문항카드 10

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 수학 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	등차수열, 등비수열, 수열의 합
예상 소요 시간	30분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

첫째항에 차례로 일정한 수를 더하여 얻어진 수열을 등차수열이라 하고, 그 일정한 수를 공차라고 한다. 그리고, 첫째항에 차례로 일정한 수를 곱하여 얻어진 수열을 등비수열이라 하고, 그 일정한 수를 공비라고 한다.

<제시문2>

자연수의 거듭제곱의 합은 다음의 등식으로 구할 수 있다.

(ⅰ) $1+2+3+\cdots+n=\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$

(ⅱ) $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\sum_{k=1}^{n} k^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

<제시문3>

수열 $\{a_n\}$을 오른쪽 그림과 같이 삼각형 모양으로, 가장 위 꼭짓점에서부터 출발하여 왼쪽에서 오른쪽으로, k번째 줄에는 k개씩 배열하자. 그리고 모든 양의 정수 n에 대하여, 이 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 한다.

$$\begin{array}{c} a_1 \\ a_2\ a_3 \\ a_4\ a_5\ a_6 \\ a_7\ a_8\ a_9\ a_{10} \\ a_{11}\ a_{12}\ a_{13}\ a_{14}\ a_{15} \\ a_{16}\ a_{17}\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \end{array}$$

[수학1 - ⅰ] <제시문3>에서 모든 양의 정수 n에 대하여 $S_n=n^2+n+1$일 때, 삼각형의 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 합을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학1 - ⅱ] <제시문3>에서 수열 $\{a_n\}$을 삼각형 모양으로 배열할 때, 짝수번째 줄의 배열은 역순으로 하자. 예를 들어, 두 번째 줄은 $a_2\,a_3$이 아니라 $a_3\,a_2$로 재배열하고, 네번째 줄은 $a_7\,a_8\,a_9\,a_{10}$이 아니라 $a_{10}\,a_9\,a_8\,a_7$로 재배열한다. [수학1 - ⅰ]에서와 같이 모든 양의 정수 n에 대하여 $S_n=n^2+n+1$일 때,

삼각형의 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 합을 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학1 - iii] <제시문3>에서 모든 양의 정수 n에 대하여 $S_n = 2^n$이고, 수열 $\{a_n\}$을 삼각형 모양으로 배열할 때, [수학 1 - ii]에서와 같이 짝수번째 줄의 배열은 역순으로 하자. 이때 삼각형의 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 곱을 구하고, 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제에서는 수열과 수열의 합 사이의 관계를 등차수열과 등비수열의 예를 통해 잘 이해하고 있는지 평가한다. 특히, 자연수의 거듭제곱의 합 공식을 통해, 특정한 형태로 나타나는 수열의 합과 곱을 정확하게 유도할 수 있는지 평가한다. 이를 논리적으로 서술하는 과정에서, 수열의 표현식을, 경우를 나누어 자연스럽게 정리하는 능력이 주요 평가요소이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8]] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문1	[12수학Ⅰ03-02] 등차수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [12수학Ⅰ03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
제시문2	[12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
제시문3	[12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
문제1-i	[12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
문제1-ii	[12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
문제1-iii	[12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	김원경 외	비상	2020	117-133, 138-144
	수학 Ⅰ	권오남 외	(주)교학사	2020	114-132, 136-145

5. 문항 해설

[수학1-ⅰ] 수열의 합을 나타내는 식으로부터 원 수열의 일반항을 등차수열로 표현하고, 이들의 합을 자연수의 거듭제곱의 합 공식을 통해 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학1-ⅱ] 수열의 표현식을 짝수차/홀수차인 경우로 자연스럽게 나누어 일반항을 유도할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학1-ⅲ] 수열의 합을 나타내는 식으로부터 원 수열의 일반항을 등비수열로 표현하고, 이들의 곱을 자연수의 거듭제곱의 합 공식을 통해 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-i	$a_1=3$과 $n\geq 2$일 때 $a_n=2n$ 임을 보인다.	3
	$n\geq 2$일 때, 제n번째 줄의 마지막 수가 $n(n+1)$임을 보인다.	3
	$3+\sum_{n=2}^{50} n(n+1)=44201$임을 보인다.	4
1-ii	n이 짝수일 때, 제n번째 줄의 마지막 수가 n^2-n+2임을 보인다.	3
	n이 2이상인 홀수일 때, 제n번째 줄의 마지막 수가 $n(n+1)$임을 보인다.	3
	$3+\sum_{k=2}^{25}(2k-1)(2k)+\sum_{k=1}^{25}((2k)^2-(2k)+2)=42951$임을 보인다.	4
1-iii	n이 짝수일 때, 제n번째 줄의 마지막 수가 $2^{\frac{1}{2}(n^2-n)}$임을 보인다.	3
	n이 2이상인 홀수일 때, n번째 줄의 마지막 수가 $2^{\frac{1}{2}(n^2+n-2)}$임을 보인다.	3
	$2\times 2^{\frac{1}{2}\sum_{k=2}^{25}((2k-1)^2+(2k-1)-2)}\times 2^{\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{25}((2k)^2-(2k))}=21426$임을 보인다.	4

7. 예시 답안

[수학1-i]

2이상인 양의 정수 n에 대해

$$a_n=S_n-S_{n-1}=(n^2+n+1)-((n-1)^2+(n-1)+1)=2n$$

이고, $a_1=S_1=3$이다.

2이상인 양의 정수 k에 대하여, 이 삼각형 배열의 제k번째 줄의 마지막 수는 수열의

$$1+2+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2}$$

번째 항이므로, $k(k+1)$이다. 따라서, 가장 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에

배열되는 수들의 합은

$$3+\sum_{k=2}^{50}k(k+1)=1+\sum_{k=1}^{50}(k^2+k)=1+\frac{50\times51\times101}{6}+\frac{50\times51}{2}=44201 \text{ 이다.}$$

[수학1-ii]

k가 짝수일 때, 제k번째 줄의 마지막 수는 수열의

$$1+(1+2+\cdots+(k-1))=\frac{1}{2}(k^2-k+2)$$

번째 항이므로, k^2-k+2이다.

k가 2이상인 홀수일 때, 제k번째 줄의 마지막 수는 수열의

$$1+2+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2}$$

번째 항이므로, $k(k+1)$이다. 따라서, 가장 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 합은

$$3+\sum_{m=2}^{25}(2m-1)(2m)+\sum_{m=1}^{25}((2m)^2-(2m)+2)=1+\sum_{k=1}^{25}(8m^2-4m+2)$$

이다. 이를 다시 정리하면,

$$1+8\times\frac{25\times26\times51}{6}-4\times\frac{25\times26}{2}+2\times25=42951 \text{ 이다.}$$

[수학1-iii]

2이상인 양의 정수 n에 대해

$$a_n=S_n-S_{n-1}=2^n-2^{n-1}=2^{n-1}$$

이고, $a_1=S_1=2$이다. k가 짝수일 때, 제 k번째 줄의 마지막 수는 수열의

$$1+(1+2+\cdots+(k-1))=\frac{1}{2}(k^2-k+2)$$

번째 항이므로, $2^{\frac{1}{2}(k^2-k)}$이다. k가 2이상인 홀수일 때, 제k번째 줄의 마지막 수는 수열의

$$1+2+\cdots+k=\frac{k(k+1)}{2}$$

번째 항이므로, $2^{\frac{1}{2}(k^2+k-2)}$이다. 따라서, 가장 위 꼭짓점에서부터 50번째 줄까지 각 줄의 가장 오른쪽에 배열되는 수들의 곱은

$$2\times2^{\frac{1}{2}\sum_{m=2}^{25}((2m-1)^2+(2m-1)-2)}\times2^{\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{25}((2m)^2-(2m))}$$

이다. 이를 다시 정리하면, 2^N의 형태이고,

$$\begin{aligned}N=1+\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{25}((2m-1)^2+(2m-1)-2+(2m)^2-2m)&=1+\sum_{k=1}^{25}(4m^2-2m-1)\\&=1+4\times\frac{25\times26\times51}{6}-2\times\frac{25\times26}{2}-25\\&=21426\end{aligned}$$

이다. 따라서 문제의 곱은 2^{21426} 이다.

문항카드 11

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 수학 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	역함수, 접선의 방정식, 영역의 넓이
예상 소요 시간	30분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

(ⅰ) 함수 $f(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=\begin{cases} -x^2-x & (x \le 0) \\ x^2-x & (x>0) \end{cases}$$

(ⅱ) 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자. $g(0)=0$이며, 0이 아닌 실수 b에 대하여, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(b, f(b))$에서의 접선이 접점을 제외한 곡선 $y=f(x)$와 다시 만나는 점의 x좌표를 $g(b)$로 한다.

(ⅲ) 함수 $h(x)$를 함수 $g(x)$의 역함수로 정의하자.

<제시문2>

(ⅰ) $x_0=1$로 놓고, 양의 정수 n에 대하여, $x_{n+1}=h(x_n)$으로 정의하자.

(ⅱ) 음이 아닌 정수 n에 대하여, $y_n=f(x_n)$으로 정의하고, 점 P_n을 (x_n, y_n)으로 놓자.

(ⅲ) 음이 아닌 정수 n에 대하여, 점 P_n과 점 P_{n+1}을 잇는 직선의 방정식을 $y=L_n(x)$로 놓자.

(ⅳ) 음이 아닌 정수 n에 대하여, 직선 $y=L_n(x)$와 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 영역의 넓이를 A_n이라고 하자.

[수학 2-ⅰ] <제시문1>에서 정의된 두 함수 $g(x)$와 $h(x)$를 모두 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2-ⅱ] 음이 아닌 정수 m에 대하여, <제시문2>에 주어진 함수 $L_{2m}(x)$와 $L_{2m+1}(x)$의 모든 계수를 α와 m에 대한 식으로 표시하고, 그 이유를 논하시오. (단, α는 $1-\sqrt{2}$이다.)

[수학 2-ⅲ] 음이 아닌 정수 m에 대하여, <제시문2>에 주어진 A_{2m}과 A_{2m+1}을 모두 α와 m에 대한 식으로 표시하고, 그 이유를 논하시오. (단, α는 $1-\sqrt{2}$이다.)

[수학 2-ⅳ] 음이 아닌 정수 m에 대하여, $\dfrac{A_{2m+1}}{A_{2m}}$의 값을 구하고, m에 관계없이 항상 일정함을 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제에서는 일대일함수의 역함수를 잘 이해하고, 적용할 수 있는지를 평가한다. 이러한 내용을 함수의 미분을 이용한 접점에서의 접선의 방정식 등의 개념과 잘 연결시킬 수 있는지 평가한다. 또한 이를 이용하여 접선과 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구하는 개념과 잘 관련지을 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8]] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문1	구간별로 정의된 이차함수의 그래프를 그리고, 곡선의 점에서의 접선을 구하고, 이와 관련된 함수의 역함수를 구할 수 있다.
제시문2	곡선 위의 한 점에서의 접선을 구하고, 접선과 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 구할 수 있다.
문제2-i	구간별로 정의된 함수를 제대로 이해하고, 이의 역함수를 제대로 구할 수 있다.
문제2-ii	곡선 위의 한 점에서의 접선을 구하고, 이를 역함수의 개념과 관련지을 수 있다.
문제2-iii	직선과 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 적분을 이용하여 제대로 구할 수 있다.
문제2-iv	영역의 넓이를 제대로 구하고, 두 영역의 넓이의 비를 제대로 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2017	217-220
	수학	황선욱 외	Mirae N	2017	227-230
	수학II	선우하식 외	천재교육	2017	67-70, 131-139
	수학II	황선욱 외	Mirae N	2017	73-75, 135-141

5. 문항 해설

[수학2-ⅰ] 구간별로 정의된 이차함수를 잘 이해하고, 이를 이용하여 역함수를 제대로 구할 수 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.

[수학2-ⅱ] 역함수의 개념을 활용하여 곡선 위의 점에서의 접선의 방정식을 미분의 개념을 이용하여 제대로 구할 수 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.

[수학2-ⅲ] 곡선 위의 점에서의 접선과 곡선으로 둘러싸인 영역의 넓이를 적분의 개념을 이용하여 제대로 구할 수 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.

[수학2-ⅳ] 두 영역의 넓이의 비율을 제대로 구할 수 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-i	$g(x)=(-1-\sqrt{2})x$ **임을 구한다.**	3
	$h(x)=(1-\sqrt{2})x$ **임을 구한다.**	2
2-ii	$L_{2m}(x)$ **의 일차항 계수:** $-2\alpha^{2m+1}-1$ $L_{2m}(x)$ **의 상수항:** α^{4m+2}	5
	$L_{2m+1}(x)$ **의 일차항 계수:** $2\alpha^{2m+2}-1$ $L_{2m+1}(x)$ **의 상수항:**$-\alpha^{4m+4}$	5
2-iii	$A_{2m}=-\dfrac{2}{3}\alpha^{6m+1}$ **임을 보인다.**	5
	$A_{2m+1}=\dfrac{2}{3}\alpha^{6m+4}$ **임을 보인다.**	5
2-iv	$\dfrac{A_{2m+1}}{A_{2m}}=-\alpha^3=(\sqrt{2}-1)^3$ **임을 보인다.**	5

7. 예시 답안

[수학2-i]

b가 양수인 경우, $(b,f(b))$에서의 접선의 방정식은 $y=(2b-1)(x-b)+(b^2-b)$가 되고, 이 식과 $y=-x^2-x$를 연립하여 풀면, $x=-b\pm\sqrt{2}b$를 얻는다. 함수 $g(x)$의 정의에 따르면, b가 양수일 때, $g(b)$는 음수이므로, $g(b)=(-1-\sqrt{2})b$를 얻는다.

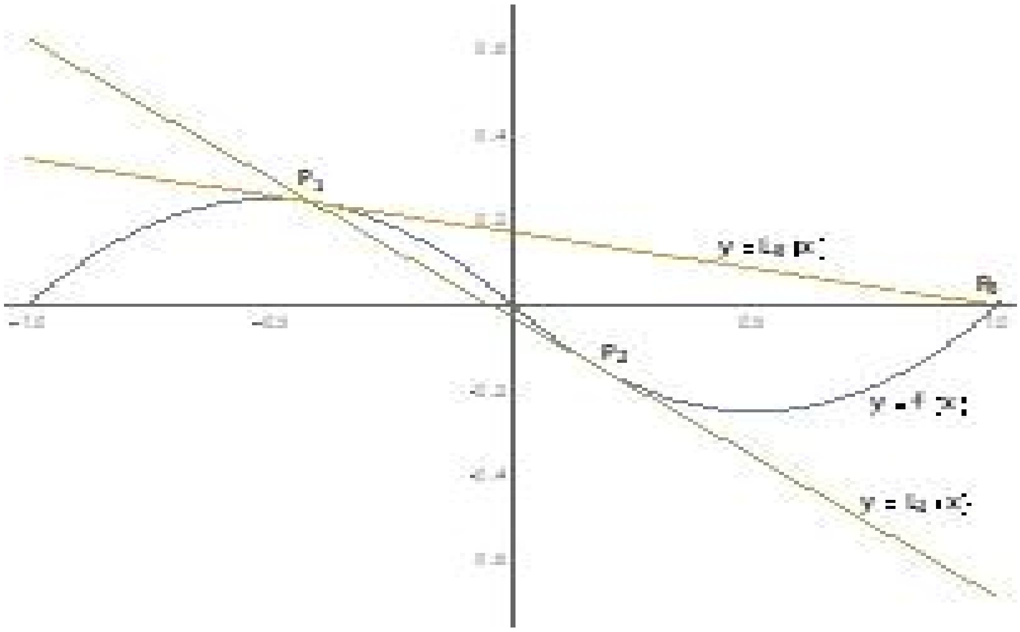
비슷한 방법으로, b가 음수인 경우, $(b,f(b))$에서의 접선의 방정식은 $y=(-2b-1)(x-b)+(-b^2-b)$가 되고, 이 식과 $y=x^2-x$를 연립하여 풀면, $x=-b\pm\sqrt{2}b$를 얻는다. 함수 $g(x)$의 정의에 따르면, b가 음수일 때, $g(b)$는 양수이므로, $g(b)=(-1-\sqrt{2})b$를 얻는다.

따라서 모든 실수 x에 대하여, 함수 $g(x)$는 $g(x)=(-1-\sqrt{2})x$가 되고, 역함수 $h(x)$는 $h(x)=(1-\sqrt{2})x$와 같게 된다.

답: $g(x)=(-1-\sqrt{2})x$, $h(x)=(1-\sqrt{2})x$

[수학2-ii]

문제에 주어진 상황을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



$x_0 = 1$이고, 양의 정수 n에 대하여, $x_{n+1} = h(x_n) = (1-\sqrt{2})x_n$이므로, $x_n = (1-\sqrt{2})^n$과 같게 된다. 직선 $y = L_{2m}(x)$는 점 P_{2m+1}을 접점으로 하는 접선의 식과 같다. 따라서 $\alpha = 1-\sqrt{2}$, $b = x_{2m+1} = \alpha^{2m+1}$이라고 두면, $L_{2m}(x) = (-2b-1)x + b^2 = (-2\alpha^{2m+1}-1)x + \alpha^{4m+2}$이 된다.

한편, 직선 $y = L_{2m+1}(x)$는 점 P_{2m+2}를 접점으로 하는 접선의 식과 같게 되므로, $c = x_{2m+2} = \alpha^{2m+2}$이라고 두면, $L_{2m+1}(x) = (2c-1)x - c^2 = (2\alpha^{2m+2}-1)x - \alpha^{4m+4}$이 된다.

답: $L_{2m}(x)$ 의 일차항 계수: $-2\alpha^{2m+1}-1$, $L_{2m}(x)$ 의 상수항: α^{4m+2},

$L_{2m+1}(x)$ 의 일차항 계수: $2\alpha^{2m+2}-1$, $L_{2m+1}(x)$ 의 상수항:$-\alpha^{4m+4}$

[별해]

점 $\mathrm{P}_n = (x_n, y_n)$의 좌표는 n이 짝수일 때와 홀수일 때, 각각 다음과 같이 α와 n으로 표현가능.

