넓이를 $h(t)$ 라 하면 $h(t) = \frac{1}{4} \left(2t + \frac{1}{2(t+1)^2} \right) \frac{1}{(t+1)^2}$ 이다. t 에 대하여 미분하면

$$h'(t) = \frac{1}{2(t+1)^5} (-t^3 - t^2 + t) \text{을 얻고 } t = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \text{에서 최댓값을 갖는다. 이때, 점 } A \text{의 좌표는}$$

$$\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{\sqrt{5}+1}{4} \right) \text{이다.}$$

[문제 3-2]

$P(a, b)$ 라 하자. 조건 (가)에서 $(a-2)^2 + b^2 = 1$ 이 나온다. 조건 (나)에서 $x+y = \frac{b-2}{b}$ 와 $a(x+y) - x - 3y = a$ 가 나오고 정리하면 $x+y = \frac{b-2}{b}$ 와 $x+3y = -\frac{2a}{b}$ 이다.

따라서 $\frac{x+y}{x+3y} = \frac{2-b}{2a}$ 이다. $\frac{2-b}{2a} = k$ 로 놓으면 $b = -2ka + 2$ 이고 이것은 $(0, 2)$ 를 지나고 기울기 $-2k$ 인 직선의 방정식이다. k 가 최대, 최소가 되는 것은 원 $(a-2)^2 + b^2 = 1$ 에 접할 때이다.

$(2, 0)$ 에서 직선에 이르는 거리는 $\frac{|4k-2|}{\sqrt{4k^2+1}} = 1$ 이고 정리하면 $12k^2 - 16k + 3 = 0$ 이다.

$M = \frac{4+\sqrt{7}}{6}$, $m = \frac{4-\sqrt{7}}{6}$ 근과 계수의 관계에 의하여

$$mM^2 + Mm^2 = mM(m+M) = \frac{3}{12} \times \frac{16}{12} = \frac{1}{3} \text{이다.}$$

(참고로 $M = \frac{4+\sqrt{7}}{6}$, $m = \frac{4-\sqrt{7}}{6}$ 이다.)

[문제 3-2 별해]

$\frac{x+y}{x+3y} = \frac{2-b}{2a}$ 에서 $(a-2)^2 + b^2 = 1$ 을 고려하여 $a = 2 + \cos\theta$, $b = \sin\theta$ 을 대입한다.

$\frac{x+y}{x+3y} = \frac{2-\sin\theta}{4+2\cos\theta}$ 이 되고 우변을 θ 에 대하여 미분하여 극대, 극소를 구하면 $M = \frac{4+\sqrt{7}}{6}$,

$m = \frac{4-\sqrt{7}}{6}$ 이고 $mM(m+M) = \frac{1}{3}$ 이 된다.

문항카드 26

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 III(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	생명과학 탐구 방법, 노폐물의 배설, 특이적 방어작용, 백신
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 세포 호흡은 주로 세포의 미토콘드리아에서 일어나며, 포도당이 산소와 반응하여 이산화 탄소와 물로 분해되면서 에너지가 방출된다. ATP는 생명 활동에 직접적으로 사용되는 에너지원으로, 인산기와 인산기 사이의 결합이 끊어져 ADP와 무기 인산으로 분해되면서 에너지를 방출한다. ADP는 세포 호흡에서 방출되는 에너지를 공급받아 다시 ATP로 합성된다. 우리 몸에서 ATP가 분해되어 방출된 에너지는 화학 에너지, 기계적 에너지, 열에너지 등으로 전환되어 물질 합성, 근육 운동, 체온 유지, 성장 등 다양한 생명 활동에 사용된다.

(나) 모든 의식적인 몸의 움직임은 신경계의 명령에 따라 골격근이 수축하고 이완함으로써 일어난다. 골격근은 여러 개의 근육 섬유 다발로 구성되고, 각각의 근육 섬유는 많은 근육 원섬유로 이루어진다. 근육 원섬유 마디는 근수축의 기본 단위로, 마이오신 필라멘트와 액틴 필라멘트가 일부분 겹쳐 배열된다. 근육 원섬유 마디를 구분하는 경계선을 Z 선이라고 하는데, 액틴 필라멘트는 Z 선에 결합하여 근육 원섬유 마디의 중심으로 뻗어 있다. 현미경으로 근육 원섬유를 관찰하면 근육 원섬유 마디에서 마이오신 필라멘트가 있는 부분은 어둡게 보여 A 대(암대)라 하고, Z 선 주위의 액틴 필라멘트만 있는 부분은 밝게 보여 I 대(명대)라고 한다. 근육 섬유의 세포막과 접해 있는 운동 뉴런의 축삭 돌기 말단에 활동 전위가 도달하면 축삭 돌기 말단의 시냅스 소포에서 아세틸콜린이 방출된다. 그 결과 근육 섬유의 세포막이 탈분극되고 활동 전위가 발생하여 근육 원섬유가 수축한다. 근육 수축은 근육 원섬유 마디를 구성하는 액틴 필라멘트가 마이오신 필라멘트 사이로 미끄러져 들어가면서 일어나며, 이때 ATP가 소모된다. 근육이 수축하면 마이오신 필라멘트가 있는 A 대의 길이는 변하지 않고, 액틴 필라멘트만 있는 I 대가 짧아지며, 액틴 필라멘트와 액틴 필라멘트 사이의 H 대는 짧아지거나 사라진다. 이와 같은 근육 수축의 이론을 활주설이라고 한다.

(다) 우리 몸으로 병원체가 들어오면, 몸에서는 스스로를 보호하는 방어 작용이 일어나는데, 이러한 방어 작용을 면역이라고 한다. 방어 작용에는 비특이적 방어 작용과 특이적 방어 작용이 있다. 비특이적 방어 작용은 선천적인 것으로 여러 병원체에 비특이적으로 일어나며, 병원체에 감염된 경험 여부와 관계없이 신속하게 일어나는 면역 반응이다. 특이적 방어 작용은 항원의 종류를 인식하고 이에 따라 선별적으로 작용하며, 백혈구의 일종인 T 림프구와 B 림프구에 의해 이루어진다. T 림프구의 한 종류인 세포독성 T 림프구는 병원체에 감염된 세포를 직접 인식하여 파괴하는 세포성 면역을 통해 병원체를 제거한다. T 림프구의 또 다른 종류인 보조 T 림프구는 B 림프구가 형질 세포와 기억 세포로 분화되도록 촉진한다. 형질 세포로부터 생성된 항체는 항원과 결합하여 항원을 무력화시킨다. 이처럼 항체에 의한 면역 반응을 체액성 면역 반응이라고 한다.

(라) 항원이 처음 침입하면 1차 면역 반응이 일어난다. 1차 면역 반응에서는 침입한 항원에 특이적인 항체를 생산하기까지 시간이 오래 걸리며 항체 생산량도 많지 않다. 1차 면역 반응에서 활성화된 B 림프구의 일부는 기억 세포로 분화한다. 기억 세포는 동일한 항원이 다시 침입하면 형질 세포로 빠르게 분화하고

다량의 항체를 생산하여 신속하게 항원을 제거한다. 이러한 방어작용의 기억 능력을 이용하는 것이 백신의 원리이다. 백신에는 약화되었거나 죽은 병원체 또는 병원체의 일부분이 담겨 있다. 병원체의 독성은 약화되었지만 항원으로 작용하기 때문에 백신은 체내에서 항체와 기억 세포의 생성을 유도한다.

[문제 4-1] 다리 근육 기능에 이상이 있는 질환의 원인을 찾기 위해 다음과 같이 실험을 진행하고 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

- I. 근육 기능이 정상인 철주와 근육 기능에 이상이 있는 민수, 선우의 다리에서 소량의 근육을 각각 채취하였다.
- II. 채취한 근육 조직의 이완 시와 수축 시에, 근육 세포 내의 무기 인산량과 근육 세포에 접한 운동 뉴런에서 방출되는 아세틸콜린양을 각각 물질 분석기로 측정하여 <표 1>에 나타내었다.
- III. 채취한 근육 조직이 이완 상태일 때 조직의 절편을 만들고, 전자현미경을 통해 근육 원섬유 마디를 구성하는 각 부위의 길이를 측정하여 <표 2>에 정리하였다.