즉, $x_n = \alpha^n$, $y_n = \begin{cases} \alpha^{2n} - \alpha^n, & n\text{은 짝수} \\ -\alpha^{2n} - \alpha^n, & n\text{은 홀수} \end{cases}$

점 P_{2m}과 P_{2m+1}의 좌표를 위와 같이 구하여, 이를 이용하여 $L_{2m}(x)$의 계수들을 구한 경우에 해답으로 인정한다. 또한,

점 P_{2m+1}과 P_{2m+2}의 좌표를 위와 같이 구하여, 이를 이용하여 $L_{2m+1}(x)$의 계수들을 구한 경우도 해답으로 인정한다. 예를 들어,

$L_{2m}(x) = \left(\dfrac{y_{2m+1} - y_{2m}}{x_{2m+1} - x_{2m}}\right)(x - x_{2m}) + y_{2m}$,

$L_{2m+1}(x) = \left(\dfrac{y_{2m+2} - y_{2m+1}}{x_{2m+2} - x_{2m+1}}\right)(x - x_{2m+1}) + y_{2m+1}$ 을 구한 후, 이 식의 계수들을 α와 m으로 표현할 수 있음.(단, 좌표를 맞게 구해서 표기했는지 확인 필요)

[수학2-iii]

[수학2-ii]의 풀이에서처럼 편의상 $\alpha=1-\sqrt{2}$, $b=x_{2m+1}=\alpha^{2m+1}$, $c=x_{2m+2}=\alpha^{2m+2}$이라고 두자.

$$A_{2m}=\int_{x_{2m+1}}^{x_{2m}}(L_{2m}(x)-f(x))dx=\int_{b}^{0}((-2b-1)x+b^2-(-x^2-x))dx+\int_{0}^{b/\alpha}((-2b-1)x+b^2-(x^2-x))dx$$

$$=\int_{b}^{0}(x^2-2bx+b^2)dx+\int_{0}^{b/\alpha}(-x^2-2bx+b^2)dx=\left[\frac{x^3}{3}-bx^2+b^2x\right]_b^0+\left[-\frac{x^3}{3}-bx^2+b^2x\right]_0^{b/\alpha}$$

$$=-\frac{b^3}{3}+\left(-\frac{b^3}{3\alpha^3}-\frac{b^3}{\alpha^2}+\frac{b^3}{\alpha}\right)=-\left(\frac{\alpha^3+1+3\alpha-3\alpha^2}{3\alpha^3}\right)b^3=-\left(\frac{2+5\alpha+1+3\alpha-3-6\alpha}{3\alpha^3}\right)\alpha^{6m+3}$$

$$=-\frac{2}{3}\alpha^{6m+1}$$ 이 되고,

$$A_{2m+1}=\int_{x_{2m+1}}^{x_{2m+2}}(f(x)-L_{2m+1}(x))dx=\int_{0}^{c}((x^2-x)-((2c-1)x-c^2))dx+\int_{c/\alpha}^{0}((-x^2-x)-((2c-1)x-c^2))dx$$

$$=\int_{0}^{c}(x^2-2cx+c^2)dx+\int_{c/\alpha}^{0}(-x^2-2cx+c^2)dx=\left[\frac{x^3}{3}-cx^2+c^2x\right]_0^c+\left[-\frac{x^3}{3}-cx^2+c^2x\right]_{c/\alpha}^0$$

$$=\frac{c^3}{3}-\left(-\frac{c^3}{3\alpha^3}-\frac{c^3}{\alpha^2}+\frac{c^3}{\alpha}\right)=\left(\frac{\alpha^3+1+3\alpha-3\alpha^2}{3\alpha^3}\right)c^3=\left(\frac{2+5\alpha+1+3\alpha-3-6\alpha}{3\alpha^3}\right)\alpha^{6m+6}$$

$$=\frac{2}{3}\alpha^{6m+4}$$ 이 된다.

답: $A_{2m}=-\frac{2}{3}\alpha^{6m+1}$, $A_{2m+1}=\frac{2}{3}\alpha^{6m+4}$ **(단,** $\alpha=1-\sqrt{2}$**)**

[수학2-iv]

[수학2-iii]의 풀이에 있는 결과로부터,

$\frac{A_{2m+1}}{A_{2m}}=-\alpha^3=(\sqrt{2}-1)^3$이 되므로, m에 상관없이 일정함을 알 수 있다.

답: $\frac{A_{2m+1}}{A_{2m}}=-\alpha^3=(\sqrt{2}-1)^3$

문항카드 12

1. 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명		논술우수전형
계열(과목) / 문항번호		자연계 1교시 / 물리학Ⅰ
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	물체의 운동, 에너지와 열, 전류와 자기장
예상 소요 시간		40분 / 100분

2. 문항 및 제시문

[물리학Ⅰ]

다음 <제시문1>~<제시문4>를 읽고 [물리학Ⅰ-i]~[물리학Ⅰ-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

이상적인 용수철은 늘어나거나 줄어든 길이 x에 비례하는 힘 F를 물체에 작용한다. 이때 힘의 방향은 용수철이 원래 길이로 되돌아 가려는 방향이다. 이러한 힘을 탄성력이라 하고 비례상수 k를 용수철 상수라고 한다.

<제시문2>

계의 내부 에너지의 변화량은 외부에서 가해 준 열량에서 계가 외부에 한 일을 뺀 것과 같다. 이를 열역학 제1법칙이라고 한다.

<제시문3>

실제 열기관에서는 항상 마찰이나 외부로의 열손실이 존재하므로, 실제 열기관의 열효율은 카르노 기관의 열효율보다 작다.

<제시문4>

코일 내부의 자기 선속이 변할 때 코일에 전류가 흐르는 현상을 전자기 유도라 한다. 이때 흐르는 전류를 유도 전류라고 하며 유도 전류의 세기는 코일 내부를 통과하는 자기 선속의 변화율에 비례한다. 유도 전류는 코일 내부를 통과하는 자기 선속의 변화를 방해하는 방향으로 생기며 이를 렌츠 법칙이라 한다.

[물리학Ⅰ-i] 질량을 무시할 수 있는 용수철이 있다. 그림 (a)와 같이 중력장 안에서 물체를 매달지 않았을 때 이 용수철의 길이는 1 m이고 용수철 상수는 20 N/m이다. (단, 중력 가속도 g=9.8 m/s^{2}이고 공기의 저항은 무시한다.)

(가) 이 용수철의 한쪽 끝은 천장에 고정되어 있고 다른 한쪽 끝에는 질량 1 kg인 물체가 매달려 있다. 그림 (b)와 같이, 용수철의 길이가 2 m가 될 때까지 물체를 아래 방향으로 당긴 후 정지 상태에서 물체를 놓았다. 물체가 움직이기 시작하는 순간의 가속도 크기를 구하고 그 근거를 논하시오.

(나) (가)의 물체가 최고 속도에 도달했을 때 용수철의 길이를 구하고 그 근거를 논하시오.

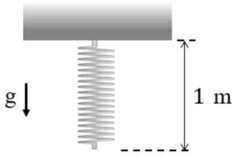


그림 (a)

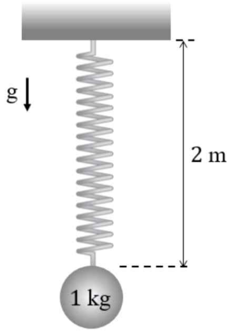


그림 (b)

[물리학 I - ii] 절대온도가 T_1인 고열원에서 열에너지 3 J을 흡수하고 절대온도 T_2인 저열원으로 열에너지 1 J 을 방출하는 열기관이 있다. (그림 (c))

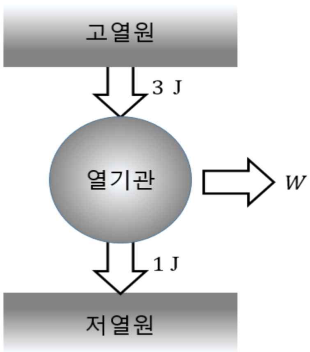


그림 (c)

(가) 이 열기관이 외부에 하는 일 W를 구하고 그 근거를 논하시오.

(나) 이 열기관의 효율을 구하고 그 근거를 논하시오.

(다) $T_1 = 600$ K인 경우, 열역학 제2법칙이 허용하는 T_2의 범위에 대해 논하시오.

[물리학 I - iii] 그림 (d)와 같이 자석의 N극을 원형도선 주위에서 위아래로 움직일 때 원형도선 내부를 통과하는 자기 선속이 그림 (e)와 같이 시간에 따라 Φ와 4Φ 사이에서 변화하였다.

(가) 1초와 2초 사이에 원형도선에 흐르는 전류의 크기를 구하고 그 근거를 논하시오.

(나) 2초와 3초 사이에 원형도선에 흐르는 전류의 방향을 구하고 그 근거를 논하시오.

(다) 4초와 6초 사이에 원형도선에 흐르는 전류는 0초와 1초 사이에 원형도선에 흐르는 전류의 몇 배인지 구하고 그 근거를 논하시오.

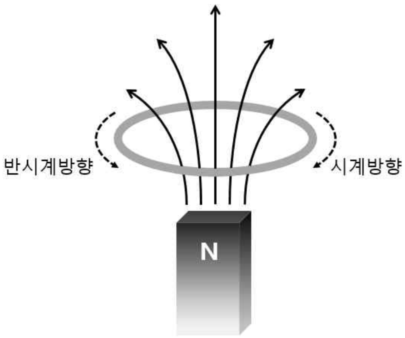


그림 (d)

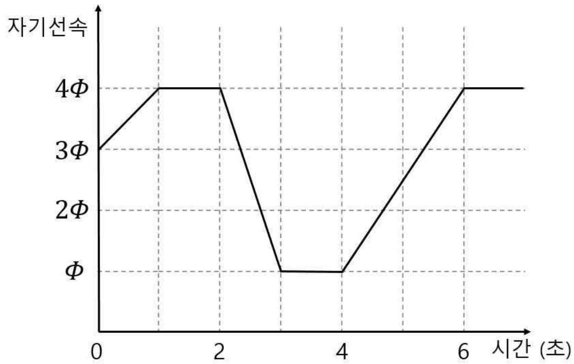


그림 (e)

3. 출제 의도

- 뉴턴의 운동 법칙을 이용하여 직선상에서 물체의 운동에 대한 이해와 분석 능력을 평가한다.
- 전자기 유도 현상의 원리에 대한 이해와 응용 능력을 평가한다.
- 열역학 법칙을 이해하고, 열기관에서의 열역학 과정에 대한 분석과 응용 능력을 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 물리학 I

	영역별 내용
제시문1	[12물리Ⅰ01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다. [12물리Ⅰ01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
제시문2	[12물리Ⅰ01-07] 열기관이 외부와 열과 일을 주고받아 열기관의 내부 에너지가 변화됨을 사례를 들어 설명할 수 있다.
제시문3	[12물리Ⅰ01-08] 열이 모두 일로 전환되지 않는다는 것을 사례를 들어 설명할 수 있다.
제시문4	[12물리Ⅰ02-07] 일상생활에서 전자기 유도 현상이 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학Ⅰ	김영민 외	교학사	2020	31-34, 61-66
	물리학Ⅰ	이상연 외	금성출판사	2020	26-27, 48-52
	물리학Ⅰ	김성진 외	미래엔	2021	51-53, 140-145
	물리학Ⅰ	송진웅 외	동아출판	2020	51-60, 125-130
	물리학Ⅰ	손정우 외	비상	2020	46-49, 126-129
	물리학Ⅰ	김성원 외	지학사	2020	53-63

5. 문항 해설

[물리학Ⅰ]의 탐구 활동은 과학의 본성에 맞도록 구성하며, 탐구 문제의 발견으로부터 결론 도출에 이르기까지의 다양한 탐구기능을 균형 있게 다루도록 한다는 교육부의 취지에 부합하도록 문항을 구성하였다. 고등학교 교과 과정 [물리학Ⅰ]의 “역학과 에너지” 단원에서 뉴턴 운동 법칙과 물체에 작용하는 힘에 대한 이해와 열역학 법칙과 열기관에서의 열역학 과정을 이해를 평가하고자 했다. “물질과 전자기장” 단원에서 전자기 유도 현상을 이해하고 구체적인 상황에 적용할 수 있는가를 평가하고자 했다.

문항 [물리학Ⅰ-ⅰ]은 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있는지를 묻는 문제이다. 문항 [물리학Ⅰ-ⅱ]에서는 열역학 제1 법칙과 열역학 제2법칙의 이해와 이를 바탕으로 열기관에서의 열역학 과정의 이해를 묻는 문제이다. 문항 [물리학Ⅰ-ⅲ] 전자기 유도 현상에 대한 이해와 논리적인 사고를 통해 문항에 제시된 그래프를 해석하는 능력을 요구하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항		채점 기준	배점
I - i	(가)	[채점 요소] - 알짜힘을 구하고, 뉴턴의 제2법칙에 의한 물체의 운동 기술 [채점 준거] - 알짜힘을 구하고, 뉴턴의 제2 법칙을 적용하여 물체의 가속도를 구함 - 계산 결과는 옳으나 단위가 틀리면 1점 감점	7
	(나)	[채점 요소] - 알짜힘을 구하고, 뉴턴의 제2법칙에 의한 물체의 운동 기술 [채점 준거] - 알짜힘을 구하고, 뉴턴의 제2 법칙을 적용하여 물체의 속도를 구함 - 계산 결과는 옳으나 단위가 틀리면 1점 감점	8
I - ii	(가)	[채점 요소] - 열역학 제1 법칙에 따라 계의 내부 에너지, 외부에서 가한 열 그리고 외부에 한 일의 관계 이해 [채점 준거] - 단위가 틀리면 1점 감점	4
	(나)	[채점 요소] - 열기관의 열효율 바르게 계산 [채점 준거] - 열기관의 효율 계산	3
	(다)	[채점 요소] - 열역학 제2법칙과 카르노 기관과 같은 이상적인 열기관의 열역학 과정 이해 [채점 준거] - 열역학 제 2법칙에 의해 열기관의 열효율은 카르노 기관과 같은 이상적인 열기관의 열효율보다 클 수 없다는 점으로부터 저열원의 온도 범위 계산 - 답은 맞으나 그 근거가 바르게 기술되어 있지 않으면 2점 감점 - 계산 결과는 옳으나 단위가 틀리면 1점 감점	5
I - iii	(가)	[채점 요소] - 자기 선속이 없는 경우 전자기 유도가 일어나지 않는다는 것을 이해 [채점 준거] - 답은 맞으나 그 근거가 바르게 기술되어 있지 않으면 2점 감점	3
	(나)	[채점 요소] - 전자기유도가 일어나는 경우 렌츠 법칙에 따른 전류의 방향을 설명 [채점 준거] - 답은 맞으나 그 근거가 바르게 기술되어 있지 않으면 2점 감점	5
	(다)	[채점 요소] - 전자기 유도의 유도전류의 크기가 자기 선속의 시간당 변화량에 비례하여 증가하는 것을 이해 [채점 준거] - 답은 맞으나 그 근거가 바르게 기술되어 있지 않으면 2점 감점	5

7. 예시 답안

[물리학Ⅰ-ⅰ]

(가) 물체가 움직이는 순간 물체에 가해지는 알짜힘은 중력과 탄성력의 합이다. 뉴턴의 제 2법칙에 의해 물체가 움직이는 순간의 가속도의 크기 a는 다음과 같다.

$$20\,N/m \times 1\,m - 1kg \times 9.8\,m/s^2 = 1\,kg \times a$$
$$a = 10.2\,m/s^2$$

(나) 물체는 가속이 멈추었을 때 최고 속도에 도달한다. 즉 물체의 가속도가 0이 되었을 때 물체는 최고 속도에 도달한다.

$$20\,N/m \times x - 1kg \times 9.8\,m/s^2 = 0$$
$$x = 0.49\,m$$

따라서 이때 용수철의 길이는 $1m + 0.49\,m = 1.49\,m$ 이다.

[물리학Ⅰ-ⅱ]

(가) 열역학 제 1법칙: 한 번의 순환 과정 후, 열기관은 다시 처음 상태로 되돌아오므로 내부 에너지의 변화 $\triangle U = 0$ 이다. 따라서 열기관이 외부에 한 일은 열기관이 높은 온도의 열원에서 흡수한 열과 낮은 온도의 열원으로 방출한 열의 차이와 같다.

$$W = Q_1 - Q_2 = 3 - 1 = 2\,J$$

(나) $e = \dfrac{W}{Q_1} = \dfrac{2}{3}$

(다) 열역학 제 2법칙에 의해 열기관의 열효율은 카르노 기관과 같은 이상적인 열기관의 열효율보다 클 수 없다.

따라서,

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} \le 1 - \frac{T_2}{T_1}$$
$$\frac{Q_2}{Q_1} \ge \frac{T_2}{T_1}$$
$$T_2 \le \frac{1}{3}T_1,\ T_1 = 600K$$
$$T_2 \le 200K$$

(또는, '$T_2 < 200K$' 및 '$0 < T_2 \le 200K$'도 인정)

[물리학I-ⅲ]

(가) 1초와 2초 사이에는 원형도선 내부를 지나는 자기 선속의 변화가 없으므로 전류가 흐르지 않는다. 따라서 전류의 크기는 **0**이다.

(나) 2초와 3초 사이에는 자기선속이 감소하고 있다. 렌츠 법칙에 따라 전류는 자기선속을 증가시키는 방향으로 흐르게 되므로, 전류의 방향은 **"반시계방향"** 이다.

(다) 각 구간별 자기선속 그래프의 기울기의 비로부터 전류의 비를 구할 수 있다. 4초와 6초 사이에는 2초간 자기 선속이 3Φ 만큼 변하므로 1초당 $\frac{3}{2}\Phi$ 만큼 변한다. 반면, 0초와 1초 사이에는 1초당 Φ 만큼 변하였다. 따라서, 4초와 6초 사이에 원형도선에 흐르는 전류는 0초 와 1초 사이에 원형도선에 흐르는 **전류의 $\frac{3}{2}$배 (혹은 1.5배)**이다.

문항카드 13

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 화학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I
	핵심개념 및 용어	몰, 원자량, 분자량, 화합물, 질량 퍼센트 농도, 몰농도, 공유 전자쌍, 비공유 전자쌍, 원자 반지름, 이온 반지름, 이온화 에너지, 오비탈, 홀전자, 화학 반응식, 화학 반응에서의 양적 관계, 산화-환원, 산, 염기, 중화 반응, pH
예상 소요 시간	40분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

용액 100 g에 녹아 있는 용질의 질량(g)을 질량 퍼센트 농도라고 하며, 단위는 %를 사용한다. 몰 농도는 1 L 속에 녹아 있는 용질의 양(mol)으로, 단위는 M, 또는 mol/L를 쓴다.

<제시문2>

기체 상태의 원자 1 몰에서 1 몰의 전자를 떼어내는 데 필요한 에너지를 이온화 에너지라고 한다. 이온화 에너지의 크기는 원자의 종류에 따라 다르다. 원자핵과 전자 사이에 작용하는 인력이 강할수록 전자를 떼어 내기 어려우므로 이온화 에너지도 커진다.