<표 1> 물질 함유량 분석 결과

(수치는 상댓값)

구분	철주		민수		선우	
근육 자극	전	후	전	후	전	후
무기 인산량	1.0	55.0	1.0	1.1	1.0	22.5
아세틸콜린양	1.0	24.0	1.0	23.7	1.0	24.1

<표 2> 전자현미경을 통한 관찰 결과 (단위: mm)

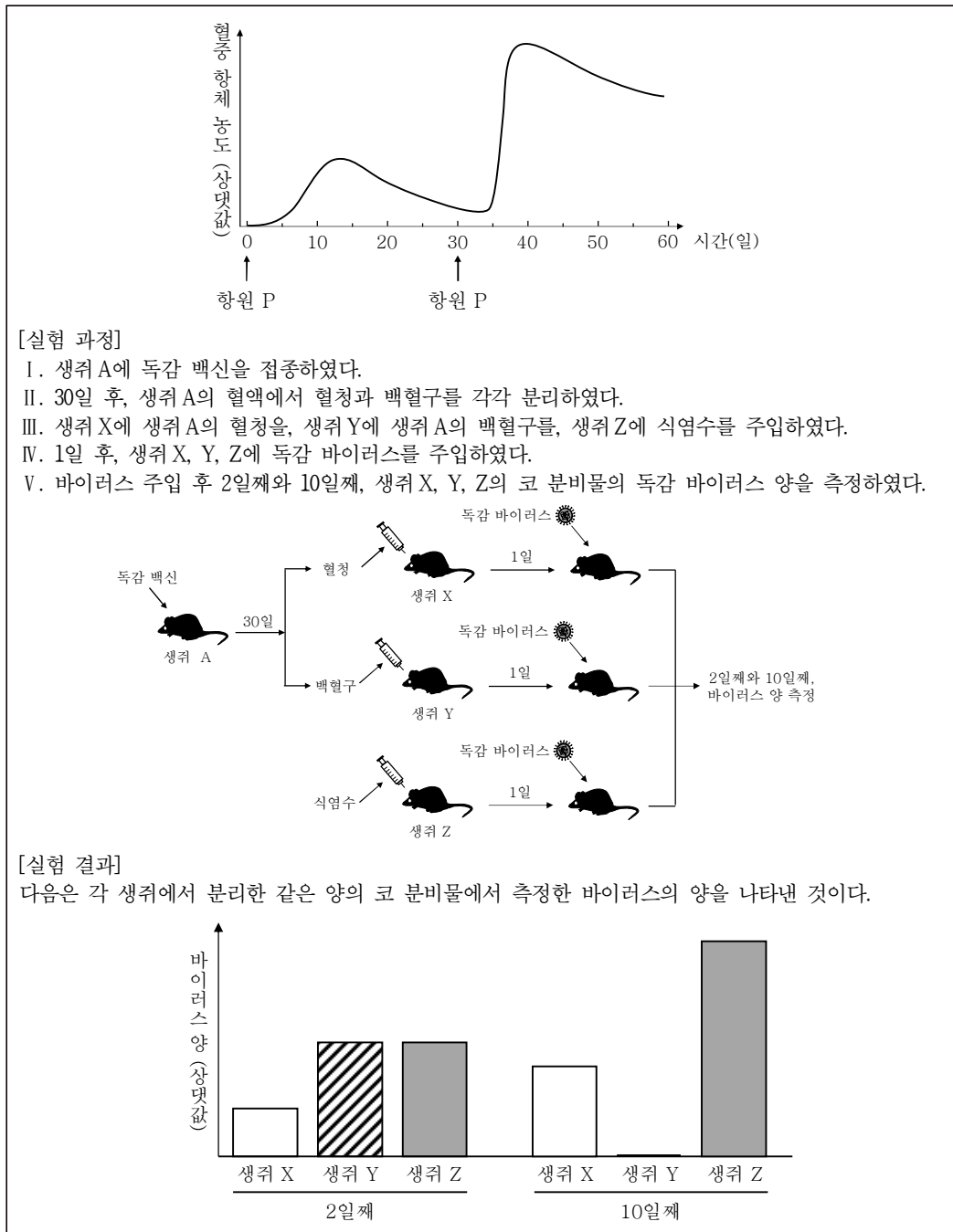
구분	철주	민수	선우
I 대 길이	0.71	1.86	0.73
A 대 길이	1.52	0	1.51
H 대 길이	0.34	0	0.35
Z 선 사이의 길이	2.23	1.86	2.24

[문제 4-1] 위의 실험 결과를 통합적으로 해석하여 민수와 선우 두 사람의 근육 질환의 원인을 각각 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [15점]

[문제 4-2] 다음은 독감 백신의 효능을 알아본 실험이다.

[자료]

다음은 생쥐에 항원 P를 주입하였을 때, 혈중 항-P 항체 농도의 변화를 나타낸 것이다.



[문제 4-2] 위 자료와 실험 결과를 바탕으로 바이러스 주입 후 2일째와 10일째의 생쥐 X, Y, Z에서 바이러스 양이 서로 차이가 나는 이유를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 서술하시오. (단, 실험에 사용한 생쥐는 유전적으로 동일하고 이전에 독감 바이러스에 노출된 적이 없다.) [15점]

3. 출제 의도

[문제 4-1]

ATP는 생명 활동에 직접적으로 사용되는 에너지원으로, ATP가 분해되어 방출된 에너지는 근육 운동, 물질 합성, 생장 등 다양한 생명 활동에 사용된다. [문제 4-1]에서는 근육 기능에 이상이 있는 사람의 근육 조직을 채취하여 물질 분석 및 현미경 관찰을 통해 얻어진 결과를 해석하여 질병의 원인을 추론하는 능력을 평가하고자 하였다. 또한 서로 다른 종류의 실험 결과를 통합적으로 해석하여 질병의 원인을 추론하는 문제로서, 학생들의 데이터 해석력, 논리적 사고력, 추론 능력을 종합적으로 측정하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 정확히 이해하고, <표 1>의 결과를 분석하면 민수와 선우의 아세틸콜린의 분비량은 철주와 비교하여 차이가 없음을 통해 근육 조직에 전달되는 신경 자극 전달 과정에는 문제가 없음을 알 수 있다. 그러나 민수는 철주와 비교했을 때 근육 자극 후 생성된 무기 인산의 양이 자극 전과 비교하여 봤을 때 증가하지 않는 것으로 보아 ATP를 사용하는 과정에 문제가 있음을 알 수 있다. 또한 선우는 무기 인산의 생성량이 철주에 비해 반으로 감소한 것을 알 수 있다. 이와 더불어 <표 2>의 전자현미경 관찰 결과에 의하면 선우는 철주와 같이 정상인 것을 알 수 있으나, 민수는 근육 조직 구성 자체에 문제가 있음을 알 수 있다. <표 1>과 <표 2>의 결과를 통합적으로 분석하고 추론해 보면, 민수는 암대를 이루고 있는 마이오신 단백질을 근육세포가 생성하지 못해서 생기는 질환으로 따라서 ATP를 사용하여 근육을 움직일 수 있는 능력이 없음을 알 수 있다. 선우는 근육 조직의 구성에는 문제가 없으나, 마이오신 단백질의 ATP 분해 능력 또는 생성 능력이 정상에 비해 50% 정도 수준으로 떨어져서 나타난 질환임을 알 수 있다. 이를 통해 실제 측정한 실험 결과를 통합적으로 해석하고, 논리적으로 추론할 수 있는 능력을 확인하는 문제이다.

[문제 4-2]

바이러스와 같은 병원체 감염에 의해 유도되는 특이적 면역반응은 기억 세포의 생산을 유도하여 병원체 재감염을 효과적으로 막을 수 있다. 본 문제에서는 주어진 자료를 통합적으로 해석하여, 특이적 면역 반응의 특성을 바탕으로 백신의 특성을 정확히 이해할 수 있는 능력을 평가한다.

이를 위해, 제시문을 읽고 실험 결과를 이해하여 감염 후 2일째와 10일째의 각 생쥐에서 바이러스 양의 차이가 나는 이유를 논리적으로 설명할 수 있는지를 확인한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

영역별 내용	
제시문	(가) 생명과학 I (2) 사람의 물질대사 [12생과 I 02-01] 물질대사 과정에서 생성된 에너지가 생명 활동에 필요한 ATP로 저장되고 사용됨을 이해하고, 소화, 호흡, 순환 과정과 관련되어 있음을 설명할 수 있다. [12생과 I 02-02] 세포 호흡 결과 발생한 노폐물의 배설 과정을 물질대사와 관련하여 설명할 수 있다.
	(나) 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-02] 근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다.

하위문항	(다)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	(라)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다.
	문제 4-1	생명과학 I (2) 사람의 물질대사 [12생과 I 02-01] 물질대사 과정에서 생성된 에너지가 생명 활동에 필요한 ATP로 저장되고 사용됨을 이해하고, 소화, 호흡, 순환 과정과 관련되어 있음을 설명할 수 있다. [12생과 I 02-02] 세포 호흡 결과 발생한 노폐물의 배설 과정을 물질대사와 관련하여 설명할 수 있다.
	문제 4-2	(3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-02] 근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다. 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다. [12생과 I 03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	심규철 외 5인	비상	2018	35, 59, 101
	생명과학 I	이준규 외 5인	천재교육	2018	33, 75, 104
	생명과학 I	오현선 외 5인	미래엔	2018	38, 78, 108, 109, 114
	생명과학 I	김윤택 외 4인	동아출판	2018	35, 65, 102
	생명과학 I	심재호 외 5인	금성출판사	2018	46, 83
	생명과학 I	전상학 외 7인	지학사	2018	34, 78, 94-95, 98

5. 문항 해설

[문제 4-1]

[문제 4-1]에서는 근육 기능에 이상이 있는 사람의 근육 조직을 채취하여 물질 분석 및 현미경 관찰을 통해 얻어진 결과를 해석하여 질병의 원인을 추론하는 능력을 확인하고자 하였다. 실험 과정 순서에 따라 실험이 이루어지는 상황을 정확히 이해하고, <표 1>의 결과를 분석하면 민수와 선우의 아세틸콜린의 분비량은 철주와 비교하여 차이가 없음을 통해 근육 조직에 전달되는 신경 자극 전달 과정에는 문제가 없음을 알 수 있다. 그러나 민수는 철주와 비교했을 때 근육 자극 후 생성된 무기 인산의 양이 자극 전과 비교하여 봤을 때 증가하지 않는 것으로 보아 ATP를 사용하는 과정에 문제가 있음을 알 수 있다. 또한 선우는 무기 인산의 생성량이 철주에

비해 반으로 감소한 것을 알 수 있다. 이와 더불어 <표 2>의 전자현미경 관찰 결과에 의하면 선우는 철주와 같이 정상인 것을 알 수 있으나, 민수는 근육 조직 구성 자체에 문제가 있음을 알 수 있다. <표 1>과 <표 2>의 결과를 통합적으로 분석하고 추론해 보면, 민수는 암대를 이루고 있는 마이오신 단백질을 근육세포가 생성하지 못해서 생기는 질환으로 따라서 ATP를 사용하여 근육을 움직일 수 있는 능력이 없음을 알 수 있다. 선우는 근육 조직의 구성에는 문제가 없으나, 마이오신 단백질의 ATP 분해 능력 또는 생성 능력이 정상에 비해 50% 정도 수준으로 떨어져서 나타난 질환임을 알 수 있다. 이를 통해 실제 측정된 실험 결과를 통합적으로 해석하고, 논리적으로 추론할 수 있는 능력을 확인하는 문제이다.

[문제 4-2]

우리 몸에 병원체가 들어오면, 몸에서 비특이적 면역반응과 특이적 면역반응이 일어난다. 이 중 특이적 면역반응은 항원의 종류를 인식하여 선별적으로 작용하며, 기억 면역 세포를 형성하여 동일한 병원체가 다시 침입하는 경우, 병원체를 빠르게 무력화시킨다. 백신은 이러한 면역 작용의 기억 능력을 이용한다. 실험 과정에서, 생쥐 A의 혈청에 항-독감 바이러스 항체가 포함되어 있으므로, 혈청이 전달된 생쥐 X에서 바이러스 주입 후 2일째와 10일째에 생쥐 X에서 검출된 바이러스 양이 대조군 생쥐인 생쥐 Z에서보다 적음을 추론할 수 있다. 하지만, 제시문 (라)와 [자료]를 통해 1차 면역 반응에서 항체를 생산하기까지 시간이 오래 걸리며 항체 생산량도 많지 않다는 것을 알 수 있다. 따라서, 전달된 혈청에 충분한 양의 항체가 포함되어 있지 않기 때문에, 생쥐 X에서 바이러스가 완전히 제거되지 않았음을 추론할 수 있다. 제시문 (다)와 (라)를 통해, 생쥐 Y로 전달된 백혈구에 독감 바이러스 특이적인 기억 세포가 포함되어 있음을 알 수 있다. 하지만, 주어진 [자료]에 따르면, 2차 면역 반응에서 혈중 항체 농도가 증가하기까지 최소 5일이 소요되므로, 바이러스 주입 2일째에는 생쥐 Y에서 바이러스 양이 줄어들지 않았으나, 10일째에는 기억 세포로부터 분화한 형질세포가 다량의 항체를 생성하여 바이러스가 감소하였음을 추론할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	<표 1>을 분석하여 민수의 근육은 ATP를 활용하지 못하고, 선우는 정상인 철주 대비 50%의 활성을 갖고 있음을 논리적으로 설명하면,	4
	<표 1>을 분석하여 민수와 선우 모두 신경세포로부터 근육 자극 전달에는 문제가 없음을 찾으면,	2
	제시문 (나)를 통해 선우의 근육 원섬유 구조에는 문제가 없음을 제시하고, 민수의 근육 원섬유 구조에 마이오신 단백질이 발현되지 않아 A대(암대)와 H대가 형성되지 않고 명대만 형성되어 있음을 제시하면,	5
	따라서 민수의 근육 질환은 마이오신 단백질이 만들어지지 않아 ATP 사용량이 없고 근육 원섬유 구조 이상에 의한 질병임을 추론하고, 선우는 마이오신 단백질은 정상적으로 발현하나 ATP 활용 능력이 저하되어 나타나는 질환임을 논리적으로 제시하면,	4
문제 4-2	생쥐 X에 전달된 혈청에 생쥐 A의 항바이러스 항체가 포함되어 있음을 제시	2
	혈청에 포함되어 전달된 항체로 인하여 생쥐 X의 바이러스 양이 생쥐 Z에 비해 적음을 제시	3
	생쥐 X에 전달된 혈청에 바이러스를 완전히 제거하기 위한 충분한 항체가 포함되어	3

있지 않았음을 제시	
생쥐 Y에 전달된 백혈구에 기억 세포가 포함되어 있음을 제시	2
생쥐 Y에 전달된 기억세포에 의해 바이러스가 10일째에 크게 감소하였음을 제시	3
기억 세포가 활성화되어 항체를 충분히 생산하기까지 5일 이상의 시간이 필요하므로, 바이러스 주입 2일째에는 생쥐 Y에서 바이러스가 줄어들지 않았음을 제시	2

7. 예시 답안

[문제 4-1]

- 제시문 (가)를 통해 무기 인산은 ATP를 사용하여 에너지를 소비하는 과정에서 ADP와 함께 생성됨을 알 수 있다. 정상인 철주의 무기 인산량 대비 민수는 거의 생산이 되지 않았고, 선우는 ATP 사용량 또는 생산량이 정상에 비해 절반 정도로 감소하였다. 따라서 민수와 선우의 근육에서 ATP를 활용한 근육을 움직이는 과정이 정상적으로 이루어지지 않고 있음을 알 수 있다.
- 제시문 (나)를 통해 아세틸콜린 분비량에는 정상인 철주 대비 민수와 선우에서 변화가 없는 것으로 보아 근육을 움직일 수 있는 신경 자극 전달 과정은 정상임을 알 수 있다.
- <표 2> 결과를 통해 선우의 근육 세포 구조는 정상임을 알 수 있고, 민수의 근육 세포는 근육이 이완되는 상황에서도 Z선 사이 길이와 I대 길이가 같은 것을 알 수 있다. 이는 액틴 필라멘트는 정상이나 A대와 H대를 관찰할 수 없고, 마이오신 단백질이 근육 원섬유 내에 존재하지 않음을 추론할 수 있다.
- 따라서 실험 결과와 제시문을 통합적으로 분석해 보면, 민수는 ATP를 활용해 근수축을 할 수 있는 마이오신 단백질이 발현되지 않아 생기는 근육 질환이고, 선우는 마이오신 단백질은 발현되고 있으나, ATP를 활용하는 능력이 정상에 비해 부족해서 생기는 근육 질환임을 추론할 수 있다.