<제시문3>

한 오비탈에 배치된 쌍을 이룬 전자들을 전자쌍이라 하고, 오비탈에서 쌍을 이루지 않은 전자를 홀전자라고 한다.

<제시문4>

화학 반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 관계를 화학식을 이용하여 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식을 통해 반응물과 생성물의 종류를 알 수 있고, 물질의 양, 분자 수, 질량, 기체의 부피 등의 양적 관계를 파악할 수 있다.

<제시문5>

수용액의 pH = $-\log[H_3O^+]$로 나타내며 pOH = $-\log[OH^-]$로 나타낼 수 있다. 25°C에서 물의 이온화 상수 K_w는 1.0×10^{-14}로 일정하므로 pH + pOH = 14의 관계가 성립한다.

[화학 I – i] 요소(NH_2CONH_2)가 메탄올(CH_3OH)과 물의 혼합 용매에 녹아 있는 용액 A가 400 g 있다. 이 용액의 요소와 메탄올의 질량 퍼센트 농도는 각각 15%와 40%이다. 용액 A에 존재하는 수소, 탄소, 질소, 산소 원소의 개수(mol)을 각각 나타내고, 그 근거를 논하시오. (단, H, C, N, O의 원자량은 각각 1, 12, 14, 16이다.)

[화학Ⅰ-ⅱ] 문제 [화학Ⅰ-ⅰ]의 용액 A에 존재하는 분자들의 (1) 비공유 전자쌍 총 개수(mol)와 (2) 공유 전자쌍의 총 개수(mol)를 각각 구하고, 그 근거를 논하시오.

[화학Ⅰ-ⅲ] 아래 6가지 원소의 (1) 원자 반지름, (2) 안정한 이온 형태의 이온 반지름, (3) 이온화 에너지에 대하여 값이 작은 것에서 커지는 순으로 부등호를 이용하여 각각 나타내고, 그 근거를 논하시오. (단, O, F, Na, Mg, S, Cl의 원자 번호는 각각 8, 9, 11, 12, 16, 17이다.)

O, F, Na, Mg, S, Cl

[화학Ⅰ-ⅳ] 문제 [화학Ⅰ-ⅲ]의 6가지 원자가 각 1 몰씩 들어 있는 시료 B가 있을 때, 시료 B 안의 (1) p 오비탈의 전자 총 개수(mol)와 (2) 홀전자의 총 개수(mol)를 각각 구하고, 그 근거를 논하시오.

[화학Ⅰ-ⅴ] 0.005 mol 염소 기체를 충분한 양의 물과 반응시켜 하이포염소산(HClO)과 염산(HCl)의 혼합물 200 mL를 얻었다. 이 혼합물에 0.5 M $Ba(OH)_2$ 수용액 20 mL를 첨가하여 용액 C를 얻었다. 용액 C에 물을 첨가하여 25°C에서 부피 1 L인 용액 D를 얻었을 때, 용액 D의 pH를 구하고, 그 근거를 논하시오.

3. 출제 의도

화학 Ⅰ 교과에서 다루고 있는 물질의 양과 화학 반응식, 원자 모형과 전자배치, 원소의 주기적 성질, 분자의 구조, 산 염기 중화 반응, 산화 환원 반응 등에 걸쳐 고르게 문제를 출제하였다. [화학의 첫걸음] 단원에서는 화학의 기본적인 개념인 몰, 원자량과 분자량, 용액의 농도 등의 의미를 이해하고, 이를 바탕으로 용액에 포함된 원자 및 분자수를 몰이라는 개념으로 이해할 수 있는지 평가하고자 하였다. [원자의 세계] 단원에서는 원자 모형과 오비탈의 이해를 통한 전자 배치를 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한, 원소의 주기적 성질을 원리를 이해하고 원자 반지름, 이온 반지름, 이온화 에너지의 경향을 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. [화학 결합과 분자의 세계] 단원에서는 분자의 루이스 구조 이해를 통한 공유 전자쌍 및 비공유 전자쌍을 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였다. [역동적인 화학 반응] 단원에서는 산과 염기 사이의 중화 반응 및 산화-환원 반응을 화학 반응식으로 나타내고 반응물 생성물 간의 양적 관계를 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. 기본적으로 고등학교 화학 Ⅰ 교과에 대한 이해의 충실도를 평가하려는 의도에서 문제를 출제하였으며, 단순 암기를 지양하고, 고등학교 과정을 통해 얻어진 지식을 단순 나열이 아니라, 지식들의 논리적 전개를 통해 설득력 있게 서술이 가능한 지에 대하여 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 화학 I

	영역별 내용
제시문1	[12화학Ⅰ01-05] 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있다.
제시문2	[12화학Ⅰ02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
제시문3	[12화학Ⅰ02-03] 전자 배치 규칙에 따라 원자의 전자를 오비탈에 배치할 수 있다.
제시문4	[12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
제시문5	[12화학Ⅰ04-03] 물의 자동 이온화와 물의 이온화 상수를 이해하고, 수소 이온의 농도를 pH로 표현할 수 있다.
문제Ⅰ- i	[12화학Ⅰ01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다.
문제Ⅰ-ii	[12화학Ⅰ03-05] 원자, 분자, 이온, 화합물을 루이스 전자점식으로 표현할 수 있다.
문제Ⅰ-iii	[12화학Ⅰ02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
문제Ⅰ-iv	[12화학Ⅰ02-02] 양자수와 오비탈을 이용하여 원자의 현대적 모형을 설명할 수 있다. [12화학Ⅰ02-03] 전자 배치 규칙에 따라 원자의 전자를 오비탈에 배치할 수 있다.
문제Ⅰ-v	[12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅰ04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다. [12화학Ⅰ04-03] 산·염기 중화 반응을 이해하고, 산·염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

<제시문1>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	YBM	2020	41-42
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	44-45
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	40-43
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	40-42
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	40-42
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	41

<제시문2>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	YBM	2020	105-109
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	92-93
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	92-94
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	90-92
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	84-85
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	94-95

<제시문3>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	YBM	2020	83-85
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	76-77
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	73-74
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	67-69
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	66-67
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	73-77

<제시문4>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	YBM	2020	46-53
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	36-41
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	30-37
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	34-39
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	34-39
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	37-40

<제시문5>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	YBM	2020	174-177
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	160-163
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	170-172
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	165-167
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	150-152
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	166-169

<문제 I - i >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	YBM	2020	35-42
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	28-45
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	23-43
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	27-42
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	27-42
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	22-41

<문제 Ⅰ - ii >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학Ⅰ	강대훈 외 3인	YBM	2020	127-130
	화학Ⅰ	최미화 외 5인	미래엔	2020	130-131
	화학Ⅰ	노태희 외 6인	천재교육	2020	132-134
	화학Ⅰ	이상권 외 7인	지학사	2020	120-121
	화학Ⅰ	박종석 외 7인	비상	2020	115-116
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	126-127

<문제 Ⅰ - iii >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학Ⅰ	강대훈 외 3인	YBM	2020	101-109
	화학Ⅰ	최미화 외 5인	미래엔	2020	88-93
	화학Ⅰ	노태희 외 6인	천재교육	2020	87-94
	화학Ⅰ	이상권 외 7인	지학사	2020	84-92
	화학Ⅰ	박종석 외 7인	비상	2020	80-85
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	90-95

<문제 Ⅰ - iv >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학Ⅰ	강대훈 외 3인	YBM	2020	83-85
	화학Ⅰ	최미화 외 5인	미래엔	2020	76-77
	화학Ⅰ	노태희 외 6인	천재교육	2020	73-74
	화학Ⅰ	이상권 외 7인	지학사	2020	67-69
	화학Ⅰ	박종석 외 7인	비상	2020	66-67
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	73-77

<문제 Ⅰ - v >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학Ⅰ	강대훈 외 3인	YBM	2020	46-53,174-177, 185-187,197-199
	화학Ⅰ	최미화 외 5인	미래엔	2020	36-41,160-163, 164-169,176-186
	화학Ⅰ	노태희 외 6인	천재교육	2020	30-37,170-172, 173-177,185-196
	화학Ⅰ	이상권 외 7인	지학사	2020	34-39,165-167, 168-171,175-180
	화학Ⅰ	박종석 외 7인	비상	2020	34-39,150-152, 159-161,166-171
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	37-40,166-169, 178-181,195-203

5. 문항 해설

<화학 Ⅰ - ⅰ>

화학의 첫걸음을 위해서는 원자 및 분자의 양적 이해가 중요하다. 이에 몰 개념, 원자량과 분자량을 이해하며, 원자 및 분자의 수를 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 특히, 질량 퍼센트 농도를 이해하고, 이에 바탕으로 용액 내의 원자 및 분자의 수를 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅱ>

간단한 분자의 구조를 이해하는데 가장 기본적인 접근은 루이스 전자점식이다. 이에 루이스 전자점식에 기반하여 분자의 구조 및 공유 결합의 원리를 이해하고, 주어진 분자에 대하여 비공유 전자쌍과 공유 전자쌍을 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅲ>

주기율표 상의 원소는 주기성을 가지며, 주기성의 원리를 이해하는 것은 원소를 이해하는 데 핵심적인 것이라 할 수 있다. 이에 주어진 6가지의 원소에 대해 기본적인 특성인 원자 반지름, 이온 바지름, 이온화 에너지의 주기성을 추론하고 그 원리를 논리적으로 제시할 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅳ>

원자의 특성을 이해하기 위해서 가장 기본적인 것은 전자 배치를 살펴보는 것이다. 이에 주어진 6개의 원자에 대해 전자 배치를 제시하고 오비탈에의 전자 배치 상황 및 홀전자의 유무에 대해 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅴ>

산-염기 및 산화-환원 반응은 화학 반응 중 주요 반응들이다. 이들 반응을 이해하기 위해서 화학 반응식을 제시하며 반응물과 생성물 간의 양적 관계를 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. 특히, 산-염기 반응을 통해 얻어진 용액에 대해 산도를 pH로 논리적으로 제시할 수 있는지 평가하고자 하였다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
Ⅰ- i	• 질량 퍼센트 농도, 몰 개념, 원자량, 분자량을 이해하고 용액상의 원자 및 분자의 수를 설명할 수 있는지 평가함.	8
Ⅰ- ii	• 루이스 구조식에 기반한 분자들의 비공유 전자쌍 및 공유 전자쌍의 존재에 대해 설명할 수 있는지 평가함.	6
Ⅰ- iii	• 원자의 원자 반지름, 이온 반지름, 이온화 에너지에 대한 주기적 성질의 경향성 제시와 원리에 대해 설명할 수 있는지 평가함.	12
Ⅰ- iv	• 원자의 전자 배치에 따른 오비탈 내의 전자 및 홀전자의 유무에 대해 설명할 수 있는지 평가함.	6
Ⅰ- v	• 산화-환원 반응 및 산-염기 반응을 화학 반응식으로 표시하고 반응물과 생성물 간의 양적 관계를 설명할 수 있는지 평가함. 용액의 산도를 올바르게 제시할 수 있는지 평가함.	8

7. 예시 답안

<화학 Ⅰ - ⅰ>

400g의 A 용액 내에 질량 퍼센트 농도가 15%인 요소의 양은 400×0.15 = 60 g이다. 요소(NH_2CONH_2)의 분자량은 60 g/mol이며 A 용액에는 1 mol의 요소가 존재하며, 이는 수소, 탄소, 질소, 산소 원소의 개수는 각각 4 mol, 1 mol, 2 mol, 1 mol이 존재함을 의미한다.

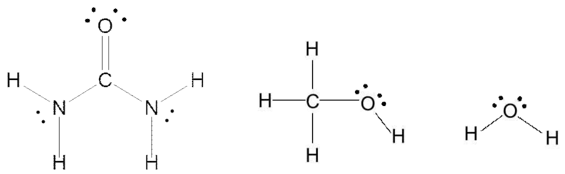
400 g의 A 용액에 질량 퍼센트 농도가 40%인 메탄올의 양은 400×0.4 = 160 g이다. 메탄올(CH_3OH)의 분자량은 32 g/mol이며 A 용액에는 5 mol의 메탄올이 존재하며, 이는 수소, 탄소, 질소, 산소 원소의 개수는 각각 20 mol, 5 mol, 0 mol, 5 mol이 존재함을 의미한다.

400g의 A 용액에 물이 400 - 60 - 160 = 180 g이다. 물의 분자량은 18 g/mol이며 A 용액에는 10 mol의 물이 존재하며, 이는 수소, 탄소, 질소, 산소 원소의 개수는 각각 20 mol, 0 mol, 0 mol, 10 mol이 존재함을 의미한다.

따라서, A 용액에 존재하는 수소, 탄소, 질소, 산소 원소의 총 개수는 각각 44 mol, 6 mol, 2 mol, 16 mol이다.

<화학 Ⅰ - ⅱ>

주어진 3개의 분자의 루이스 구조식은 다음과 같다.



400 g의 A 용액에는 1 mol의 요소가 존재하며, 1 mol의 요소에는 비공유 전자쌍 1×4 = 4 mol과 공유 전자쌍 1×8 = 8 mol이 존재한다. A 용액에 존재하는 5 mol의 메탄올에는 비공유 전자쌍 5×2 = 10 mol과 공유 전자쌍 5×5 = 25 mol이 존재한다. A 용액에 존재하는 10mol의 물에는 비공유 전자쌍 10×2 = 20 mol과 공유 전자쌍 10×2 = 20 mol이 존재한다. 따라서 A 용액에 존재하는 비공유 전자쌍의 총 개수는 34 mol이며, 공유 전자쌍의 총 개수는 53 mol이다.

<화학 Ⅰ - ⅲ>

F와 O를 비교하면 F가 유효 핵전하가 O에 비해 크므로 F가 원자 반지름이 작으며, 같은 주기인 Na, Mg, S, Cl의 경우 오른쪽으로 갈수록 유효 핵전하가 크므로 작아진다. F와 O에 비해 Na, Mg, S, Cl는 주기가 크므로 전자 껍질 수가 많아져 원자 반지름이 크다. 따라서 원자 반지름이 작은 것에서 커지는 순으로 배열하면 F < O < Cl < S < Mg < Na 이다.

O, F, Na, Mg, S, Cl의 안정한 이온 형태는 각각 O^{2-}, F^-, Na^+, Mg^{2+}, S^{2-}, Cl^-이며, O^{2-}, F^-, Na^+, Mg^{2+}의 경우 같은 전자 배치를 가지고 있으나 오른쪽으로 갈수록 유효 핵전하가 크므로 이온 반지름이 작아진다. S^{2-}, Cl^-의 경우 같은 전자 배치를 가지고 있으나 Cl-가 유효 핵전하가 커서 원자 반지름이 작다. S^{2-}, Cl^-는 O^{2-}, F^-, Na^+, Mg^{2+}에 비해 전자 껍질의 수가 많으므로 더 크다. 따라서, 이온 반지름이 작은 것에서 커지는 순으로 배열하면 $Mg^{2+} < Na^+ < F^- < O^{2-} < Cl^- < S^{2-}$이다.

F와 O를 비교하면 F가 유효 핵전하가 O에 비해 크므로 F가 이온화 에너지가 크며, 같은 주기인 Na, Mg, S, Cl의 경우 오른쪽으로 갈수록 유효 핵전하가 크므로 이온화 에너지가 커진다. F와 O에 비해 Na, Mg, S, Cl는 주기가 크므로 전자 껍질 수가 많아져 이온화 에너지가 작아진다. 따라서, 이온화 에너지가 작은 것에서 커지는 순으로 배열하면 Na < Mg < S < Cl < O < F이다.

<화학 I -iv>

O, F, Na, Mg, S, Cl의 전자 배치를 나타내면 다음과 같다.

O: $1s^2\ 2s^2\ 2p^4$ F: $1s^2\ 2s^2\ 2p^5$ Na: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^1$

Mg: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2$ S: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^4$ Cl: $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^5$

B 시료에 6개의 원소가 1 mol씩 있을 때, p 오비탈의 전자의 개수는 각각 4 mol, 5 mol, 6 mol, 6 mol, 10 mol, 11 mol로 총 개수는 42 mol이다. 또한, 6개의 원소가 1 mol씩 있을 때, 홀전자의 개수는 각각 2 mol, 1 mol, 1 mol, 0 mol, 2 mol, 1 mol로 B 시료의 총 개수는 7 mol이다.

<화학 I - v>

주어진 산화-환원 반응을 화학 반응식으로 나타내면 다음과 같다.

$Cl_2(g) + H_2O(l)$ --> $HClO(aq) + HCl(aq)$

0.005 mol의 Cl_2를 반응하여 수용액상에 생성된 HClO와 HCl의 개수는 각각 0.005 mol, 0.005 mol이다. 이는 H^+의 개수 0.01 mol을 의미한다.

주어진 산-염기 반응을 화학 반응식으로 나타내면 다음과 같다.

$2HClO(aq)+2HCl(aq)+2Ba(OH)_2(aq)$ --> $4H_2O(l)+Ba(ClO)_2(aq)+BaCl_2(aq)$

0.5 M $Ba(OH)_2$ 20 mL에 있는 OH^-의 개수는 $0.5\times0.02\times2 = 0.02$ mol이다. 따라서 C 용액에는 $0.02 - 0.01 = 0.01$ mol의 OH^-가 존재하며, D 용액의 $[OH^-]$는 $0.01/1 = 0.01$ M이다. 따라서, D 용액의 $pOH = -\log 10^{-2} = 2$이며, $pH = 14 - 2 = 12$이다.

문항카드 14

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 생명과학Ⅰ	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	사람의 유전 양식, 염색체 이상, 유전자 이상, 우성 및 열성, 물질 대사, 대사성 질환, 혈당 조절, 항상성 유지
예상 소요 시간	40분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

다음 <제시문1>~<제시문5>를 읽고 [생명과학Ⅰ-i]~[생명과학Ⅰ-v]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>
염색체 또는 유전자에 이상이 생겨 염색체 구조가 달라지거나 DNA 염기서열이 변함으로서 부모에게 없던 형질이 나타나는 현상을 돌연변이라고 한다.

<제시문2>
사람의 유전 형질 중 귓불, 보조개, 이마선은 상염색체에 있는 한 쌍의 대립유전자에 의해 결정되고, 우성과 열성이 명확하게 구분되는 것으로 알려져 있다. 한 쌍의 대립유전자에 의해 하나의 형질이 결정되는 유전을 단일 인자 유전이라고 한다.

<제시문3>
우리 몸에서 소화계, 순환계, 호흡계, 배설계는 서로 다른 기능을 수행하면서도 유기적으로 연결되어 통합적으로 작용한다. 따라서 한 기관계에 이상이 생기면 생명 활동이 정상적으로 일어나기 어렵다.