[문제 4-2]

- 생쥐 X로 전달된 혈청에 항-바이러스 항체가 포함되어 있으므로, 바이러스 주입 2일째와 10일째의 생쥐 X에서 검출된 바이러스 양이 대조군 생쥐인 생쥐 Z에서보다 적다.
- 제시문 (라)와 [자료]를 통해 1차 면역 반응에서는 항체를 생산하기까지 시간이 오래 걸리며 항체 생산량도 많지 않다는 것을 알 수 있다. 따라서, 바이러스 주입 2일째와 10일째, 생쥐 X에서 바이러스가 완전히 제거되지 않은 이유는, 전달된 혈청에 충분한 양의 항체가 포함되어 있지 않기 때문이라고 추론할 수 있다.
- 제시문 (다)와 (라)를 통해, 생쥐 Y로 전달된 백혈구에는 독감 바이러스 특이적인 기억 세포가 포함되어 있음을 알 수 있다. 따라서, 독감 바이러스를 주입된 생쥐 Y에서 기억 세포가 형질 세포로 빠르게 분화하고 다량의 항체를 생성하여, 바이러스 주입 10일째에 독감 바이러스가 크게 감소하였음을 추론할 수 있다.
- 하지만, 주어진 [자료]에 따르면, 2차 면역 반응에서 혈중 항체 농도가 증가하기까지 최소 5일이 소요되므로, 바이러스 주입 2일째에는 생쥐 Y에서 바이러스 양이 줄어들지 않았다.

문항카드 27

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 III(물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	역학적 에너지 보존, 전류에 의한 자기장
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (바)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 물체에 알짜힘이 작용하지 않는 한, 물체는 정지 상태나 일정한 속도로 움직이는 상태를 유지한다. 이를 뉴턴 운동 제1 법칙이라고 한다. 물체에 힘이 작용하면 알짜힘의 방향으로 그 물체가 가속되고 그 가속도의 크기 a 는 물체에 작용하는 알짜힘 F 에 비례하고 질량 m 에 반비례한다. 이를 뉴턴 운동 제2 법칙이라 한다. 질량이 1kg 인 물체에 1N 의 힘을 작용하면 물체의 가속도는 1m/s^2 이다. 한 물체가 다른 물체에 힘을 작용하면 동시에 다른 물체도 그 물체에 같은 크기의 힘을 반대 방향으로 작용한다. 이를 뉴턴 운동 제3 법칙이라고 한다.

(나) 경사각이 θ 인 빗면에 질량이 m 인 물체가 중력에 의해 미끄러질 때, 빗면에 수직인 방향의 중력 성분과 빗면이 물체를 밀어내는 힘의 크기는 같고 방향이 반대여서 힘의 평형을 이룬다. 마찰이나 공기 저항을 무시하면, 물체의 운동 방향과 같은 방향으로 작용하는 알짜힘은 빗면에 나란한 방향의 중력 성분이며 그 크기는 $mg\sin\theta$ 이다. 이때 g 는 중력 가속도이며 중력에 의하여 물체가 지표면으로 낙하할 때의 가속도이다.

(다) 물체에 힘을 작용하여 일을 하면 일을 한 만큼 물체의 에너지가 증가하거나 그 에너지가 다른 형태의 에너지로 전환된다. 질량 m 인 물체가 속력 v 로 움직일 때 운동 에너지 E_k 는 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ 이다. 물체가 지면으로부터 높이 h 에서 가지고 있는 중력에 의한 에너지를 중력 퍼텐셜 에너지 E_p 라 하고 $E_p = mgh$ 로 나타낸다. 여기에서 g 는 중력 가속도이다. 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 합을 역학적 에너지라고 한다. 마찰이나 공기 저항이 없을 때 역학적 에너지는 다음과 같이 보존된다.

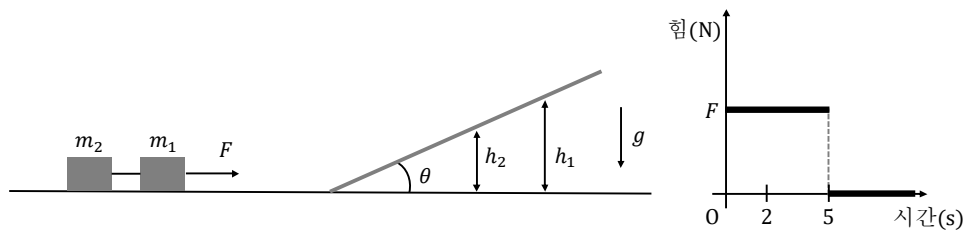
$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{일정}$$

(라) 자석은 항상 N극과 S극의 두 극을 갖는데, 같은 극끼리는 서로 밀어내는 힘이 작용하고, 다른 극끼리는 서로 당기는 힘이 작용한다. 이와 같은 힘을 자기력이라고 하고, 자기력이 작용하는 공간을 자기장이라고 한다. 자기장의 방향은 나침반 자침의 N극이 가리키는 방향으로 나타낸다.

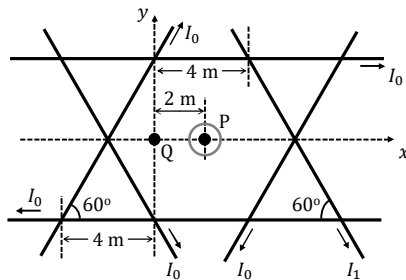
(마) 직선 도선에 전류가 흐를 때 그 주변에 생기는 자기장의 방향은 오른손 법칙으로 알 수 있다. 오른손 엄지손가락이 전류의 방향을 향하게 하고 나머지 네 손가락으로 도선을 감아줄 때 네 손가락이 가리키는 방향이 자기장의 방향이다. 무한히 긴 직선 도선으로부터 수직으로 거리 r 만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기 B 는 도선에 흐르는 전류의 세기에 비례하고 거리 r 에 반비례한다.

(바) 원형 도선에 흐르는 전류가 만드는 자기장의 방향은 오른손 네 손가락을 전류의 방향으로 감아쥘 때 엄지손가락이 가리키는 방향이다. 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기 B 는 전류의 세기에 비례하고 도선이 만드는 원의 반지름에 반비례한다.

[문제 4-1] 그림과 같이 평면에서 질량이 m_1 인 물체와 질량이 m_2 인 물체가 실로 연결되어 같이 직선 운동을 한다. 시각 $t = 0$ s 에 정지하였던 두 물체를 힘 F 로 끌기 시작하였다. 시각 $t = 2$ s 에 실이 끊어져 질량이 m_1 인 물체에만 같은 힘을 3초 동안 작용하였다. 그 후 질량이 m_1 인 물체와 질량이 m_2 인 물체는 직선 운동을 유지하다 비탈면을 만나 각각 최대 높이 h_1 과 h_2 까지 올라갔다. 제시문 (가) - (다)에 근거하여 시간 t ($2\text{ s} < t < 5\text{ s}$) 에서 두 물체의 속력을 F , m_1 , m_2 , t 로 나타내고, 최대 높이 비인 $\frac{h_1}{h_2}$ 을 m_1 과 m_2 로 나타내시오. 또한 $m_1 = 0.1\text{ kg}$ 이고 $\frac{h_1}{h_2} = 49$ 일 때, 질량 m_2 를 논리적으로 구하시오. (단, 비탈면의 길이는 충분히 길고, 두 물체는 충돌하지 않고, 실의 질량, 물체의 크기, 마찰 및 공기 저항은 무시하며, 중력 가속도 g 는 10 m/s^2 이다.) [15점]



[문제 4-2] 그림과 같이 xy 평면에 서로 평행한 세 쌍의 무한히 긴 직선 도선이 있고 일정한 전류 I_0 과 $I_1 = 3I_0$ 이 화살표 방향으로 각각 흐른다. 이때 6 개의 직선 도선이 만드는 정육각형의 중심점 P 에서 자기장 B_0 을 측정하였다. 점 P 에 반지름이 r 인 원형 도선을 두고 전류 $I_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}\text{ A}$ 를 흘려 P 에서 자기장을 0 으로 만들었다. 그 후, 원형 도선의 중심을 x 축을 따라 점 Q 에 위치시키고 원형 도선에 흐르는 전류의 세기를 다시 조절하여 Q 에서 자기장 B 를 0 으로 만들었다. 제시문 (라) - (바)에 근거하여 점 Q 에 있는 원형 도선에 흐르는 전류 I 의 크기와 방향을 논리적으로 구하시오. (단, $I_0 \neq 0$ 이다.) [15점]



3. 출제 의도

역학은 고등학교 물리 I 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리 II 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 또한, 전류와 자기장은 고등학교 물리 I 단원 II 물질과 전자기장에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 뉴턴의 운동 제2법칙을 이해하고, 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였고, 전류와 자기장에서는 전류에 의한 자기장이 나타나는 물리적 상황을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

물체의 운동과 에너지를 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 뉴턴의 운동 법칙을 이해하고 직선 상에서 물체의 운동 상태 변화를 예측할 수 있다. 힘이 두 물체에 작용하다가 실이 끊어져 힘이 한 물체에만 작용하기 때문에 2초 후 물체의 속도가 달라진다. 따라서 문제에서 주어진 조건을 이용하여 시간에 따른 물체의 가속도와 속도를 구할 수 있다. 또한 물체의 등가속도 운동을 기술하기 위해서 중력을 빗면에 나란한 힘과 빗면에 수직인 힘으로 분해할 수 있다. 이후 물체는 빗면을 따라 올라가며 운동 에너지가 중력 퍼텐셜 에너지로 전환된다. 역학적 에너지는 보존됨으로 물체의 최대 올라간 위치를 통해 빗면을 오르기 전에 물체의 속력을 구할 수 있다. 본 문항의 평가에서는, 일차원 직선 운동, 뉴턴 운동 법칙, 역학적 에너지 보존 법칙을 이해하고 물체의 운동을 논리적으로 분석하는 문제 해결력을 평가하며, 중간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

[문제 4-2]

전자기장은 고등학교 물리에서 다루는 주요 분야 중 하나이다. 문제 4-2는 전자기 현상 중 전류에 의한 자기 작용을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 이해할 수 있다. 직선 도선 주위에 발생하는 자기장과 원형 도선 주위에 발생하는 자기장 크기와 방향을 예측할 수 있다. 이때 자기장은 수직 거리에 반비례하고 도선에 흐르는 전류의 크기에 비례한다. 문제에서 수직 거리를 알면 일정한 전류가 흐르는 직선 도선의 자기장을 구할 수 있다. 또한, 이를 상쇄시키는 자기장의 크기를 원형 도선에 흐르는 전류로 나타낼 수 있다. 물리1 과목 물질과 전기장 영역에서 배우는 물질과 전자기장의 기본 개념을 이해하면 비례 관계를 이용해 문제를 해결할 수 있다. 물리 교과 과정을 바탕으로 문제 해석 능력, 추론 능력, 수리적 능력과 문제 해결력을 종합적으로 평가하며, 중간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

영역별 내용	
제시문	(가) 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
	(나) 물리학 II (2) 전자기장 [12물리 II 01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	(다) 물리학 I

		(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	(라)	물리학 I (2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다.
	(마)	물리학 I (2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. 물리학 II (2) 전자기장 [12물리 II 02-06] 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 자기력선으로 표현할 수 있다.
	(바)	물리학 I (2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다.
	하위문항	문제 4-1 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. 문제 4-2 물리학 I (1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다. 물리학 I (2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	손정우 외	비상교육	2018	19,24
	물리학 I	김성진 외	미래엔	2018	18
	물리학 I	김영민 외	교학사	2018	60,64,65
	물리학 I	곽영직 외	와이비엠	2018	23-28,134
	물리학 I	김성민 외	지학사	2018	123
	물리학 II	강남화 외	천재교육	2018	120, 121

5. 문항 해설

[문제 4-1]

물체의 운동과 에너지를 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 뉴턴의 운동 법칙을 이해하고 직선 상에서 물체의 운동 상태 변화를 예측할 수 있다. 힘이 두 물체에 작용하다가 실이 끊어져 힘이 한 물체에만 작용하기 때문에 2초 후 물체의 속도가 달라진다.

제시문 (가)-(다)를 이용하고 문제에서 주어진 조건을 이용하여, 시간에 따른 물체의 가속도와 속도를 구할 수 있다. 또한 물체의 등가속도 운동을 기술하기 위해서 중력을 빗면에 나란한 힘과 빗면에 수직인 힘으로 분해할 수 있다. 이후 물체는 빗면을 따라 올라가며 운동 에너지가 중력 퍼텐셜 에너지로 전환된다. 역학적 에너지는 보존됨으로 물체의 최대 올라간 위치를 통해 빗면을 오르기 전에 물체의 속력을 구할 수 있다.

[문제 4-2]

전자기장은 고등학교 물리에서 다루는 주요 분야 중 하나이다. 문제 4-2는 전자기 현상 중 전류에 의한 자기 작용을 이해하고 이를 적용하는 문제이다. 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 이해할 수 있다. 직선 도선 주위에 발생하는 자기장과 원형 도선 주위에 발생하는 자기장 크기와 방향을 예측할 수 있다. 이때 자기장은 수직 거리에 반비례하고 흐르는 전류의 크기에 비례한다.

제시문 (라)-(바)를 이용하고 문제에서 수직 거리를 알면, 일정한 전류가 흐르는 직선 도선의 자기장을 구할 수 있다. 또한, 이를 상쇄시키는 자기장의 크기를 원형 도선에 흐르는 전류로 표현할 수 있다.

6. 채점 기준		
하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	뉴턴의 운동 법칙을 바르게 기술한다.	+3점
	주어진 시간 구간에서 두 물체의 속력을 바르게 구한다.	+3점
	역학적 에너지 보존법칙을 바르게 기술한다.	+3점
	두 물체의 질량비를 이용하여 최대 높이 비를 바르게 나타낸다.	+3점
	주어진 높이 비를 통해 질량 $m_2 = 0.3\text{kg}$ 을 바르게 구한다.	+3점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음. ※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5 점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	
문제 4-2	점 P 에서 직선 도선의 수직 거리를 바르게 구한다.	+3점
	점 P 에서 직선 도선에 의한 자기장 B_0 을 바르게 나타낸다.	+3점
	점 Q 에서 직선 도선의 수직 거리를 바르게 구한다.	+3점
	점 Q 에서 직선 도선에 의한 자기장 B 를 바르게 나타낸다.	+3점
	원형 도선에 흐르는 전류 I 의 크기와 방향을 바르게 구한다.	+3점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음. ※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ± 0.5 점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	

7. 예시 답안

[문제 4-1]

- ▶ 시간 $0 < t < 2\text{s}$ 에서 두 물체는 함께 등가속도 운동을 한다. 이 구간에서 두 물체의 가속도는 $a = \frac{F}{m_1 + m_2}$ 이고, 속력은 $v_1 = v_2 = at = \frac{F}{m_1 + m_2}t$ 이다.
- ▶ 시간 $2\text{s} < t < 5\text{s}$ 에서 두 물체가 분리되고 질량이 m_1 인 물체만 힘이 작용하여 가속도가 $a_1 = \frac{F}{m_1}$ 인 등가속도 운동을 하고 질량이 m_2 인 물체는 등속도 운동을 한다.

$$v_1 = \frac{2F}{m_1 + m_2} + \frac{F}{m_1}(t-2), \quad v_2 = \frac{2F}{m_1 + m_2}$$

- ▶ 시간 $t=5\text{s}$ 이후 빗면을 만나 물체가 가진 운동 에너지는 중력 퍼텐셜 에너지로 전환된다. 아래와 같이 역학적 에너지 보존 법칙에 따라 물체가 올라갈 수 있는 최대 높이는 시간 $t=5\text{s}$ 에 물체가 가지는 운동 에너지에 의해 결정된다.
- ▶ $m_1gh_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2$, $m_2gh_2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2$ 이고 두 식을 서로 나누면 아래와 같다.

$$\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left(\frac{\frac{2F}{m_1 + m_2} + \frac{3F}{m_1}}{\frac{2F}{m_1 + m_2}}\right)^2 = \left(\frac{5m_1 + 3m_2}{2m_1}\right)^2$$

따라서, $\frac{h_1}{h_2} = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)\right)^2$ 이다.