<제시문4>
체내에서 물질대사에 이상이 생겨 발생하는 질환을 모두 일컬어 대사성 질환이라고 한다. 즉 대사성 질환은 물질 대사에 관여하는 효소의 결핍이나 호르몬 분비 이상 등으로 체외로 배설되어야 할 대사 물질이 체내에 축적되거나, 체내에 필요한 대사 물질이 부족해져서 다양한 기능 장애가 나타나는 질병이다.

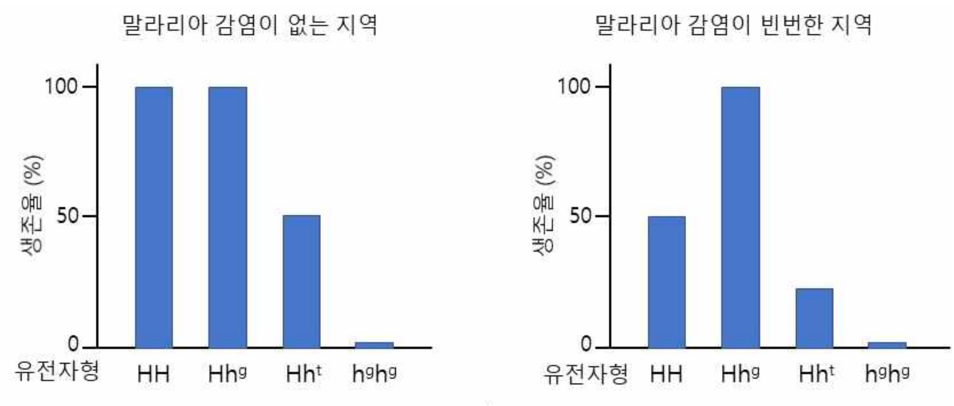
<제시문5>
체온을 유지하거나 혈당량을 조절하는 것과 같이 우리 몸의 항상성 유지에 필요한 반응들은 내분비계와 신경계가 상호 작용하여 일어난다. 특히 호르몬의 분비가 과다하거나 부족하면 항상성 유지가 어려워 질병으로 이어진다.

[생명과학 I - i] 사람의 경우 산소는 적혈구에 있는 헤모글로빈을 통해 인체 내부의 조직 세포로 전달된다. 성균이는 여러 연구를 통해 헤모글로빈을 구성하는 유전자의 돌연변이 중 기존에 알려진 낫 모양 적혈구 빈혈증을 유도하는 돌연변이 외에 두 종류의 새로운 돌연변이가 존재함을 확인하였다. 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 일으키는 돌연변이 대립유전자를 h^g로 표시하고 낫 모양 적혈구 빈혈증의 증상과는 전혀 다른 증상을 유발하는 새로운 돌연변이 대립유전자를 h^t로 표시하였으며 정상 대립유전자는 H로 표시하였다. 각 대립유전자의 체세포 1개당 DNA의 상대량을 조사하여 <표1>을 만들었다.(단, 체세포 1개당 염색체 수는 동일하다.)

<표1>

대립유전자	체세포 1개당 DNA의 상대량
정상 대립유전자 H	1
돌연변이 대립유전자 h^g	1
돌연변이 대립유전자 h^t	0

또한 성균이는 말라리아 감염이 빈번하게 발생하는 지역과 말라리아 감염이 거의 없는 서로 다른 두 지역에서 각각의 유전자형을 가진 사람들의 생존율을 조사하여 다음과 같은 그래프를 얻게 되었다(그림1).



<그림 1>

(1) <표1>과 <제시문1>을 참조하여 대립유전자 h^t와 대립유전자 h^g에서 나타나는 돌연변이의 특징을 유추하고 그 근거를 논하시오.

(2) 두 지역에서 유전자형에 따른 표현형의 하나인 생존율을 분석하였을 때, 멘델 유전 법칙이 정확하게 적용되지 않는 경우가 있음을 알 수 있다. <제시문2>를 참조하여, 각 지역에서 멘델 유전 법칙에서 벗어난 경우를 가장 잘 설명할 수 있는 유전자형을 선택한 후 그 근거를 논하시오. (단, 유전자형이 h^th^t와 h^gh^t인 경우 수정 후 발생 단계에서 사망하여 태어나지 않으며, 유전자형이 h^gh^g인 경우 태어난 후 거의 생존하지 못한다.)

[생명과학Ⅰ-ⅱ] 다음은 대사성 질환 중의 하나인 고지혈증 때문에 심장마비가 발생하는 과정을 순서도로 표시한 것이다.

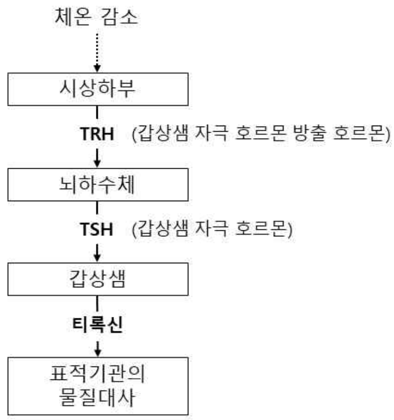
1. 고지혈증 환자는 혈액 속에 콜레스테롤을 비롯한 중성 지방이 많다.
↓
2. 콜레스테롤을 비롯한 지질 성분이 혈관 내벽에 쌓이면 동맥벽의 탄력이 떨어진다.
↓
3. 콜레스테롤과 지질 성분이 쌓이면서 혈관 지름이 좁아지는 동맥 경화가 일어난다.
↓
4. 동맥경화가 악화되면 혈관이 막히게 된다.
↓
5. (   )
↓
6. 심장마비가 일어나 사망하게 된다.

<제시문3>과 <제시문4>를 참조하여, 4번과 6번 사이에 어떤 일들이 일어나서 심장마비가 나타나는지 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅲ] 성균이는 제1형 당뇨병 환자의 근육세포(A)와 제2형 당뇨병 환자의 근육세포(B)를 각각 분리하여 배양하였다. 각각의 살아 있는 근육세포 A와 B에 동일한 양의 인슐린과 동일한 양의 포도당을 처리한 경우, 각각의 세포내 포도당 양의 상대적 차이를 예측하고 근거를 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅳ] 혈당량 조절에 어려움을 겪고 있는 환자가 있다. 이 환자는 식사를 규칙적으로 하고 운동을 하지 않으면 혈당량에 큰 문제가 없었으나, 식사를 하지 않거나 운동을 한 경우 혈당량이 급격히 떨어지는 증상을 가지고 있다. 성균이는 이 환자의 이자에서 분비되는 호르몬들 중 특정 호르몬에 문제가 있을 것이라고 가정하였고 실험을 통해 본인의 가설이 옳다는 것을 확인하였다. 성균이가 생각한 호르몬은 무엇인지 그리고 어떤 근거에서 가설을 세웠는지 논하시오. (단, 제시된 조건 이외에 혈당량에 영향을 미치는 요인은 없다.)

[생명과학Ⅰ-ⅴ] 사람의 대사 작용은 혈당량을 조절하는 호르몬들뿐만 아니라 갑상샘에서 분비되는 티록신에 의해서도 조절되어 진다. <그림2>는 정상인에게서 체온이 내려갈 때 나타나는 갑상샘 호르몬 분비 과정이다. 갑상샘에서 분비되는 티록신은 아이오딘 원소를 함유하고 있는 유일한 호르몬이다.
흥미롭게도 성균이는 아이오딘이 포함된 음식을 충분히 그리고 장기간 섭취하지 못하는 경우, 갑상샘 기능 저하증과 더불어 갑상샘이 비정상적으로 비대해진다는 사실을 알게 되었다. 이러한 현상이 나타나는 이유에 대해 논하시오. (단, 제시된 조건 이외에 갑상샘에 영향을 미치는 요인은 없으며 다른 호르몬은 전혀 관여하지 않는다.)



<그림 2>

3. 출제 의도

본 문항에서는 기본적으로 유전의 기본 개념 및 물질대사에 관련된 기관계들의 통합적 기능에 대한 개념을 이해하고 있는 가를 측정하고자 하였다. 본 문항은 다섯 개의 소문항으로 이루어져 있다. 첫 번째 소문항에서는 우성과 열성 형질, 유전자형과 표현형, 그리고 염색체 이상과 유전자 이상의 개념을 정확히 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 두 번째 소문항부터 네 번째 소문항은 대사성 질환인 고지혈증과 당뇨병의 원인, 그리고 이러한 원인이 어떻게 질환으로 진행되는지에 대해 물음으로써 물질대사에 대한 개념을 정확히 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 다섯 번째 문항의 경우 내분비계의 이상에 의해 항상성 유지에 문제가 생기면 질병이 생길 수 있다는 개념을 이해하고 있는 지를 갑상샘 호르몬의 조절 원리를 이용하여 평가하고자 하였다. 이를 통해 고등학교 교육 과정에 있는 유전의 개념과 물질 대사에 대한 개념을 제대로 숙지하고 있는지, 그리고 이들 개념을 활용하여 문제를 해결하기 위한 논리적 추론 능력이 있는지를 종합적으로 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 생명과학 I

	영역별 내용
제시문	[12생과Ⅰ04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ02-03] 물질대사와 관련 있는 질병을 조사하고, 대사성 질환을 예방하기 위한 올바른 생활 습관에 대해 토의하고 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ02-01] 물질대사 과정에서 생성된 에너지가 생명 활동에 필요한 ATP로 저장되고 사용됨을 이해하고, 소화, 호흡, 순환 과정과 관련되어 있음을 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ03-04] 내분비계와 호르몬의 특성을 이해하고, 사람의 주요 호르몬의 과잉·결핍에 따른 질환에 대해 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다. [생12생과Ⅰ04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다.

문제Ⅰ-ⅰ	[생12생과Ⅰ04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
문제Ⅰ-ⅱ	[12생과Ⅰ02-03] 물질대사와 관련 있는 질병을 조사하고, 대사성 질환을 예방하기 위한 올바른 생활 습관에 대해 토의하고 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ02-01] 물질대사 과정에서 생성된 에너지가 생명 활동에 필요한 ATP로 저장되고 사용됨을 이해하고, 소화, 호흡, 순환 과정과 관련되어 있음을 설명할 수 있다.
문제Ⅰ-ⅲ	[12생과Ⅰ02-03] 물질대사와 관련 있는 질병을 조사하고, 대사성 질환을 예방하기 위한 올바른 생활 습관에 대해 토의하고 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ03-04] 내분비계와 호르몬의 특성을 이해하고, 사람의 주요 호르몬의 과잉·결핍에 따른 질환에 대해 설명할 수 있다.
문제Ⅰ-ⅳ	[12생과Ⅰ02-03] 물질대사와 관련 있는 질병을 조사하고, 대사성 질환을 예방하기 위한 올바른 생활 습관에 대해 토의하고 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ03-04] 내분비계와 호르몬의 특성을 이해하고, 사람의 주요 호르몬의 과잉·결핍에 따른 질환에 대해 설명할 수 있다.
문제Ⅰ-ⅴ	[12생과Ⅰ03-04] 내분비계와 호르몬의 특성을 이해하고, 사람의 주요 호르몬의 과잉·결핍에 따른 질환에 대해 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ03-05] 신경계와 내분비계의 조절 작용을 통해 우리 몸의 항상성이 유지되는 과정을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 Ⅰ	이준규 외 5명	천재교육	2018	39–43, 44–46, 83–90, 135-146
	생명과학 Ⅰ	심재호 외 5명	금성출판사	2018	46–54, 60–62, 96-105, 148-156
	생명과학 Ⅰ	전상학 외 7명	지학사	2018	34–44, 46–49, 82–89, 126-137
	생명과학 Ⅰ	권혁빈 외 5명	교학사	2018	33–43, 46–49, 86–93, 134-147
	생명과학 Ⅰ	이용철 외 3명	YBM	2019	31–44, 47–48, 87–96, 141-158
	생명과학 Ⅰ	심규철 외 5명	비상교육	2018	35–43, 44–48, 82–90, 130-148

5. 문항 해설

[생명과학 Ⅰ - ⅰ]

염색체 구조적 이상과 유전자의 이상에 의해 나타나는 돌연변이와 우성과 열성의 개념을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 헤모글로빈을 구성하는 유전자의 돌연변이 중 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 일으키는 돌연변이 대립유전자 h^g와 전혀 다른 증상을 유발하는 돌연변이 대립유전자 h^t의 특징을 유추하고, 이들 대립유전자들이 환경에 따라 우성과 열성의 특징이 달라질 수 있음을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다.

(1) 돌연변이 대립유전자 h^t의 경우 염색체 수는 일정하나 대립유전자 h^t의 DNA 상대량이 0이라는 사실에서 대립유전자 h^t는 염색체 구조 이상인 결실에 의해서 나타난다고 유추할 수 있다. 반면 대립유전자 h^g의 경우 정상 대립유전자 H처럼 DNA 상대량이 1이라는 사실에서 염색체의 결실이 아니며, 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 나타낸다는 사실에서 DNA 염기서열의 변화에 의한 아미노산의 변화가 야기된 유전자 이상 돌연변이라고 유추할 수 있다.

(2) 말라리아 감염이 없는 지역에서 유전자형 Hh^t는 유전자형 Hh^g에 비해 정상 대립유전자 H가 돌연변이 대립유전자 h^t에 대해 완벽한 우성 형질이 나타나지 않음을 알 수 있다. 즉 멘델 유전 법칙에서 나타나는 열성에 대한 완전 우성이 나타나지 않는다. 말라리아 감염이 빈번한 지역에서는 유전자형 HH에 비해 Hh^g가 생존률이 높은 것으로 보아 대립 유전자 h^g가 생존에 기여함을 알 수 있고 말라리아 감염이 빈번한 환경에서는 h^g가 열성이 아닌 우성으로 작용하였을 가능성이 있다고 유추할 수 있다. 또한 대립유전자 h^g가 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 나타낸다고 하였기 때문에, 유전자형 Hh^g의 경우 대립유전자 h^g와 정상 대립유전자 H에 의해 낫 모양 적혈구와 정상 적혈구가 함께 만들어지게끔 해서 말라리아 감염이 감소되어 표현형이 나타난다고 유추할 수 있다. 이러한 경우 두 가지 형질이 동시에 나타나는 공동 우성이라고 유추가 가능하다. 말라리아 감염이 빈번한 지역에서도 유전자형 Hh^t의 경우 유전자형 HH에 비해 생존률이 감소되어 있는 것으로 미루어 보아 말라리아 감염이 없는 지역과 동일하게 정상 대립유전자 H가 돌연변이 대립유전자 h^t에 대해 완전 우성이 아님을 알 수 있다.

[생명과학Ⅰ-ⅱ]

물질 대사에 문제가 대사성 질환이 어떻게 심각한 생명의 위협이 되는 지를 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 고지혈증 환자는 혈액 속에 콜레스테롤을 비롯한 중성 지방이 증가되어 있으며, 이러한 콜레스테롤과 지질 성분이 혈관 내벽에 쌓이면 혈관 지름이 좁아지는 동맥경화가 나타나게 된다. 이러한 동맥경화가 악화되면 혈관이 막히게 되어 심장마비가 일어날 가능성이 나타난다. 본 문항에서는 혈관이 막혀 있을 때 어떤 일들이 일어나서 심장마비가 나타나게 되는 지를 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 혈관이 막히는 경우 혈관이 막혀 있는 주위 세포에 산소와 영양소가 공급이 되지 않는다. 산소와 영양소 공급이 안 되는 경우 세포의 에너지 생산이 되지 않아 세포가 기능을 할 수 없게 된다. 특히 심장의 경우 혈관이 막히는 경우 심장 박동에 관여하는 근육세포들이 기능하지 못하기 때문에 심근 경색이 일어나게 되고 이후 심장 마비가 나타나게 된다.

[생명과학Ⅰ-ⅲ]

혈당량 조절이 되지 않는 대사성 질환인 제1형 당뇨병과 제2형 당뇨병의 차이점을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 제1형 당뇨병은 이자섬의 베타세포가 파괴되어 인슐린이 분비되지 않아서 나타나는 반면 제2형 당뇨병은 인슐린은 정상적으로 분비되지만 다양한 원인으로 인슐린의 표적 세포인 근육세포나 간세포가 인슐린 신호를 받아들이지 못해서 즉 인슐린 저항성이 나타나서 나타난다.

따라서 이러한 원인 때문에 혈액내의 포도당이 표적 세포로 흡수가 되지 않게 된다. 이러한 차이점 때문에 제1형 당뇨병 환자에게서 분리한 근육세포 A는 정상적으로 인슐린에 반응하는 반면, 제2형 당뇨병 환자에게서 분리한 근육세포 B는 인슐린 신호에 저항성을 가져서 인슐린에 반응하지 못하게 된다. 그러므로 제1형 당뇨병 환자에게서 분리하여 배양한 근육세포 A에 인슐린과 포도당을 처리한 경우 포도당이 세포내로 흡수된다. 이에 비해 제2형 당뇨병 환자에게서 분리 배양한 근육세포 B는 인슐린 저항성을 가지고 있기 때문에 인슐린과 포도당을 처리하더라도 세포내로 포도당 흡수가 일어나지 않게 된다. 따라서 근육세포 A의 경우 포도당이 세포내에서 증가하는 반면 근육세포 B에서는 포도당이 세포내로 흡수되지 않아 포도당의 증가를 관찰할 수 없다.

[생명과학 Ⅰ-ⅳ]

혈당량의 조절에 관계된 인슐린과 글루카곤의 역할을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 우리 몸의 이자에서 분비되는 인슐린과 글루카곤은 혈당량 조절에 핵심적인 호르몬이다. 건강한 사람의 경우 식사를 하였을 때 소장에서 포도당이 흡수되어 혈당량이 정상 수준보다 높아지게 된다. 이때 이자에서 인슐린 분비가 촉진되어 표적세포에서 포도당 흡수를 유도하고 이를 통해 정상 수준의 혈당량이 유지된다. 또한 식사를 하지 않거나 운동을 한 경우 혈당량이 정상 수준보다 낮아지면, 건강한 사람의 경우 이자에서 글루카곤이 분비되어 간에 저장된 글리코젠이 포도당으로 전환되게 되고 이를 혈액으로 방출함으로서 혈당량이 유지되게 된다. 문제에서 제시한 환자의 경우 식사를 규칙적으로 하고 운동을 하지 않은 경우, 혈당량 조절이 정상적인 것으로 보아 인슐린에 의한 혈당 조절에는 문제가 없는 것으로 판단된다. 이에 비해 식사를 하지 않거나 운동을 급격히 한 경우에는 혈당량이 감소될 수밖에 없는데, 이 환자의 경우 혈당량이 정상적으로 회복되지 않음을 의미한다. 따라서 이 환자는 글루카곤이 정상적으로 분비되지 않거나 글루카곤의 분비량이 매우 낮기 때문에, 식사를 하지 않거나 운동을 하였을 때 나타나는 혈당량의 감소를 정상적으로 회복하지 못한다고 가설을 세울 수 있다.