- ▶ 만약 $\frac{h_1}{h_2} = 49$ 이고 질량은 양수이므로, $\sqrt{49} = 7 = \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{2}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)\right)$ 이고 $\frac{m_2}{m_1} = 3$ 임을 알 수 있다. $m_1 = 0.1\text{kg}$ 이기 때문에 $m_2 = 0.3\text{kg}$ 이다.

[문제 4-2]

- ▶ 점 P에서 직선 도선의 수직 거리는 $4\text{m} \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}\text{m}$ 로 모두 같다.
- ▶ 점 P에서 직선 도선에 의한 자기장 B_0 는 수직 거리에 반비례하며 전류에 비례한다. 전류 I_0 가 정육각형의 중심으로부터 시계방향으로 흐르는 4개의 직선 도선은 자기장이 xy 평면으로 들어가는 방향($-z$ 방향 또는 \otimes)이며 크기는 $\alpha \frac{I_0}{2\sqrt{3}} \times 4$ 로 나타난다. (단, α 는 직선 도선의 비례상수이다.) 전류 I_0 가 반시계 방향으로 흐르는 직선 도선은 자기장이 xy 평면으로 나오는 방향($+z$ 방향 또는 \odot)이며 $\alpha \frac{I_0}{2\sqrt{3}}$ 이다. 전류 $3I_0$ 가 시계방향으로 흐르는 직선 도선은 자기장이 xy 평면으로 들어가는 방향이며 $\alpha \frac{3I_0}{2\sqrt{3}}$ 이다.

$$\text{즉, } B_0 = \alpha \frac{-I_0}{2\sqrt{3}} \times 4 + \alpha \frac{+I_0}{2\sqrt{3}} + \alpha \frac{-3I_0}{2\sqrt{3}} = -\sqrt{3}\alpha I_0,$$

B_0 의 크기는 $\sqrt{3}\alpha I_0$ (또는 $B_0 \propto \sqrt{3}I_0$), xy 평면으로 들어가는 방향이다.

- ▶ P에서 자기장을 0으로 만들어야 하기에 원형 도선에 의한 자기장의 방향은 xy 평면으로 나오는 방향이며 $B = \sqrt{3}\alpha I_0 = \beta \frac{I_2}{r}$ 이다. (단, β 는 원형 도선의 비례상수이다.) 원형 도선에 흐르는 전류 I_2 는 $\frac{\sqrt{3}}{3}A$ 이므로 $I_0 = \frac{1}{3} \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{r} A$ 로 표현된다. (단, r 의 단위를 m이다.)

- ▶ 점 Q에서 전류 I_0 가 정육각형의 중심으로부터 시계방향으로 흐르는 4개의 직선 도선은 각각 $\sqrt{3}\text{m}$, $2\sqrt{3}\text{m}$, $3\sqrt{3}\text{m}$, $2\sqrt{3}\text{m}$ 이며 자기장 방향은 xy 평면으로 들어가는 방향으로 동일하다. 전류 I_0 가 반시계 방향으로 흐르는 직선 도선의 수직 거리는 $\sqrt{3}\text{m}$ 이며 전류 $3I_0$ 가 시계방향으로 흐르는 직선 도선의 수직 거리는 $3\sqrt{3}\text{m}$ 이다.

- ▶ 점 Q에서 직선 도선에 의한 자기장의 크기와 방향은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} B &= \alpha \left(\frac{-I_0}{\sqrt{3}} + \frac{-I_0}{2\sqrt{3}} + \frac{-I_0}{3\sqrt{3}} + \frac{-I_0}{2\sqrt{3}} + \frac{+I_0}{\sqrt{3}} + \frac{-3I_0}{3\sqrt{3}} \right) \\ &= -\frac{7\sqrt{3}}{9}\alpha I_0 \end{aligned}$$

B 의 크기는 $\frac{7\sqrt{3}}{9}\alpha I_0$ (또는 $B \propto \frac{7\sqrt{3}}{9}I_0$), xy 평면으로 들어가는 방향

- ▶ Q에서 자기장을 0으로 만들기 때문에 원형 도선에 의한 자기장의 방향은 xy 평면으로 나오는 방향이며 크기는 $B = \beta \frac{I}{r} = \frac{7\sqrt{3}}{9}\alpha I_0$ 를 만족해야 하고, $I = \frac{7\sqrt{3}}{9} \frac{\alpha}{\beta} I_0 r$ 로 표현된다. 따라서 비례 관계 또는 $I_0 = \frac{1}{3} \frac{\beta}{\alpha} \frac{1}{r} A$ 를 이용하면 원형 도선에 흐르는 전류 I 의 크기와 방향은 다음과 같다.

$$I = \frac{7\sqrt{3}}{27} A, \text{ 반시계 방향}$$

문항카드 28

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 III(화학) / 문제 [4-1], 문제[4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	몰, 원자량, 분자량, 몰 질량, 탄소 화합물, 공유 결합, 루이스 구조식, 분자의 구조, 전자쌍 반발 이론, 이상 기체 방정식
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

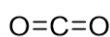
제시문

(가) 원자량은 질량수가 12인 탄소(C) 원자의 원자량을 12로 정하고, 이것을 기준으로 비교한 원자의 상대적인 질량이다. 분자가 아보가드로수(6.02×10^{23} 개)만큼 모인 집단을 그 분자의 1몰(mol)이라고 한다. 분자량은 분자를 이루는 원자들의 원자량을 합한 값이다. 물질 1몰의 질량을 몰 질량이라고 하며, 단위는 g/mol로 나타낸다. 따라서 물질의 질량과 몰 질량을 알면 물질의 양(mol)을 구할 수 있다.

(나) 탄소(C)를 기본 골격으로 수소(H), 질소(N), 산소(O) 등이 결합하여 이루어진 화합물을 탄소 화합물이라고 한다. 탄소 원자는 원자가 전자가 4개이므로, 최대로 다른 원자 4개와 결합할 수 있어 다양한 종류의 화합물을 만들 수 있다.

(다) 18족 원소 이외의 대부분의 원자들은 전자를 잃거나 얻어서 최외각 전자 껍질에 8개의 전자를 채워 안정한 전자 배치를 가지려고 하는데, 이러한 경향을 옥텟 규칙이라고 한다. 비금속 원자들은 전자를 공유함으로써 옥텟 규칙을 만족시키는데, 2개 이상의 원자들이 전자쌍을 공유하면서 형성되는 화학 결합을 공유 결합이라고 한다. 이때 각 원자에 포함된 원자가 전자 중에서 두 원자가 공유하는 전자쌍을 공유 전자쌍, 결합에 참여하지 않는 전자쌍을 비공유 전자쌍이라고 한다. 공유 결합을 형성하는 원자들은 중심 원자와 109.5° , 120° , 180° 등 일정한 결합각을 이룬다. 분자에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍들은 서로 같은 전하를 띠고 있으므로, 반발력이 최소가 되기 위해서 최대한 멀리 떨어져 있으려고 한다. 이를 전자쌍 반발 이론이라고 한다. 특히, 비공유 전자쌍 사이의 반발력이 공유 전자쌍 사이의 반발력보다 더 크게 나타난다.

(라) 루이스는 공유 결합을 설명하려고 원소 기호 주위에 원자가 전자를 점으로 찍어 나타내는 방법을 제안하였는데, 이를 루이스 전자점식이라고 한다. 루이스 전자점식으로 표현한 공유 결합 분자의 전자 배치를 간단하게 나타내려면 공유 전자쌍 1개를 결합선(—) 1개로 나타내고 비공유 전자쌍은 생략하기도 하는데, 이것을 루이스 구조식이라고 한다. 1개의 전자쌍을 공유하는 결합을 단일 결합이라고 하며, 결합선 1개로 나타낸다. 두 원자 사이에 공유 전자쌍이 2개와 3개인 공유 결합을 2중 결합과 3중 결합이라고 하며, 각각 결합선 2개와 3개로 나타낸다. 다음은 물(H_2O)과 이산화 탄소(CO_2)의 루이스 구조식이다.



(마) 화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질 사이의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식에서 각 물질의 계수비는 반응에 참여한 물질의 분자수비와 몰수비를 의미한다. 이때 몰과 입자수, 몰과 질량, 몰과 기체의 부피 관계를 이용하면 반응물과 생성물의 몰수, 입자수, 질량, 부피를 구할 수 있다.

(바) 기체의 부피는 기체의 몰수와 절대 온도에 비례하고 압력에 반비례한다. 비례 상수(R)를 이용하여 기체의 압력(P), 부피(V), 몰수(n), 절대 온도(T) 간의 관계에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 비례 상수 R를 기체 상수라고 한다. □

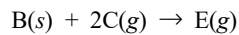
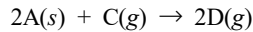
$$PV = nRT$$

하위 문항 1 [문제 4-1] <15점>

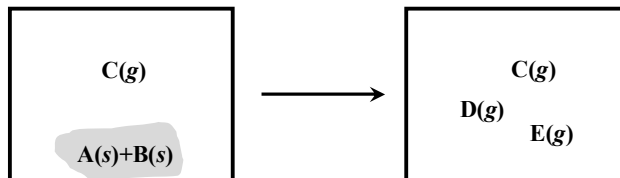
[문제 4-1] 분자식이 $C_xH_yO_z$ 인 탄소 화합물 A가 105g이 있다. 그중에서 탄소에 해당하는 질량은 54g이고, 수소에 해당하는 질량은 3g이다. A의 몰 질량은 70 g/mol이고, A를 이루는 탄소 원자 중 하나는 산소 원자 2개와 다른 탄소 원자 1개와 결합을 이루고 있다. 또한 A의 모든 결합각이 100° 보다 크다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 탄소 화합물 A의 분자식을 구하고, 그 루이스 구조식을 제시하시오. 또한 A에서 가장 작은 결합각을 찾아 구조식에 표시하고 그 결합각을 예측하시오. (단, 수소(H), 탄소(C), 산소(O)의 원자량은 각각 1, 12, 16이고, A의 모든 탄소 원자와 산소 원자는 옥텟 규칙을 만족한다.)

하위 문항 2 [문제 4-2] <15점>

[문제 4-2] 다음은 고체 A와 기체 C가 반응하여 기체 D를 생성하고, 고체 B와 기체 C가 반응하여 기체 E를 생성하는 반응식이다. A와 B의 몰 질량의 비는 2:1이다.



같은 몰수의 A와 B가 섞여 있는 고체 시료 7.2g이 부피가 6L로 일정한 용기에 담겨있다. 이 용기에 충분한 양의 C를 가득 채워 반응 전에는 300 K의 온도에서 1 atm의 압력이 되었다. 반응이 진행되어 A와 B가 전부 소모된 후 같은 온도에서 용기의 압력이 0.68 atm이 되었을 때, 제시문 (가), (마), (바)에 근거하여 반응 전 A의 몰수와 몰 질량(g/mol)을 논리적으로 구하시오. (단, 고체 시료의 부피는 무시하고, A, B, D, E는 서로 반응하지 않는다. 기체 상수 R의 값은 0.08 atm · L/(mol · K)이다.)



3. 출제 의도

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 전반적인 이해도 및 문제 해결 능력을 평가하고자 하였다. 하위 문항 [4-1]에서는 화학 I 교과에 대한 전반적인 이해도 및 응용 능력을 평가하고자 하였다. 구체적으로 ‘I. 화학의 첫걸음’에서 다루는 탄소 화합물, 물, 분자량, 몰 질량 등의 개념과 ‘III. 화학 결합과 분자의 세계’에서 다루는 공유 결합, 루이스 구조식, 분자의 구조, 전자쌍 반발 이론에 대한 개념을 다루었다. 물질의 질량과 몰 질량과의 관계를 통해 탄소 화합물의 분자식을 구하고, 공유 결합으로 형성된 이 분자의 루이스 구조를 그리며, 전자쌍 반발 이론에 근거하여 그 결합각들을 예측하는 것을 질문함으로써 주어진 개념들에 대한 통합적인 이해도를 가늠하고 올바른 결론을 도출해내기 위한 사고 능력을 측정하고자 하였다. 하위 문항 [4-2]에서는 화학 I에서 다루는 화학 반응식과 화학 II에서 다루는 이상 기체의 성질에 대한 개념을 빠르게 연계하여, 화학 반응에서의 양적 관계를 논리적으로 도출해 낼 수 있는지 물어보는 문제이다. 부피가 변하지 않는 한 용기에서 고체 혼합물과 기체 화합물 간의 반응이 진행될 때, 압력 변화 값을 통해 이상 기체 방정식을 이용하여 전체 기체 몰수의 변화 값을 구할 수 있어야 한다. 또한, 물질의 양(mol)과 물질의 질량 관계를 이용하여 고체 반응물의 몰 질량을 계산할 수 있어야 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’을 바탕으로 작성

영역별 내용	
제시문	(가) 화학 I. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 어렵하고 체험할 수 있다.
	(나) 화학 I. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-02] 탄소 화합물이 일상생활에 유용하게 활용되는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	(다) 화학 I. (3) 화학 결합과 분자의 세계 (148쪽) [12화학 I 03-03] 공유 결합, 금속 결합의 특성을 이해하고 몇 가지 물질의 성질을 결합의 종류와 관련지어 설명할 수 있다. [12화학 I 03-06] 전자쌍 반발 이론에 근거하여 분자의 구조를 모형으로 나타낼 수 있다.
	(라) 화학 I. (3) 화학 결합과 분자의 세계 (148쪽) [12화학 I 03-05] 원자, 분자, 이온, 화합물을 루이스 전자점식으로 표현할 수 있다.
	(마) 화학 I. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	(바) 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-02] 이상 기체 방정식을 활용하여 기체의 분자량을 구할 수 있다.
하위문항	4-1 제시문 (가)-(라)에 근거
	4-2 제시문 (가),(마),(바)에 근거

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	이상권 외 7인	(주)지학사	2019	제시문 (가): p. 27-33 제시문 (나): p. 18-23 제시문 (다): p. 116-117/p.133-136 제시문 (라): p. 120-121 제시문 (마): p. 34-39
	화학 I	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	제시문 (가): p. 23-27 제시문 (나): p. 15-17 제시문 (다): p. 116-117/p.138-141 제시문 (라): p. 132-135 제시문 (마): p. 30-37
	화학 I	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	제시문 (가): p. 27-32 제시문 (나): p. 18-21 제시문 (다): p. 108-109/p.129-131 제시문 (라): p. 121-125 제시문 (마): p. 39-40
	화학 I	하윤경 외 5인	(주)금성출판사	2019	제시문 (가): p. 29-32 제시문 (나): p. 17-25 제시문 (다): p. 109-111/p.125-129 제시문 (라): p. 121-124 제시문 (마): p. 35-38
	화학 I	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (가): p. 28-33 제시문 (나): p. 20-24 제시문 (다): p. 118-120/p.134-137 제시문 (라): p. 130 제시문 (마): p. 36-41
	화학 I	강대훈 외 3인	(주)와이비엠	2020	제시문 (가): p. 35-37 제시문 (나): p. 23-27 제시문 (다): p. 127-129/p.148-151 제시문 (라): p. 145-147 제시문 (마): p. 50-53
	화학 I	황성용 외 3인	(주)동아출판	2020	제시문 (가): p. 29-33 제시문 (나): p. 18-22 제시문 (다): p. 120-122/p.146-151 제시문 (라): p. 142-145 제시문 (마): p. 39-43
	화학 I	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (가): p. 27-31 제시문 (나): p. 17-19 제시문 (다): p. 106-107/p.123-125 제시문 (라): p. p.115 제시문 (마): p. 34-39
	화학 I	장낙한 외 9인	(주)상상아카데미	2020	제시문 (가): p. 31-35 제시문 (나): p. 23-27 제시문 (다): p. 119-120/p.139-142 제시문 (라): p. 131-134 제시문 (마): p. 41-43
	화학 II	이상권 외 7인	(주)지학사	2020	제시문 (바): p. 17
	화학 II	최미화 외 5인	(주)미래엔	2020	제시문 (바): p. 20-21
	화학 II	노태희 외 6인	(주)천재교육	2019	제시문 (바): p. 18
	화학 II	장낙한 외 9인	(주)상상아카데미	2020	제시문 (바): p. 21-23
	화학 II	박종석 외 7인	(주)비상교육	2020	제시문 (바): p. 15-16
	화학 II	홍훈기 외 6인	(주)교학사	2020	제시문 (바): p. 19

5. 문항 해설

제시문의 내용은 몰, 원자량, 분자량, 몰 질량, 탄소 화합물, 공유 결합, 루이스 구조식, 분자의 구조, 전자쌍 반발 이론, 이상 기체 방정식 등 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 여러 가지 개념들을 명확하게 이해하여 이를 통합적으로 연계, 분석 및 응용할 수 있는 능력을 알아보려고 한다.