[생명과학 Ⅰ-ⅴ]

우리 몸의 항상성 유지에 필수적인 호르몬의 조절 작용을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다. 갑상샘 호르몬인 티록신은 물질 대사 및 체온 조절과 같은 우리 몸의 항상성 유지에 관여하며, 갑상샘 호르몬인 티록신의 분비는 시상하부에서 분비되는 TRH(갑상샘 자극 호르몬 방출 호르몬)과 뇌하수체에서 분비되는 TSH(갑상샘 자극 호르몬)에 의해 조절된다. 갑상샘 호르몬인 티록신의 양이 증가하게 되면 시상하부와 뇌하수체에 작용하여 TRH와 TSH의 분비를 억제시킴으로써 우리 몸의 티록신 양을 일정하게 유지되도록 한다. 이러한 조절 기전을 음성 피드백이라고 한다.

또한, 문항에서 제시한 것처럼 갑상샘 호르몬인 티록신은 유일하게 아이오딘 원소를 함유하고 있는 화합물이다. 따라서 장기간 아이오딘이 포함된 음식을 섭취하지 않는 경우 아이오딘을 필요로 하는 티록신 합성이 일어나지 못해 체내에 티록신이 없거나 매우 낮은 농도로 존재하게 된다. 이러한 티록신의 결핍은 시상하부와 뇌하수체에서 지속적으로 TRH와 TSH 분비를 자극하게 된다. 그 이유는 티록신의 결핍 (혹은 매우 낮은 농도)에 의해 티록신에 의해 작동되는 음성 피드백이 더 이상 작동하지 않게 되기 때문이다. 즉 시상하부와 뇌하수체는 체내에 티록신이 없음을 인식하여 지속적으로 TRH와 TSH 분비를 촉진하여 갑상샘에서 티록신을 만들도록 유도하게 되나, 아이오딘이 체내에 없기 때문에 티록신은 만들어지지 않고 이는 TRH와 TSH의 분비를 계속 자극하는 악순환이 일어나게 되어 갑상샘이 비정상적으로 비대해진다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
I - i	• 돌연변이 대립유전자 h^t의 경우 염색체 수는 일정하나 대립유전자 h^t의 DNA 상대량이 0이라는 사실에서 대립유전자 h^t는 염색체 구조 이상인 결실에 의해서 나타난다고 유추할 수 있다고 기술하면 (3점). • 대립유전자 h^g의 경우 정상 대립유전자 H처럼 DNA 상대량이 1이라는 사실에서 염색체의 결실이 아니며, 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 나타낸다는 사실에서 DNA 염기서열의 변화에 의한 아미노산의 변화가 야기된 유전자 이상 돌연변이라고 유추할 수 있다고 기술하면 (3점). • 모두 기술하면 (6점).	6
	• 말라리아 감염이 없는 지역에서 유전자형 Hh^t는 유전자형 Hh^g에 비해 정상 대립유전자 H가 돌연변이 대립유전자 h^t에 대해 완전 우성 형질이 나타나지 않음을 알 수 있다고 기술하면 (3점). • 말라이아 감염이 빈번한 지역에서는 유전자형 HH에 비해 Hh^g가 생존률이 높은 것으로 보아 말라리아 감염이 빈번한 환경에서는 h^g가 열성이 아닌 우성으로 작용하였을 가능성이 있다고 유추할 수 있다고 기술하거나, 혹은 대립유전자 h^g가 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 나타낸다고 하였기 때문에, 유전자형 Hh^g의 경우 대립유전자 h^g와 정상 대립유전자 H에 의해 낫 모양 적혈구와 정상 적혈구가 함께 만들어지게 하는 공동 우성이라고 유추가 가능하다고 기술하거나, 혹은 말라리아 감염이 빈번한 지역에서도 유전자형 Hh^t의 경우 유전자형 HH에 비해 생존률이 감소되어 있는 것으로 미루어 보아 말라리아 감염이 없는 지역과 동일하게 정상 대립유전자 H가 돌연변이 대립유전자 h^t에 대해 완전 우성이 아님을 알 수 있다고 기술하면 (3점). • 모두 기술하면 (6점)	6
I - ii	• 혈관이 막히는 경우 주위 세포에 산소와 영양소가 공급이 되지 않아 세포 호흡에 의한 에너지 생산이 되지 않아 세포가 기능을 할 수 없게 된다고 기술하면 (6점)	6
I - iii	• 제1형 당뇨병은 이자의 베타세포가 파괴되어 인슐린이 분비되지 않아서 나타나는 반면 제2형 당뇨병은 인슐린은 정상적으로 분비되지만 다양한 원인으로 인슐린의 표적 세포인 근육세포나 간세포가 인슐린 신호를 받아들이지 못해서 즉 인슐린 저항성이 나타난다는 내용이 있으면 (2점). • 제1형 당뇨병 환자에게서 분리한 근육세포 A는 정상적으로 인슐린에 반응하는 반면, 제2형 당뇨병 환자에게서 분리한 근육세포 B는 인슐린 신호에 저항성을 가져서 인슐린에 반응하지 못하게 된다는 내용이 있으면 (3점). • 제1형 당뇨병 환자에게서 분리하여 배양한 근육세포 A의 경우 포도당이 세포내에서 증가하는 반면 제2형 당뇨병 환자에게서 분리 배양한 근육세포 B에서는 포도당이 세포내로 흡수되지 않아 포도당의 증가를 관찰할 수 없는 내용이 있으면 (3점). • 모두 기술하면 (8점)	8
I - iv	• 식사를 하였을 때 혈당량이 정상 수준보다 높아지게 되면 이자에서 인슐린 분비가 촉진되어 표적세포에서 포도당 흡수를 유도하고 이를 통해 정상 수준의 혈당량이 유지된다. 또한 식사를 하지 않거나 운동을 한 경우 혈당량이 정상 수준보다 낮아지면, 건강한 사람의 경우 이자에서 글루카곤이 분비되어 간에 저장된 글리코젠이 포도당으로 전환되게 되고 이를 혈액으로 방출함으로서 혈당량이 유지되게 됨을 기술하면 (2점). • 문제에 있는 환자의 경우 식사를 규칙적으로 하고 운동을 하지 않은 경우, 혈당량 조절이 정상적인 것으로 보아 인슐린에 의한 혈당 조절에는 문제가 없는 것으로 판단된다고 기술하면 (2점). • 문제에 있는 환자의 경우 글루카곤이 정상적으로 분비되지 않거나 글루카곤의 분비량이 매우 낮기 때문에, 식사를 하지 않거나 운동을 하였을 때 나타나는 혈당량의 감소를 정상적으로 회복하지 못한다고 기술하면 (4점). • 모두 기술하면 (8점).	8
I - v	• 장기간 아이오딘이 포함된 음식을 섭취하지 않는 경우 아이오딘을 필요로 하는 티록신 합성이 일어나지 못해 체내에 티록신이 없거나 매우 낮은 농도로 존재하게 된다고 기술하면 (2점). • 티록신의 결핍 (혹은 매우 낮은 농도)에 의해 티록신에 의해 시상하부와 뇌하수체에 작동되는 음성 피드백이 더 이상 작동하지 않게 되기 때문에 갑상샘이 비정상적으로 비대해진다고 기술하거나, 혹은 아이오딘이 체내에 없기 때문에 티록신은 만들어지지 않고 이는 TRH와 TSH의 분비를 계속 자극하는 악순환이 일어나게 되어 갑상샘이 비정상적으로 비대해진다고 기술하면 (4점) • 모두 기술하면 (6점)	6

7. 예시 답안

[생명과학 Ⅰ - ⅰ]

(1) 돌연변이 대립유전자 h^t의 경우 염색체 수는 일정하나 대립유전자 h^t의 DNA 상대량이 0이라는 사실에서 대립유전자 h^t는 염색체 구조 이상인 결실에 의해서 나타난다고 유추할 수 있다. 반면 대립유전자 h^g의 경우 정상 대립유전자 H처럼 DNA 상대량이 1이라는 사실에서 염색체의 결실이 아니며, 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 나타낸다는 사실에서 DNA 염기서열의 변화에 의한 아미노산의 변화가 야기된 유전자 이상 돌연변이라고 유추할 수 있다.

(2) 말라리아 감염이 없는 지역에서 유전자형 Hh^t는 유전자형 Hh^g에 비해 정상 대립유전자 H가 돌연변이 대립유전자 h^t에 대해 완벽한 우성 형질이 나타나지 않음을 알 수 있다. 즉 멘델 유전 법칙에서 나타나는 열성에 대한 완전 우성이 나타나지 않는다. 말라리아 감염이 빈번한 지역에서는 유전자형 HH에 비해 Hh^g가 생존률이 높은 것으로 보아 대립 유전자 h^g가 생존에 기여함을 알 수 있고 말라리아 감염이 빈번한 환경에서는 h^g가 열성이 아닌 우성으로 작용하였을 가능성이 있다고 유추할 수 있다. 또한 대립유전자 h^g가 낫 모양 적혈구 빈혈증과 유사한 증상을 나타낸다고 하였기 때문에, 유전자형 Hh^g의 경우 대립유전자 h^g와 정상 대립유전자 H에 의해 낫 모양 적혈구와 정상 적혈구가 함께 만들어지게끔 해서 말라리아 감염이 감소되어 표현형이 나타난다고 유추할 수 있다. 이러한 경우 두 가지 형질이 동시에 나타나는 공동 우성이라고 유추가 가능하다. 말라리아 감염이 빈번한 지역에서도 유전자형 Hh^t의 경우 유전자형 HH에 비해 생존률이 감소되어 있는 것으로 미루어 보아 말라리아 감염이 없는 지역과 동일하게 정상 대립유전자 H가 돌연변이 대립유전자 h^t에 대해 완전 우성이 아님을 알 수 있다.

[생명과학 Ⅰ - ⅱ]

혈관이 막히는 경우 혈관이 막혀 있는 주위 세포에 산소와 영양소가 공급이 되지 않는다. 산소와 영양소 공급이 안 되는 경우 세포의 에너지 생산이 되지 않아 세포가 기능을 할 수 없게 된다. 특히 심장의 경우 혈관이 막히는 경우 심장 박동에 관여하는 근육세포들이 기능하지 못하기 때문에 심근경색이 일어나게 되고 이후 심장 마비가 나타나게 된다.

[생명과학 Ⅰ -ⅲ]

제1형 당뇨병은 이자섬의 베타세포가 파괴되어 인슐린이 분비되지 않아서 나타나는 반면 제2형 당뇨병은 인슐린은 정상적으로 분비되지만 다양한 원인으로 인슐린의 표적 세포인 근육세포나 간세포가 인슐린 신호를 받아들이지 못해서 즉 인슐린 저항성이 나타나서 나타난다. 따라서 이러한 원인 때문에 혈액내의 포도당이 표적 세포로 흡수가 되지 않게 된다. 이러한 차이점 때문에 제1형 당뇨병 환자에게서 분리한 근육세포 A는 정상적으로 인슐린에 반응하는 반면, 제2형 당뇨병 환자에게서 분리한 근육세포 B는 인슐린 신호에 저항성을 가져서 인슐린에 반응하지 못하게 된다. 따라서 제1형 당뇨병 환자에게서 분리하여 배양한 근육세포 A의 경우 포도당이 세포내에서 증가하는 반면 제2형 당뇨병 환자에게서 분리 배양한 근육세포 B에서는 포도당이 세포내로 흡수되지 않아 포도당의 증가를 관찰할 수 없다.

[생명과학 Ⅰ-ⅳ]

건강한 사람의 경우 식사를 하였을 때 소장에서 포도당이 흡수되어 혈당량이 정상 수준보다 높아지게 된다. 이때 이자에서 인슐린 분비가 촉진되어 표적세포에서 포도당 흡수를 유도하고 이를 통해 정상 수준의 혈당량이 유지된다. 또한 식사를 하지 않거나 운동을 한 경우 혈당량이 정상 수준보다 낮아지면, 건강한 사람의 경우 이자에서 글루카곤이 분비되어 간에 저장된 글리코젠이 포도당으로 전환되게 되고 이를 혈액으로 방출함으로서 혈당량이 유지되게 된다. 문제에서 제시한 환자의 경우 식사를 규칙적으로 하고 운동을 하지 않은 경우, 혈당량 조절이 정상적인 것으로 보아 인슐린에 의한 혈당 조절에는 문제가 없는 것으로 판단된다. 이에 비해 식사를 하지 않거나 운동을 급격히 한 경우에는 혈당량이 감소될 수 밖에 없는데, 이 환자의 경우 혈당량이 정상적으로 회복되지 않음을 의미한다. 따라서 이 환자는 글루카곤이 정상적으로 분비되지 않거나 글루카곤의 분비량이 매우 낮기 때문에, 식사를 하지 않거나 운동을 하였을 때 나타나는 혈당량의 감소를 정상적으로 회복하지 못한다고 가설을 세울 수 있다.

[생명과학 Ⅰ-ⅴ]

갑상샘 호르몬인 티록신의 분비는 시상하부에서 분비되는 TRH(갑상샘 자극 호르몬 방출 호르몬)과 뇌하수체에서 분비되는 TSH(갑상샘 자극 호르몬)에 의해 조절된다. 갑상샘 호르몬인 티록신의 양이 증가하게 되면 시상하부와 뇌하수체에 작용하여 TRH와 TSH의 분비를 억제시킴으로써 우리 몸의 티록신 양을 일정하게 유지되도록 한다. 이러한 조절 기전을 음성 피드백이라고 한다. 장기간 아이오딘이 포함된 음식을 섭취하지 않는 경우 아이오딘을 필요로 하는 티록신 합성이 일어나지 못해 체내에 티록신이 없거나 매우 낮은 농도로 존재하게 된다. 이러한 티록신의 결핍은 시상하부와 뇌하수체에서 지속적으로 TRH와 TSH 분비를 자극하게 된다. 그 이유는 티록신의 결핍 (혹은 매우 낮은 농도)에 의해 티록신에 의해 작동되는 음성 피드백이 더 이상 작동하지 않게 되기 때문이다. 즉 시상하부와 뇌하수체는 체내에 티록신이 없음을 인식하여 지속적으로 TRH와 TSH 분비를 촉진하여 갑상샘에서 티록신을 만들도록 유도하게 되나, 아이오딘이 체내에 없기 때문에 티록신은 만들어지지 않고 이는 TRH와 TSH의 분비를 계속 자극하는 악순환이 일어나게 되어 갑상샘이 비정상적으로 비대해진다.

문항카드 15

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 수학 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	미분, 접선, 다항식
예상 소요 시간	30분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

다음 <제시문1>~<제시문3>을 읽고 [수학 1 - ⅰ]~[수학 1 - ⅳ]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

$f(x)$는 최고차항의 계수가 -1인 사차함수이다. 기울기가 양수이고 원점을 지나는 직선 L이 $y=f(x)$에 두 점 $(a, f(a))$와 $(b, f(b))$에 접한다. 그리고 L과 평행인 직선이 $y=f(x)$와 $(c, f(c))$에 접한다. (단, a, b, c는 $0<a<c<b$를 만족하는 실수이다.)

<제시문2>

<제시문1>에서 주어진 함수 $f(x)$와 a, b, c에 대하여 $c<x<b$를 만족하며 $f'(x)$가 최대가 되게 하는 x의 값을 d라 하자.

<제시문3>

<제시문1>에서 주어진 함수 $f(x)$와 a, b, c에 대하여 두 점 $(c, f(c))$와 $(b, f(b))$를 잇는 직선이 $y=f(x)$와 만나는 점을 $(e, f(e))$라 하자. (단, e는 $c<e<b$를 만족하는 실수이다.)

[수학 1 - ⅰ] <제시문1>에서 주어진 c를 a, b로 표현하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 - ⅱ] <제시문2>에서 주어진 d를 a, b로 표현하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 - ⅲ] <제시문3>에서 주어진 e를 a, b로 표현하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 - ⅳ] <제시문1>~<제시문3>에서 주어진 a, b, d, e에 대해 $\frac{e-d}{b-a}$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

함수의 그래프의 기하학적인 의미를 수식으로 설명하는 것은 미분에서 중요한 개념이다. 본 문제에서는 함수의 그래프에서 접선이 주어진 경우 이 함수의 식을 찾아내는 능력을 평가한다. 미분계수의 극값과 이계도함수와의 관계를 파악하는 능력을 평가한다. 사차함수의 그래프와 직선과의 교점을 찾아내기 위해 다른 교점들을 이용해 사차 다항식을 인수분해 하는 능력을 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8]] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 2. 도함수의 활용 – 1. 접선의 방정식 접선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 2	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 1. 미분계수와 도함수 – 1. 미분계수 미분계수의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있으며, 미분계수의 기하적 의미를 이해한다. 미분가능성과 연속성과의 관계를 이해한다.
제시문 3	[수학] - I. 다항식 – 1. 다항식의 연산 – 3. 다항식의 나눗셈 다항식의 나눗셈을 할 수 있다.
문제 1-i	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 2. 도함수의 활용 – 1. 접선의 방정식 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 1-ii	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 1. 미분계수와 도함수 – 1. 미분계수 미분계수의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있으며, 미분계수의 기하적 의미를 이해한다. 미분가능성과 연속성과의 관계를 이해한다.
문제 1-iii	[수학] - I. 다항식 – 1. 다항식의 연산 – 3. 다항식의 나눗셈 다항식의 나눗셈을 할 수 있다.
문제 1-iv	[수학] - I. 다항식 – 1. 다항식의 연산 – 3. 다항식의 나눗셈 다항식의 나눗셈을 할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2021.3.1	52-60, 72-74
	수학	권오남 외 14인	교학사	2021.3.1	16-17

5. 문항 해설

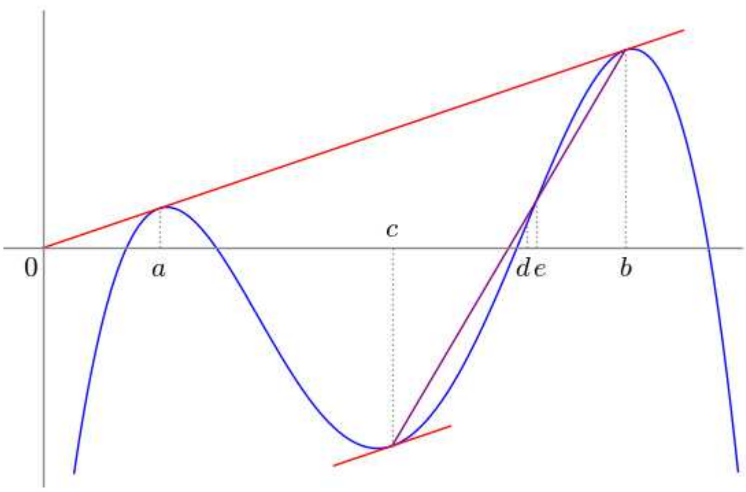
[수학 1-ⅰ] 다항함수에 접선이 주어진 경우 다항함수의 식을 찾을 수 있는지 평가한다.
[수학 1-ⅱ] 미분계수의 극값과 이계도함수와의 관계를 파악하는 능력을 평가한다.
[수학 1-ⅲ] 사차함수의 그래프와 직선과의 교점을 찾아내기 위해 다른 교점들을 이용해 사차 다항식을 인수분해 하는 능력을 평가한다.
[수학 1-ⅳ] 문자로 주어진 식을 정리하여 간단히 만드는 능력을 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
I - i	$c=(a+b)/2$	5
I - ii	$d=\dfrac{3(a+b)+\sqrt{3}(b-a)}{6}$ (또는 $d=\dfrac{(3-\sqrt{3})a+(3+\sqrt{3})b}{6}$)	5
I - iii	e가 방정식 $x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b+\dfrac{(b-a)^3}{8}=0$의 근이 됨을 도출	5
	$x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b+\dfrac{(b-a)^3}{8}$을 인수분해하여 $\left(x-\dfrac{a+b}{2}\right)\left(x^2-\dfrac{3a+b}{2}x+\dfrac{a^2+4ab-b^2}{4}\right)$을 도출	
	$e=\dfrac{(3a+b)+\sqrt{5}(b-a)}{4}$ (또는 $e=\dfrac{(3-\sqrt{5})a+(1+\sqrt{5})b}{4}$)	
I - iv	$\dfrac{e-d}{b-a}=\dfrac{3\sqrt{5}-2\sqrt{3}-3}{12}$	5

7. 예시 답안

[수학 1 - i]
문제의 상황을 그래프로 그려보면 아래와 같다.



직선 L의 식을 $y=mx$라 하면 함수 $g(x)=f(x)-mx$은 $g(a)=g'(a)=0$와 $g(b)=g'(b)=0$을 만족한다. 이 조건과 $g(x)$는 최고차항의 계수가 -1인 사차함수라는 것을 이용하면 $g(x)=-(x-a)^2(x-b)^2$이고 따라서 $f(x)=mx-(x-a)^2(x-b)^2$이다. 문제의 조건으로부터 $f'(c)=m+g'(c)=m$이므로 $g'(c)=0$이 된다. $g'(x)=-4(x-a)(x-b)(x-(a+b)/2)$이므로 $c=(a+b)/2$을 얻는다.

[수학 1 - ⅱ]

$f(x)=mx-(x-a)^2(x-b)^2$을 두 번 미분하면 $f''(x)=-4\left(3x^2-3(a+b)x+\dfrac{a^2+4ab+b^2}{2}\right)$이 된다.

조건으로부터 $f''(d)=0$이므로 $d=\dfrac{3(a+b)\pm\sqrt{3}(b-a)}{6}$에서 $c=(a+b)/2<d<b$인 것을 고르면

$d=\dfrac{3(a+b)+\sqrt{3}(b-a)}{6}=\dfrac{(3-\sqrt{3})a+(3+\sqrt{3})b}{6}$을 얻는다.

[수학 1 - ⅲ]

두 점 $(c,f(c))$와 $(b,f(b))$를 잇는 직선은 $y=\dfrac{f(b)-f(c)}{b-c}(x-b)+f(b)$이고 [수학 1 - ⅰ]에서 구한 c를 이용해 정리하면 $y=(m+(b-a)^3/8)(x-b)+mb$가 된다. 따라서 b,c,e는

$(m+(b-a)^3/8)(x-b)+mb=mx-(x-a)^2(x-b)^2$의 근이 된다. 이 식을 정리하면

$\dfrac{(b-a)^3}{8}(x-b)+(x-a)^2(x-b)^2=0$이고 $c,e\neq b$이므로 c,e는 $\dfrac{(b-a)^3}{8}+(x-a)^2(x-b)=0$이 근이 된다. 이 식을 정리하면 $x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b+\dfrac{(b-a)^3}{8}=0$이다. 또한 $c=(a+b)/2$이 근이 되므로 다항식의 나눗셈을 이용해 $x-(a+b)/2$로 이 식의 좌변을 나누면

$x^3-(2a+b)x^2+(a^2+2ab)x-a^2b+\dfrac{(b-a)^3}{8}=\left(x-\dfrac{a+b}{2}\right)\left(x^2-\dfrac{3a+b}{2}x+\dfrac{a^2+4ab-b^2}{4}\right)$을 얻는다.

$e\neq c=(a+b)/2$이므로 e는 $x^2-\dfrac{3a+b}{2}x+\dfrac{a^2+4ab-b^2}{4}=0$의 두 근 $\dfrac{(3a+b)\pm\sqrt{5}(b-a)}{4}$ 중 하나가 된다. 주어진 조건 $c<e<b$을 사용하면 $e=\dfrac{(3a+b)+\sqrt{5}(b-a)}{4}=\dfrac{(3-\sqrt{5})a+(1+\sqrt{5})b}{4}$을 얻는다. (만약 $e=\dfrac{(3a+b)-\sqrt{5}(b-a)}{4}$이면 $e-a=\dfrac{(b-a)-\sqrt{5}(b-a)}{4}=\dfrac{1-\sqrt{5}}{4}(b-a)<0$가 되어 $a<c<e$에 모순이다.)

[수학 1 - ⅳ]

위에서 구한 식을 이용하면 $e-d=\dfrac{(-3-2\sqrt{3}+3\sqrt{5})(b-a)}{12}$이므로 $\dfrac{e-d}{b-a}=\dfrac{3\sqrt{5}-2\sqrt{3}-3}{12}$이다.

문항카드 16

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 수학 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	역함수, 수열의 합, 도함수의 활용, 정적분
예상 소요 시간	30분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

함수 $f(x)$에서 $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \le f(a)$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대라 하며, $f(a)$를 극댓값이라고 한다. 또한, $x=a$를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x에 대하여 $f(x) \ge f(a)$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소라 하며, $f(a)$를 극솟값이라고 한다. 극댓값과 극솟값을 통틀어 극값이라고 한다.

<제시문2>

함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 함수 $F(x)$가 $f(x)$의 한 부정적분일 때 다음이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b)-F(a)$$

<제시문3>

임의의 실수 a,b,c에 대해, 함수 $g(x)$와 $h(x)$의 그래프는 $y=|x|$의 그래프를 x축의 방향으로 각각 a와 b만큼 평행이동한 것이라 하고, 함수 $u(x)$의 그래프는 $y=-|x|$의 그래프를 y축의 방향으로 c만큼 평행이동한 것이라 하자.

[수학 2 - i] <제시문3>에서 $a=1$이고 $c<0$이라고 가정하자. 두 함수 $y=2x(x-2)g(x)$와 $y=u(x-1)$의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 가질 때, 두 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - ii] <제시문3>에서 양의 실수 a에 대하여 함수 $y=(x-a)g(x)$의 역함수를 $y=w(x)$라고 하자. 두 곡선 $y=(x-a)g(x)$, $y=w(x)$ 및 직선 $y=-x$로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(a)$라고 할 때, $\sum_{k=1}^{12} S(k)$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - iii] <제시문3>에서 고정된 실수 a에 대해

$$\int_0^b (x-a)^2 g(x)\,dx = \int_0^a (x-b)^2 h(x)\,dx$$

가 성립할 때, 가능한 모든 b의 값의 곱을 a에 관한 식으로 나타내고 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제에서는 다항함수와 절대값이 적용된 함수를 통해 표현되는 여러 함수의 성질을 이해하는데 있어, 미분/적분과 관련한 다양한 성질을 적절하게 적용할 수 있는지 평가한다. 특히 절대값이 적용된 함수를 이해하기 위해 함수의 정의역을 나누어 조직적으로 사고할 수 있는 능력이 필요하며, 다항함수의 실근의 존재성을 이해하기 위해 도함수를 활용하여 함수의 증감을 파악하는 능력이 주요 평가 요소이다. 또한, 자연수의 거듭제곱의 합을 계산할 수 있는지도 평가하고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8]] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
제시문 2	[12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다.
제시문 3	[10수학02-08] 평행이동의 의미를 이해한다.
문제 1-i	[12수학Ⅱ02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.
문제 1-ii	[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. [12수학Ⅰ03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다.
문제 1-iii	[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	권오남 외	(주)교학사	2020	144-152, 223-228
	수학	박교식 외	동아출판	2020	142-151, 221-225
	수학 Ⅰ	권오남 외	(주)교학사	2020	138-145
	수학 Ⅰ	김원경 외	비상	2020	138-144
	수학 Ⅱ	권오남 외	(주)교학사	2020	80-102, 130-148
	수학 Ⅱ	황선욱 외	미래엔	2021	82-98, 122-142

5. 문항 해설

[수학2-ⅰ] 절대값으로 표현되는 함수의 그래프 개형을 그릴 수 있고, 접선의 방정식을 유도할 수 있으며, 정적분을 통해 넓이를 정확하게 계산할 수 있는지 평가하는 문제이다.
[수학2-ⅱ] 역함수의 정의와 성질을 올바르게 이해하고 있는지와, 이를 통해 넓이를 계산하는데 있어 정적분을 올바르게 적용할 수 있는지 평가하는 문제이다. 또한, 자연수의 거듭제곱의 합을 올바르게 계산할 수 있는지를 평가하는 문제이다.
[수학2-ⅲ] 정적분으로 표현되는 등식을 이해하는 과정에서, 도함수를 활용하여 삼차함수의 증가와 감소를 올바르게 판단할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-i	$c=-\frac{\sqrt{6}}{9}$ 을 구한다.	5
	넓이 $2\int_0^{\frac{\sqrt{6}}{6}}\left(2(x^3-x)+x+\frac{\sqrt{6}}{9}\right)dx=\frac{1}{12}$ 임을 보인다.	5
2-ii	$S(k)=2k^2+2k+\frac{1}{3}$ 임을 보인다.	5
	$\sum_{k=1}^{12}S(k)=1460$임을 보인다.	5
2-iii	$a^4+(a-b)^4=-(a-b)^4+b^4$을 유도한다.	3
	$3t^3-5t^2+7t-1=0$이 열린구간 $(0,1)$에서 유일한 실근 t_0을 가짐을 보인다.	3
	b는 t_0a, a, $\frac{1}{t_0}a$로 세 개가 존재하고, 이들의 곱은 a^3임을 보인다.	4

7. 예시 답안

[수학2-i]

문제의 두 그래프를 x축의 방향으로 평행이동 시켜도 구하고자 하는 넓이의 값에는 변함이 없다. 두 그래프 $y=2x(x-2)g(x)$와 $y=u(x-1)$는 모두 직선 $x=1$에 대하여 대칭이므로, x축의 방향으로 -1만큼 평행이동시켜 얻을 수 있는 두 그래프 $y=2(x+1)(x-1)|x|$와 $y=-|x|+c$를 고려하자. 또한 대칭성에 의해 $x\geq 0$인 경우만 살펴보면 된다. 이 경우,

$$y=2(x+1)(x-1)x=2(x^3-x),\quad (2(x^3-x))'=6x^2-2$$

이다. 방정식 $6x^2-2=-1$의 근은 이 구간에서 $x=\frac{\sqrt{6}}{6}$이고, 이때 함수 $2(x+1)(x-1)|x|$의 값은

$-\dfrac{5\sqrt{6}}{18}$이다. 즉, 함수 $y=-|x|+c$의 그래프가 점 $\left(\dfrac{\sqrt{6}}{6}, -\dfrac{5\sqrt{6}}{18}\right)$을 지나야 하므로, 상수 c의 값은 $-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$이다. 따라서, 구하고자 하는 넓이는

$$\begin{aligned} 2\int_0^{\frac{\sqrt{6}}{6}}\left(2(x^3-x)+x+\frac{\sqrt{6}}{9}\right)dx &= 2\left[\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{2}x^2+\frac{\sqrt{6}}{9}x\right]_0^{\frac{\sqrt{6}}{6}} \\ &= 2\left(\frac{1}{72}-\frac{1}{12}+\frac{1}{9}\right) \\ &= \frac{1}{12} \end{aligned}$$

이다.

[수학2-ii]

문제에서 넓이를 구하고자 하는 부분은 직선 $y=x$에 대해 대칭이므로, 곡선 $y=(x-a)g(x)$ 및 두 직선 $y=x$와 $y=-x$로 둘러싸인 부분의 넓이의 두배가 구하고자 하는 넓이이다.
곡선 $y=(x-a)g(x)$와 직선 $y=x$의 교점의 x좌표 t_2는, 방정식

$$(x-a)^2=x$$

의 근이고, 곡선 $y=(x-a)g(x)$와 직선 $y=-x$의 교점의 x좌표 t_1은, 방정식

$$-(x-a)^2=-x$$

의 근이다. 따라서, $t_1+t_2=2a+1$과 $t_1t_2=a^2$이 성립한다.
이때, 곡선 $y=(x-a)g(x)$ 및 두 직선 $y=x$와 $y=-x$로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2}t_1^2+\frac{1}{2}t_2^2+\int_{t_1}^{a}(x-a)^2dx-\int_{a}^{t_2}(x-a)^2dx$$

와 같고, 이를 정리하면

$$\frac{1}{2}(t_1^2+t_2^2)+\frac{2}{3}a^3-(t_1+t_2)a^2+(t_1^2+t_2^2)a-\frac{1}{3}(t_1^3+t_2^3)=a^2+a+\frac{1}{6}$$

를 얻게 된다. 따라서, $S(k)=2k^2+2k+\dfrac{1}{3}$이고, $\displaystyle\sum_{k=1}^{12}S(k)=\frac{12\times13\times25}{3}+12\times13+4=1460$이다.

[수학2-iii]

먼저 $a=b$일 때는, 문제의 등식이 항상 성립한다.
그리고 $a=0$일 때, $\displaystyle\int_0^b x^2|x|dx=0$이므로 $b=0$이다.
먼저 $a>0$을 가정하자. 만약 $a<b$라면, 문제의 등식에서

$$\begin{aligned} \int_0^b(x-a)^2|x-a|dx &= \int_0^a-(x-a)^3dx+\int_a^b(x-a)^3dx \\ &= \frac{1}{4}a^4+\frac{1}{4}(b-a)^4 \end{aligned}$$

와

$$\begin{aligned}\int_0^a (x-b)^2|x-b|dx &= \int_0^a -(x-b)^3 dx \\ &= \frac{1}{4}b^4 - \frac{1}{4}(a-b)^4\end{aligned}$$

이 성립하므로, $a^4+(a-b)^4=-(a-b)^4+b^4$을 얻게 된다. $0<t=\dfrac{a}{b}<1$로 치환하면, 다음 방정식

$$3t^4-8t^3+12t^2-8t+1=(t-1)(3t^3-5t^2+7t-1)=0$$

을 얻게 된다. 함수 $p(t)=3t^3-5t^2+7t-1$에 대하여

$$p'(t)=27t^2-10t+7>0 \text{ 와 } p(0)=-1,\ p(1)=4$$

이 성립하므로, 다항식 $p(t)=0$은 열린구간 $(0,1)$에서 유일한 실근 t_0을 갖는다. 즉, $b=\dfrac{1}{t_0}a$이다.

$0<b<a$임을 가정하면, a와 b의 역할을 바꾼 뒤, 위의 논리를 적용하면 $a=\dfrac{1}{t_0}b$를 얻게 된다. 즉, $a=t_0b$이다. $b\le 0$임을 가정하면, $\int_0^b (x-a)^2|x-a|dx \le 0$인 반면, $\int_0^a (x-b)^2|x-b|dx>0$이므로, 식이 성립하지 않는다. 따라서, 주어진 a에 대해 등식을 만족하는 b는 $t_0a,\ a,\ \dfrac{1}{t_0}a$로 세 개가 존재하고, 이들의 곱은 a^3이다.

마지막으로, $a<0$인 경우도 대칭성에 의해 $a>0$인 경우와 같이 a^3을 얻게 된다.

문항카드 17

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 물리학Ⅰ	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	뉴턴 운동 법칙, 운동량 보존
예상 소요 시간	40분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

[물리학Ⅰ]

다음 <제시문1>~<제시문4>를 읽고 [물리학Ⅰ-i]~[물리학Ⅰ-ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

가속도가 a로 일정한 물체의 직선 운동에서 물체의 처음 속도가 v_0일 때 시간 t가 지난 후 물체의 속도 v와 변위 s는 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$v=v_0+at,\ s=v_0t+\frac{1}{2}at^2,\ v^2-v_0^2=2as$$

<제시문2>

일정한 크기의 힘 F에 의하여 물체가 힘의 방향으로 직선거리 s만큼 이동하였을 때 힘이 한 일은 $W=Fs$이고, 물체에 해 준 일만큼 물체의 운동 에너지가 증가한다. 질량 m, 속력 v인 물체의 운동 에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$이다.

<제시문3>

물체 A의 속도를 v_{A}, 물체 B의 속도를 v_{B}라고 하면, 물체 A에 대한 물체 B의 상대속도는 $v_{\mathrm{B}}-v_{\mathrm{A}}$이다.

<제시문4>

어떤 계에 알짜힘이 작용하지 않는 한 계의 전체 운동량은 일정하게 보존되는데, 이것을 운동량 보존법칙이라고 한다.

[물리학Ⅰ-i] 그림 (a)는 직선운동을 하는 질량이 3 kg인 물체의 시간에 따른 속도 변화를 나타낸 그래프이다. (단, 직선운동에서 오른쪽이 양의 방향이다.)

(가) A 지점에서 E 지점까지 물체가 움직인 거리와 변위를 각각 구하고 그 근거를 논하시오.

(나) 그림 (b)를 답안지에 옮겨 그리고, 시간에 따른 가속도의 변화를 그래프로 나타내고 그 근거를 논하시오.

(다) C와 D 사이의 구간에서 물체에 작용하는 알짜힘과 그 힘이 물체에 해 준 일을 각각 구하고 그 근거를 논하시오.