하위 문항 1은 물질의 질량과 몰 질량과의 관계를 통해 탄소 화합물의 분자식을 구하고, 공유 결합으로 형성된 이 분자의 루이스 구조를 그리며, 전자쌍 반발 이론에 근거하여 그 결합각들을 예측하는 문제이다. 하위 문항 2는 부피와 온도가 일정하게 유지되는 고립된 용기에서 진행되는 2개의 화학 반응식을 분석하고 이를 이상 기체 방정식에 적용하여 양적 관계를 계산하는 능력을 가늠하는 문제이다. 고체와 기체 상태의 화합물 간에 반응이 진행될 때, 압력 변화 값을 통해 이상 기체 방정식을 이용하여 전체 기체 몰수의 변화 값을 구하고, 또한 물질의 양(mol)과 물질의 질량 관계를 이용하여 고체 반응물의 몰 질량을 계산하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점요소] 주어진 원자의 질량들과 분자 A의 몰 질량을 이용하여 A의 분자식을 구할 수 있는가? 분자의 구조를 이해하여 A의 루이스 구조식을 잘 제시하고, 전자쌍 반발 이론을 적용하여 가장 작은 결합각을 찾을 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <p>1) 주어진 원자의 질량들과 분자 A의 몰 질량을 이용하여 A의 분자식 $C_3H_2O_2$를 바르게 구하면 +5점</p> <p>2) 분자식이 $C_3H_2O_2$인 A에 산소 원자 2개 및 다른 탄소 원자 1개와 결합하고 있는 탄소 원자가 존재하고, 모든 결합각이 100°보다 크다는 조건을 만족하는 루이스 구조식을 바르게 제시하면 +6점</p> <p>3) 비공유 전자쌍 2개와 결합 원자 2개를 가지는 산소를 중심 원자로 하는 C-O-H 결합각이 약 104.5°로 가장 작은 결합각임을 바르게 찾으면 +4점</p> <p>각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2점 점수 조절 가능함.</p>	15
4-2	<p>[채점요소] 화학 반응에서 양적 관계의 변화를 이상 기체 상태 방정식을 이용해 정량적으로 계산할 수 있는가? 물질의 양(mol)과 물질의 질량 관계를 이용하여 반응물의 몰 질량을 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <p>1) 화학 반응이 진행된 후 전체 기체 몰수 변화를 바르게 구하면 +5점</p> <p>2) 이상 기체 방정식을 이용하여 반응전 A의 몰수, 0.16몰을 바르게 구하면 +5점</p> <p>3. A의 몰 질량이 30g/mol임을 바르게 구하면 +5점</p>	15

각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2 점 점수 조절 가능함.

7. 예시 답안

[문제 4-1]

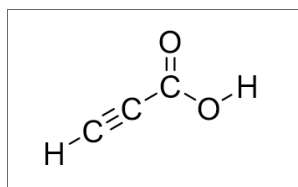
▶ 탄소 화합물 A는 탄소, 수소, 산소로만 구성되어 있고, 105 g 중 탄소는 54 g, 수소는 3 g 을 차지하므로 산소의 양은 48g에 해당된다. ($105 - 54 - 3 = 48$)

각 원소의 해당 질량과 각각 12, 1, 16인 탄소, 수소, 산소의 원자량을 고려하여, 탄소, 수소, 산소 원자수의 비를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C:H:O = \frac{54}{12} : \frac{3}{1} : \frac{48}{16} = 3:2:2$$

A의 몰 질량은 70 g/mol이므로 탄소 3개, 수소 2개, 산소 2개로 구성된 $C_3H_2O_2$ 의 분자식을 얻을 수 있다.

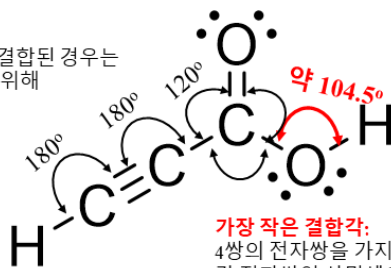
▶ A에는 산소 2개 및 다른 탄소 1개와 결합하고 있는 탄소가 존재하고 모든 결합각이 100° 보다 크므로, 그 가능한 구조의 루이스 구조식은 다음과 같다.



▶ 전자쌍 반발 이론에 근거하여 이 분자 내에서의 결합각을 다음과 같이 예상할 수 있다. 가장 작은 결합각은 약 104.5° 의 C-O-H 결합각이다. 이 경우 4쌍의 각 전자쌍이 사면체의 꼭짓점에 위치하는데, 비공유 전자쌍 사이의 반발력이 공유 전자쌍 사이의 반발력보다 크기 때문에, 비공유 전자쌍 2개와 결합 원자 2개를 가지는 산소를 중심 원자로 C-O-H 결합각은 약 104.5° 가 된다.

중심 원자에 3개의 원자가 결합된 경우는
평면 삼각형 형태로 결합각이 약 120° 가 된다.

중심 원자에 2개의 원자가 결합된 경우는
전자쌍 반발을 최소화하기 위해
H-C-C와 C-C-C 결합각이
 180° 가 된다.



가장 작은 결합각:

4쌍의 전자쌍을 가지는 경우는
각 전자쌍이 사면체의 꼭짓점에 위치하는데

**비공유 전자쌍 사이의 반발력이
공유 전자쌍 사이의 반발력보다 크기 때문에**

중심 원자가 비공유 전자쌍 2개와 결합 원자 2개를 가지는 이 경우에
C-O-H 결합각은 약 104.5° 가 된다.

[문제 4-2]

▶ 같은 몰수의 고체 화합물 A와 B가 모두 반응하였고, 그 몰수를 a라 하면 반응 전과 후의 기체 C, D, E의 몰수 변화는 화학 반응식의 계수비를 고려하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$2A(s) + C(g) \rightarrow 2D(g) \text{ (반응 1)}$ $B(s) + 2C(g) \rightarrow E(g) \text{ (반응 2)}$				
	C의 몰수 변화	D의 몰수 변화	E의 몰수 변화	전체 기체의 몰수 변화
반응 후	$-a/2$ (반응 1) $-2a$ (반응 2)	a	a	$-a/2$

▶ 이상 기체 방정식을 이용하면, 전체 압력 변화 값 ($DP = 0.68 \text{ atm} - 1 \text{ atm}$)을 이용하여 전체 기체의 몰수 변화 그리고 이를 통해 반응 전 A와 B의 몰수 a를 계산할 수 있다.

$$PV = nRT$$

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(0.68 - 1) \text{ atm} \times 6L}{0.08 \text{ atmL}/(\text{molK}) \times 300K} = \frac{-a}{2} \text{ mol}$$

$$a = 0.16$$

▶ 참고로 다음과 같이 a를 구할 수도 있다.

반응 전 기체 몰수

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{1 \text{ atm} \times 6L}{0.08 \text{ atmL}/(\text{molK}) \times 300K} = 0.25 \text{ mol}$$

반응 후 기체 몰수

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{0.68 \text{ atm} \times 6L}{0.08 \text{ atmL}/(\text{molK}) \times 300K} = 0.17 \text{ mol}$$

$$\text{전체 기체 몰수의 변화} = 0.17 \text{ mol} - 0.25 \text{ mol} = \frac{-a}{2} \text{ mol}, \text{ 따라서 } a = 0.16$$

▶ A와 B의 몰 질량의 비가 2:1이므로 구하고자 하는 A의 몰 질량을 MA라 하면 B의 몰 질량은 MA/2이다. 반응 전에 A, B가 각각 0.16mol 존재하였고 이 두 화합물의 총 질량이 7.2g이었으므로 다음과 같이 MA를 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \text{총 질량} &= \text{몰 질량 (g/mol)} \times \text{몰수} \\
 &= (MA \text{ g/mol} \times 0.16 \text{ mol}) + (MA/2 \text{ g/mol} \times 0.16 \text{ mol}) \\
 &= 1.5MA \times 0.16 \text{ mol} = 7.2 \text{ g} \\
 MA &= 30 \text{ g/mol}
 \end{aligned}$$