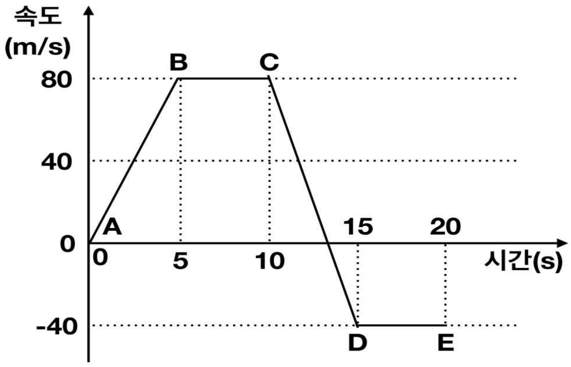


그림 (a)

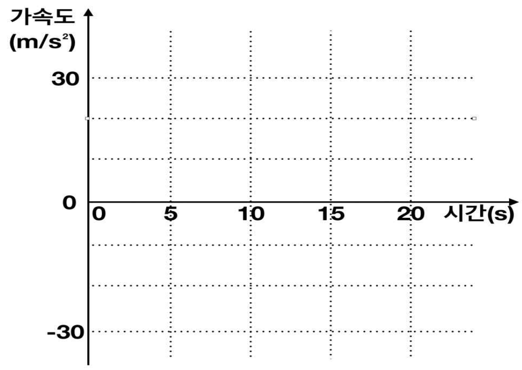


그림 (b)

[물리학 I - ii] 그림 (c)와 같이 질량이 M_1인 배 모양의 썰매에 질량이 M_2인 사람이 한 개의 질량이 m인 공 3개를 가지고 있다. 아래의 두 상황에 대하여 각각 답하시오. (단, 썰매와 얼음 사이의 마찰과 공기저항은 무시하고, 사람은 썰매와 같은 속도로 움직인다.)

(가) 정지해 있는 썰매에서 공 3개를 썰매 밖으로 동시에 v의 속력으로 뒤쪽 수평방향으로 던진다. 공을 던진 후 사람이 타고 있는 썰매의 속도를 M_1, M_2, m과 v를 이용하여 나타내고 그 근거를 논하시오.

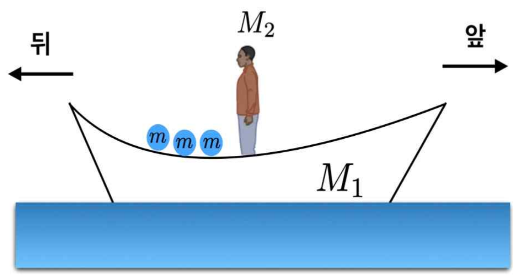


그림 (c)

(나) 정지해 있는 썰매에서 공을 하나씩 차례대로 썰매 밖으로 뒤쪽 수평방향으로 던진다. 각각의 공을 썰매에 대하여 v의 속력으로 뒤쪽 수평방향으로 던진다고 할 때, 공 3개를 모두 던진 후, 사람이 타고 있는 썰매의 속도를 M_1, M_2, m과 v를 이용하여 나타내고 그 근거를 논하시오.

3. 출제 의도

- 뉴턴의 운동 법칙을 이용하여 직선상에서 물체의 운동에 대한 이해와 분석 능력을 평가한다.
- 운동량보존의 법칙에 대한 이해와 응용 능력을 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 물리학 I

	영역별 내용
제시문	[12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
문제 I - i	[12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
문제 I - ii	[12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	김영민 외	교학사	2020	12-29, 42-55, 80-82
	물리학 I	이상연 외	금성출판사	2020	12-35, 60
	물리학 I	김성진 외	미래엔	2021	1-26, 32-39, 72-73
	물리학 I	송진웅 외	동아출판	2020	10-38, 65
	물리학 I	손정우 외	비상	2020	12-45, 66
	물리학 I	김성원 외	지학사	2020	13-24, 31-36, 69-72

5. 문항 해설

제시문의 내용은 물리학의 핵심적인 힘과 운동을 기술한 것으로 고등학교 물리학 I 의 내용에도 다루어지고 있는 내용이며 교육과정 범위에 포함되어 있다. 제시문에 제시된 등가속도운동과 힘이 한 일의 관계 등을 이용해 문제를 구성하였으며, 물체의 운동 상태 변화 및 운동량 보존법칙의 이해와 논리적인 사고를 통해 문항에 제시된 그래프를 해석하고 정량적으로 계산하는 능력을 요구하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항		채점 기준	배점
I - i	(가)	[채점 요소] 거리와 변위의 차이를 이해하고 있으며, 속도 그래프를 보고 거리와 변위를 바르게 계산하였는가? [채점 준거] - 거리와 변위 모두 옳으면 5점을 부여함 - 거리만 옳으면 2점, 변위만 옳으면 3점을 부여함	5

		[유의 사항] - 단위가 틀리거나 쓰지 않으면 1점 감점	
	(나)	[채점 요소] 주어진 속도 그래프로부터 가속도를 구하여 그래프로 나타낼 수 있는가? [채점 준거] - 가속도 그래프를 올바르게 그리면 5점을 부여함 [유의 사항] - 각 단계별 가속도를 그래프에 모두 바르게 나타내야 함, 한 단계라도 틀리면 0점 처리	5
	(다)	[채점 요소] 등가속도운동에서 알짜힘을 구하고 그 힘이 해 준 일을 바르게 계산하였는가? [채점 준거] - 알짜힘과 일을 바르게 구하고 근거를 기술하면 10점을 부여함 - 둘 중 하나만 옳으면 5점을 부여함 - 계산 결과는 옳으나 그 근거가 바르게 기술되어 있지 않으면 각각 2점 감점 [유의 사항] - 부호가 틀리거나 또는 방향에 대한 설명이 없으면 2점 감점 - 단위가 틀리거나 쓰지 않으면 1점 감점	10
I-ii	(가)	[채점 요소] 운동량 보존법칙을 이용하여 운동의 변화 후 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있는가? [채점 준거] - 답과 그 근거가 옳으면 10점을 부여함	10
	(나)	[채점 요소] 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있는가? [채점 준거] - 답과 그 근거가 옳으면 10점을 부여함 - 첫 번 째 공을 던진 후의 속력만 구하면 3점 부여 - 두 번 째 공을 던진 후의 속력까지 바르게 구하면 6점 부여	10

7. 예시 답안

[물리학 I - i]

(가) 거리는 물체가 실제로 움직인 경로를 따라 측정한 거리이며, 변위는 처음 위치와 나중 위치 사이의 위치 변화이다. 거리는 방향에 관계없이 이동한 거리이므로

$$\frac{1}{2}\cdot 5\,\mathrm{s}\cdot 80\,\mathrm{m/s}+5\,\mathrm{s}\cdot 80\,\mathrm{m/s}+\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}\,\mathrm{s}\cdot 80\,\mathrm{m/s}+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}\,\mathrm{s}\cdot 40\,\mathrm{m/s}+5\,\mathrm{s}\cdot 40\,\mathrm{m/s}=\frac{2900}{3}$$

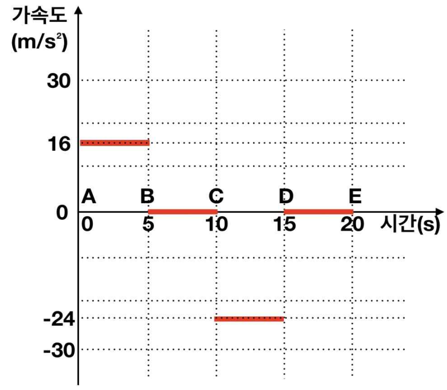
이고,

변위는 이동 방향을 고려한 위치의 변화이므로 크기가

$$\frac{1}{2}\cdot 5\,\mathrm{s}\cdot 80\,\mathrm{m/s}+5\,\mathrm{s}\cdot 80\,\mathrm{m/s}+\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}\,\mathrm{s}\cdot 80\,\mathrm{m/s}-\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}\,\mathrm{s}\cdot 40\,\mathrm{m/s}-5\,\mathrm{s}\cdot 40\,\mathrm{m/s}=500$$

이며 오른쪽 방향이다. (계산 결과의 부호가 양으로 맞으면 방향도 맞는 것으로 간주함.)

(나) 시간-속도 그래프에서 기울기가 가속도이다. 따라서, AB 구간과 CD 구간은 등가속도운동이며 BC 구간과 DE 구간은 등속도 운동이다. 따라서 각 구간의 가속도를 구하여 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(다) CD 구간은 등가속도운동으로서 가속도는 -24 m/s^2 이다. 그리고 뉴턴의 제2법칙으로부터 물체에 작용한 알짜힘은

$$F = ma = 3\,\mathrm{kg} \times (-24\,\mathrm{m/s^2}) = -72\,\mathrm{kg\,m/s^2} = -72\,\mathrm{N}$$

이다. (또는, 왼쪽으로 $72\,\mathrm{N}$ 도 가능함.) 이 힘이 물체에 가해지는 동안 물체가 움직인 직선거리는 힘의 반대방향 (오른쪽)으로 100 m 이므로, 힘이 물체에 해 준 일은

$W = F \cdot s = -72\,\mathrm{kg\ m/s^2} \times 100\mathrm{m} = -7200\,\mathrm{J}$ 이다.

(별해) 일과 운동에너지의 관계를 이용하면,

$W = \Delta E_k = \frac{1}{2} \cdot 3\,\mathrm{kg} \cdot (-40\,\mathrm{m/s})^2 - \frac{1}{2} \cdot 3\,\mathrm{kg} \cdot (80\,\mathrm{m/s})^2 = -7200\,\mathrm{J}$ 이다.

[물리학 I - ii]

(가) 정지해 있을 때 총 운동량은 0이므로, 운동량 보존 법칙으로부터 공 3개를 동시에 v의 속력으로 뒤쪽으로 던진 뒤 총 운동량은 0이 되어야 한다. 오른쪽을 속도의 양의 방향으로 잡을 때, 사람이 타고 있는 썰매의 속력을 v_f 라고 하면, $0 = -3\mathrm{mv} + (M_1 + M_2)v_f$ 이다. 따라서 사람이 탄 썰매의 속도는 $v_f = \frac{3\mathrm{mv}}{M_1 + M_2}$ 이고 오른쪽으로 움직인다.

(나) 첫 번째 공을 던지고 난 후 사람이 탄 썰매의 속력을 v_1 이라고 하면, 운동량 보존법칙으로부터 $0 = -\mathrm{mv} + (\mathrm{M_1 + M_2 + 2m})\mathrm{v_1}$ 이므로 $v_1 = \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{M_1 + M_2 + 2m}}$ 이다. 여기서 두 번째 공을 던질 때, 두 번 째 공의 썰매에 대한 속력이 v 이므로 얼음에 대한 속력은 $v - v_1$ 이 된다. 그러므로 운동량 보존법칙으로부터 $(\mathrm{M_1 + M_2 + 2m})\mathrm{v_1} = -\mathrm{m}(\mathrm{v} - \mathrm{v_1}) + (\mathrm{M_1 + M_2 + m})\mathrm{v_2}$. 즉, 두 번째 공을 던진 후 썰매의 속력은

$v_2 = v_1 + \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{M_1 + M_2 + m}}$ 이다. 마지막으로 세 번 째 공을 던지면, 같은 방법으로 운동량 보존법칙을 이용하면 $v_3 = v_2 + \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{M_1 + M_2}}$가 된다. 따라서, 위 식을 정리하면, 사람이 탄 썰매는

$v_3 = \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{M_1 + M_2}} + \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{M_1 + M_2 + m}} + \frac{\mathrm{mv}}{\mathrm{M_1 + M_2 + 2m}}$ 의 속력으로 오른쪽으로 움직인다.

문항카드 18

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 화학Ⅰ	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	몰, 원자량, 분자량, 화합물, 화학 반응에서의 양적 관계, 이온화 에너지, 등전자 이온, 이온 반지름, 이온 결합 화합물, 몰 농도, 산, 염기, 중화 반응, 반응열, pH
예상 소요 시간	40분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>
기체 상태에서는 분자를 구성하는 원자의 수가 다르더라도 온도와 압력이 같은 조건에서 같은 부피에 같은 양(mol)의 분자가 포함되어 있다. 이를 아보가드로 법칙이라고 한다. 특히 0℃, 1기압에서 기체 1몰의 부피는 기체의 종류에 관계없이 모두 22.4 L이다. 즉, 0℃, 1기압에서 수소, 산소, 이산화탄소 기체 1몰이 차지하는 부피는 모두 22.4 L이고, 그 속에는 각각 6.02×10^{23}개의 수소, 산소, 이산화탄소 분자가 들어 있다.

<제시문2>
1906년 하버는 공기 중의 질소를 수소와 반응시켜 암모니아를 대량으로 합성하는 제조 공정을 개발하였다. 이렇게 합성한 암모니아로 만든 질소 비료는 농산물의 생산량을 늘려 식량 증대에 크게 기여하였다.

<제시문3>
화학식을 이용하여 화학 반응을 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식으로 화학 반응에 관여하는 물질의 종류뿐만 아니라 몰, 질량, 부피 등의 여러 가지 양적 관계를 알 수 있다.

<제시문4>
원자에 에너지를 가하면 최외각 전자 껍질에 있는 전자는 원자핵으로부터 떨어져 나오게 된다. 이때 바닥상태에 있는 기체 원자 1몰에서 전자 1몰을 떼어 내어 기체 양이온으로 만드는 데 필요한 최소 에너지를 이온화 에너지라고 한다. 바닥상태에 있는 기체 다전자 원자에서는 전자를 차례대로 떼어 낼 수 있다. 첫 번째 전자를 떼어 내는 데 필요한 최소 에너지를 제1 이온화 에너지(E_1)라 하고, 대체로 원소의 이온화 에너지를 뜻한다. 2번째, 3번째 전자를 떼어 내는데 필요한 최소 에너지를 제2 이온화 에너지(E_2), 제3 이온화 에너지(E_3)라고 한다. 이와 같은 이온화 에너지를 순차 이온화 에너지라고 하며 크기는 $E_1 < E_2 < E_3 \cdots$ 순으로 증가한다.

<제시문5>
양이온과 음이온 사이의 인력은 모든 방향으로 작용한다. 따라서 이온 결합 화합물은 서로 다른 전하를 띤 이온 사이의 인력은 최대화하고, 서로 같은 전하를 띤 이온 사이의 반발력은 최소화하는 방향으로

배열되어 규칙적인 결정 구조를 이루므로 여러 가지 특성을 나타낸다. 이온 결합 화합물을 구성하는 양이온과 음이온 사이에는 강한 정전기적 인력이 작용하므로 이들 결합을 끊으려면 많은 에너지가 필요하다. 따라서 이온 결합 화합물은 녹는점과 끓는점이 매우 높아 상온에서 대부분 고체 상태로 존재한다.

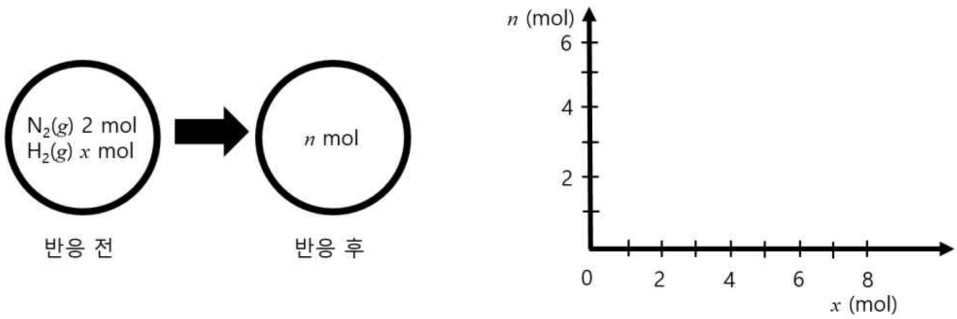
<제시문6>
농도를 모르는 일정한 부피의 산에 농도를 알고 있는 염기 용액을 조금씩 넣으면서 완전히 중화시키는 데 필요한 염기의 부피를 측정하면 산의 농도를 구할 수 있다. 이와 같이 중화 반응에서 산과 염기의 양적 관계를 이용해 농도를 모르는 산이나 염기의 농도를 알아내는 방법을 중화 적정이라고 한다.

<제시문7>
간이 열량계를 사용하여 출입하는 열량을 측정할 때 열량계가 열의 출입을 차단한다고 가정하면 화학 반응에서 방출한 열량은 열량계 속 물이 흡수한 열량과 같다. 따라서 물의 비열, 물의 질량, 온도 변화로 화학 반응에서 방출하는 열량을 구할 수 있다. 이때 열량의 단위는 J을 쓴다.

<제시문8>
수용액 속의 H_3O^+이나 OH^-의 농도는 매우 작은 값이므로 사용하기에 불편하다. 덴마크의 생화학자 쇠렌센은 1909년에 H_3O^+의 농도 대신 pH라고 하는 간단한 수를 제안하였다. pH는 수용액 속의 $[H_3O^+]$의 역수의 상용로그 값이다.

[화학 Ⅰ- ⅰ] t℃, 1 기압에서 미지의 기체 (A) 5 L의 질량이 8 g이고, 이산화 탄소(CO_2) 10 L의 질량이 22 g이다. 미지의 기체 (A) 64 g이 0℃, 1 기압에서 차지하는 부피를 구하고, 그 근거를 논하시오. (단, C, O의 원자량은 각각 12, 16이다.)

[화학 Ⅰ- ⅱ] 질소 기체와 수소 기체가 반응하여 암모니아가 생성되는 화학 반응을 생각해보자. 그림은 강철 용기에 N_2 2 mol과 H_2 x mol을 넣고 반응을 완결시켰을 때의 변화를 나타낸 것이다. 반응 전에 넣은 H_2의 양(x(mol))에 따른 반응 후 전체 기체의 양(n(mol))을 그래프로 표기하고, 그 근거를 논하시오. (답안지에 그래프를 그려 넣으시오.)



[화학 Ⅰ-ⅲ] 아래 주어진 표는 같은 주기에 있는 원자의 순차 이온화 에너지 값을 나타내고 있다. 원자 (다)로부터 비활성 기체와 같은 전자 배치를 갖는 이온(y)을 생성하기 위한 최소 에너지 값을 예측하고, 그 이유를 논하시오. 또한 원자 (가)~(다)가 등전자 이온으로 존재할 때, 이온 반지름의 크기가 작은 것에서 커지는 순으로 부등호를 이용하여 나열하고, 그 근거를 논하시오.

원자	순차 이온화 에너지(kJ/mol)			
	E_1	E_2	E_3	E_4
(가)	496	4562	6912	9543
(나)	738	1451	7733	10540
(다)	578	1817	2745	11577

[화학Ⅰ-ⅳ] 아래 주어진 표는 이온 결합 물질의 녹는점에 영향을 주는 요인을 알아보기 위한 탐구 자료이다. 녹는점에 영향을 주는 요인이 무엇인지 결정하고, 그 근거를 탐구 자료에 주어진 물질 간 상호 비교를 통해 논하시오.

물질	이온 사이의 거리(pm)	녹는점(℃)
NaCl	276	801
NaBr	291	747
NaI	311	661

물질	이온 사이의 거리(pm)	녹는점(℃)
CaO	240	2572
SrO	253	2531
BaO	275	1972

[화학Ⅰ-ⅴ] 다음은 [산 염기의 중화 적정 실험] 및 [화학 반응에 출입하는 열의 측정 실험]이다. 실험 과정 (바)에 기술된 혼합 용액의 최종 온도 T℃와 pH를 구하고, 그 근거를 논하시오.

[산 염기 중화 적정 실험 과정]

(가) 0.10 M의 H_2SO_4(aq)를 준비한다.

(나) (가)의 수용액 10 mL에 물을 넣어 100 mL의 수용액을 만든다.

(다) (나)에서 만든 수용액 50 mL를 삼각 플라스크에 넣고 페놀프탈레인 용액을 2~3방울 떨어뜨린다.

(라) (다)의 삼각 플라스크에 0.1 M NaOH(aq)을 한 방울씩 떨어뜨리면서 삼각 플라스크를 흔들어 준다.

(마) (라)의 삼각 플라스크 속 수용액 전체가 붉은색으로 변하는 순간 적정을 멈추고 적정에 사용된 NaOH(aq)의 부피(V)를 측정한다.

[화학 반응에 출입하는 열의 측정 실험 과정]

(바) (마)에서 측정된 0.1 M NaOH(aq)의 측정된 부피(V)와 0.01 M의 HCl 90 mL를 열량계에 넣고 섞었다. NaOH(aq) 용액과 HCl(aq) 용액의 초기 온도는 똑같이 22.0℃였고, 혼합 용액의 최종 온도는 T℃였다. 열량계 속 용액이 얻은 열량은 1.26 kJ 이다. (용액의 밀도와 비열은 각각 1.00 g/mL, 4.2 J/g·℃로 물에 대한 값과 같다고 가정한다. 중화 반응 전후 용액의 부피 변화는 없다고 가정한다.)

3. 출제 의도

화학 I 교과에서 다루고 있는 화학의 첫걸음, 원자의 세계, 화학결합과 분자의 세계, 역동적인 화학 반응 등에 걸쳐 고르게 문제를 출제하였다. 반응에서의 양적 관계, 원자 구조, 화학 결합, 화학 반응열, 산 염기, 화학 반응 등을 모두 포함하도록 출제하였다. 화학의 기본적인 개념인 몰, 원자량과 분자량, 아보가드로 법칙 등의 의미를 이해하고, 이를 바탕으로 분자에 포함된 원자 수를 몰이라는 개념으로 이해할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한, 원자의 이온화 에너지 값과, 원자 모형과의 연관 관계를 이해하고 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. 이온 결합 화합물에 영향을 끼치는 요인을 실험적 관찰 결과를 토대로 적절히 비교 분석하여 결론에 도달할 수 있는지 평가하고자 하였고, 단순한 암기를 통해 답을 제시하는 태도에서 벗어나도록 유도하였다. 화학에서 많이 사용되는 적정법을 이용하여, 양적 관계를 통해, 농도를 결정하는 과정을 평가하고자 하였고, 주어진 정보를 활용하여 반응열과, pH를 논리적으로 유추할 수 있는지 평가하고자 하였다. 기본적으로 고등학교 화학 I 교과에 대한 이해의 충실도를 평가하려는 의도에서 문제를 출제하였으며, 교과서 내에서 다루는 내용에 기초한 문제들로 구성이 되었다. 고등학교 과정을 통해 얻어진 지식을 단순 나열이 아니라, 논리적 의견 전개를 통해 설득력 있게 서술이 가능한지에 대하여서도 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 화학 I

	영역별 내용
제시문1	[12화학Ⅰ01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다.
제시문2	[12화학Ⅰ01-01] 화학이 식량 문제, 의류 문제, 주거 문제 해결에 기여한 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
제시문3	[12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
제시문4	[12화학Ⅰ02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
제시문5	[12화학Ⅰ03-02] 이온 결합의 특성과 이온 화합물의 성질을 설명하고 예를 찾을 수 있다.
제시문6	[12화학Ⅰ04-03] 산·염기 중화 반응을 이해하고, 산·염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅰ04-04] 중화 적정 실험을 계획하고 수행할 수 있다.
제시문7	[12화학Ⅰ04-06] 화학 반응에서 열의 출입을 측정하는 실험을 수행할 수 있다.
제시문8	[12화학Ⅰ04-02] 물의 자동 이온화와 물의 이온화 상수를 이해하고, 수소 이온의 농도를 pH로 표현할 수 있다.
문제Ⅰ- i	[12화학Ⅰ01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다.
문제Ⅰ- ii	[12화학Ⅰ01-01] 화학이 식량 문제, 의류 문제, 주거 문제 해결에 기여한 사례를 조사하여 발표할 수 있다. [12화학Ⅰ01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다. [12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
문제Ⅰ-iii	[12화학Ⅰ02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
문제Ⅰ-iv	[12화학Ⅰ03-02] 이온 결합의 특성과 이온 화합물의 성질을 설명하고 예를 찾을 수 있다.
문제Ⅰ- v	[12화학Ⅰ04-03] 산·염기 중화 반응을 이해하고, 산·염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅰ04-04] 중화 적정 실험을 계획하고 수행할 수 있다. [12화학Ⅰ04-06] 화학 반응에서 열의 출입을 측정하는 실험을 수행할 수 있다.

나) 자료 출처

<제시문1>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	34-35
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	29-31
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	28-33
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	29-33
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	20-27

<제시문2>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	16
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	11
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	15
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	15
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	6

<제시문3>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	40-43
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	34-39
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	36-41
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	34-39
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	37-40

<제시문4>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	90-97
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	80-85
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	88-93
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	76-89
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	88-95

<제시문5>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	112-116
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	101-105
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	114-116
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	104-108
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	110-113

<제시문6>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	172-178
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	159-165
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	170-173
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	162-167
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	182-185

<제시문7>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	195
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	174
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	191
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	174
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	204-206

<제시문8>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	169
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	151
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	162
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	151
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	166-169

<화학Ⅰ-ⅰ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	34-35
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	29-31
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	28-33
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	29-33
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	20-27

<화학Ⅰ-ⅱ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	40-43
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	34-39
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	36-41
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	34-39
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	37-40, 51

<화학Ⅰ-ⅲ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	90-97
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	80-85
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	88-93
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	76-89
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	88-95

<화학Ⅰ-ⅳ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	112-116
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	101-105
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	114-116
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	104-108
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	110-113, 116

<화학Ⅰ-ⅴ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	172-178, 169, 195
	화학I	박종석 외 7인	비상	2020	159-165, 151, 174
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	170-173, 162, 191
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	162-167, 151, 174
기타	수능특강 화학1	권기섭 외 5인	EBS	2021	182-185, 204-206, 166-169

5. 문항 해설

<화학 Ⅰ - ⅰ>

아보가드로 법칙을 이해하여, 주어진 조건에서 분자량을 유추하고, 이 정보를 이용하여, 다시 부피로 전환하는 화학 양론을 다룰 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅱ>

하버의 암모니아 합성 과정에 관한 화학 양론 계산을 수행할 수 있으며, 화학 반응을 화학 반응식으로 제시하고, 이를 바탕으로 발생한 기체와 반응물과의 몰 수 관계를 이해하여 그래프로 나타낼 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅲ>

원자 모형을 이해하여, 이온화 에너지의 변화 경향을 원자 모형과 연관 지어 설명이 가능한지 평가하고자 하였다. 또한, 유효핵 전하의 개념을 이온 반지름과 연관 지어 설명하는 이해도를 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅳ>

이온 결합 화합물에 영향을 끼치는 요인을 실험적 관찰 결과를 토대로 적절히 비교 분석하여 밝혀내고, 논리적인 결론에 도달할 수 있는지 평가하고자 하였다. 단순한 암기를 통해 답을 제시하는 것이 아니라 주어진 탐구 결과의 관찰 결과를 제시하여, 설득력 있는 논리적 기술이 가능한지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ - ⅴ>

화학에서 많이 사용되는 적정법을 이용하여, 양적 관계를 통해, 농도를 결정하는 과정을 평가하고자 하였고, 주어진 정보를 활용하여 반응열과, pH를 논리적으로 유추할 수 있는지 평가하고자 하였다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
I - i	• 아보가드로 법칙을 정확하게 이해하는지 평가함.	5
I - ii	• 화학 양론, 화학식을 이해하는지 평가함.	5
I - iii	• 이온화 에너지, 원자 모형, 원자 반지름 크기의 경향을 이해하는지 평가함.	10
I - iv	• 이온 결합 화합물의 녹는점 탐구 결과를 정전기적 인력과 연관지을 수 있어, 탐구 결과의 경향을 이해할 수 있는지 묻는 문제이다. 논리적으로 과학적 결론을 제시할 수 있는지 평가함.	10
I - v	• 산 염기 정의를 이해하고, pH를 논리적으로 추론이 가능한지 평가함. 또한, 화학 반응열을 주어진 정보를 토대로 추론하는 능력이 있는지 평가함.	10

7. 예시 답안

<화학 I - i >

모든 기체는 같은 온도와 압력에서 같은 부피 속에 같은 수의 분자가 들어 있다. 밀도=$\frac{질량}{부피}$이므로 기체의 분자량 비는 밀도 비와 같다. 어느 한 기체의 분자량을 알고 있으면 두 기체의 밀도 비를 이용하여 다른 기체의 분자량을 구할 수 있다.

먼저 미지의 기체 A의 분자량을 먼저 구한다.

기체 A의 밀도 = $\frac{8}{5}$(g/L)

CO2의 밀도 = $\frac{22}{10}=\frac{11}{5}$(g/L)

$$\frac{A의\,분자량}{CO2의\,분자량}=\frac{A의\,밀도}{CO2의\,밀도}$$

$$\frac{A의\,분자량}{44}=\frac{\frac{8}{5}}{\frac{11}{5}}=\frac{8}{11}$$

A의 분자량 = 32 g/mol이다.

따라서, 미지의 기체 A 64 g은 $\frac{64}{32}=2$몰이다.

0℃, 1기압, 1몰의 기체는 22.4 L를 차지하므로, 2몰의 기체는 44.8 L를 차지한다.

<화학 I - ii >

$x \geq 6$ 일 때, N_2가 모두 소진되므로 최대 반응할 수 있는 H_2의 양은 6몰이다.

	$N_2(g)$ +	$3H_2(g)$ -->	$2NH_3(g)$
초기	2몰	x몰	0몰
반응	2몰	6몰	4몰
나중	0몰	$x-6$ 몰	4몰

전체 기체의 양 (n) = $x-6+4=x-2$

x = 6 일 때, n = 4

x = 8 일 때, n = 6

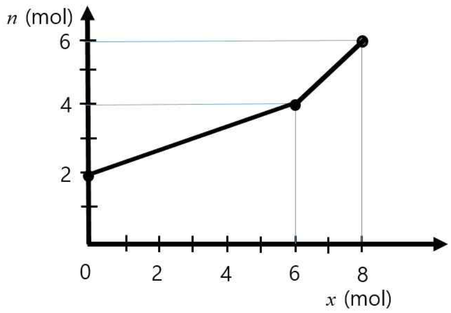
$x<6$ 일 때, N_2는 남는다. H_2는 모두 반응하여 소진된다.

	$N_2(g)$ +	$3H_2(g)$ -->	$2NH_3(g)$
초기	2몰	x몰	0몰
반응	$\frac{x}{3}$몰	x몰	$\frac{2x}{3}$몰
나중	$2-\frac{x}{3}$몰	0 몰	$\frac{2x}{3}$몰

전체 기체의 양 (n) = $2-\frac{x}{3}+\frac{2x}{3}=2+\frac{x}{3}$

x = 0 일 때, n = 2

x = 6 일 때, n = 4



<화학 I -iii>

순차 이온화 에너지가 급격히 증가하기 직전까지 떼어 낸 전가수는 원자가 전자 수와 같다. 원자 (다)는 순차적 이온화 에너지 $E_3 \rightarrow E_4$ 에서 급격하게 증가했으므로, 원자 (다)는 원자가 전자 수가 3개이다.

비활성 기체와 같은 전자 배치를 갖는 이온은 3개의 전자를 떼어내어야 한다. 이를 위한 최소 에너지는 원자 (다)의 원자가 전자를 모두 떼어 내는 데 필요한 순차 이온화 에너지의 합이다. 따라서, $578+1817+2745 = 5140\,kJ/mol$ 이다.

원자 (가)~(다)가 등전자 이온으로 존재할 때, (가)는 +1, (나)는 +2, (다)는 +3가 이온이다. 같은 주기에 있고, 원자 (가) -->(다)로 진행할수록 양성자 수가 증가하며, 유효핵 전하가 증가하여, 이온의 크기가 더욱 작아진다. 따라서, 이온 반지름의 크기는 (다)<(나)<(가)이다.

<화학 I -iv>

이온 사이의 거리와 이온의 전하량은 정전기적 인력에 영향을 끼치게 되고 이로 인해 녹는점에 영향을 끼친다.

이온 사이의 거리와 녹는점의 관계를 확인하기 위해 전하량의 크기가 같은 이온으로 구성된 물질을 비교해야 한다. 따라서, 이온의 전하량이 (+1, -1)인 물질인 NaCl, NaBr, NaI의 녹는점과 이온 사이의 거리를 비교한다. 거리가 작아질수록 녹는점이 높아진다.

이온의 전하량이 (+2, -2)인 물질인 CaO, SrO, BaO의 녹는점과 이온 사이의 거리를 비교한다. 이 또한 거리가 작아질수록 녹는점이 높아진다.

이온의 전하량과 녹는점의 관계를 확인하기 위해 이온 사이의 거리가 비슷하며 전하량이 다른 이온으로 구성된 물질을 비교해야 한다. 따라서 NaCl과 BaO를 비교하면 거리가 서로 비슷하며, 이온의 전하량이 커질수록 녹는점이 커지므로, 이온의 전하량이 클수록 녹는점이 높아진다.

<화학 I - v>

[산 염기 중화 적정 실험 과정]을 통해 적정에 사용된 NaOH의 부피(V)를 구한다.

삼각 플라스크에 있는 H_2SO_4의 몰수를 계산하면,

$0.10M \times 10mL \times \frac{50}{100} = 0.5 \times 10^{-3} mol$

적정에 필요한 0.1 M NaOH의 부피는 가수를 고려하여 계산하면,

$0.5\times10^{-3}\times2=0.1\times V$
$1.0\times10^{-2}=V$
V = 0.01 L = 10 mL 이다.

[화학 반응에 출입하는 열의 측정 실험]에서 온도 T℃를 계산하면 다음과 같다.
화학 반응에서 발생한 열량 = 열량계 속 용액의 얻은 열량
열량계 속 용액이 얻은 열량 = 질량 x 비열 x 온도 변화량

NaOH 10 mL + HCl 90 mL = 100 mL이다. 밀도가 1.00 g/mL이므로, 100g이다.
열량 = 질량 X 비열 X 온도변화량
$1.26\times10^{3}=100\times4.2\times(T-22.0)$
T = 25℃이다.

pH를 계산하면 다음과 같다.

	NaOH(aq) +	HCl(aq)	-----> NaCl(aq) + H2O(l)
초기(몰)	$0.1\times10\times10^{-3}$ $=0.001$	$0.01\times90\times10^{-3}$ $=0.0009$	
반응(몰)	0.0009	0.0009	
반응 후(몰)	0.0001	0	

전체 부피는 10 mL+ 90 mL= 100 mL이다.

용액안에 NaOH의 농도는 $\frac{0.0001}{100\times10^{-3}}=0.001M$
$pOH=-\log[10^{-3}]=3$
pH + pOH = 14 이므로, pH=11이다.

문항카드 19

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 생명과학Ⅰ	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	병원체, 면역 반응, 유전, 세포 주기
예상 소요 시간	40분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

다음 <제시문1>~<제시문6>을 읽고 [생명과학Ⅰ-i]~[생명과학Ⅰ-ⅳ]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>
질병은 비감염성 질병과 감염성 질병으로 나눌 수 있다. 비감염성 질병은 고혈압, 당뇨병과 같이 병원체와는 상관없이 일어나며, 감염성 질병은 세균, 바이러스, 원생생물, 곰팡이 등이 몸에 침입하여 발생한다. 이와 같이 감염성 질병을 일으키는 것을 병원체라 한다. 체내에 침입한 세균은 빠르게 증식하고 독소를 만들어 세포의 기능을 저해하거나 세포에 손상을 입힌다. 세균이 질병의 원인일 때는 항생제로 치료한다. 바이러스는 숙주 세포 내에 증식하면서 숙주 세포가 정상적으로 기능하지 못하게 하고 이들을 파괴하여 질병을 유발한다. 바이러스의 작용을 억제하기 위해서는 항바이러스제가 쓰이지만, 바이러스가 증식하는 과정에서 돌연변이가 자주 일어나 예방과 치료가 어렵다.

<제시문2>
우리 몸의 방어 작용에는 병원체의 종류에 관계없이 동일한 방식으로 일어나는 비특이적 방어 작용과 병원체의 종류에 따라 다르게 작용하는 특이적 방어 작용이 있다. 특이적 방어 작용은 비특이적 방어 작용에 비해 느리게 일어나지만, 침입한 병원체를 인식하고 기억하는 특성이 있으며, 여기에는 여러 가지 종류의 림프구와 항체가 중요한 역할을 한다.

<제시문3>
몸에 병원체 같은 이물질이 침입하면 이를 제거하는 면역 반응이 일어나며, 면역 반응을 일으키는 이물질을 항원이라고 한다. 항원이 체내에 처음 침입하면 항체를 생성하는 1차 면역 반응이 일어난다. 항원이 재침입하면 다량의 항체가 빠르게 생성되는 2차 면역 반응이 일어난다. 항체는 항원과 결합하여 항원의 기능을 무력화시키는데, 이러한 반응을 항원 항체 반응이라고 한다.

<제시문4>
한 생물이 가진 염색체의 수, 모양, 크기 등과 같이 관찰할 수 있는 염색체의 형태적인 특징을 핵형이라고 하며, 핵형 분석을 통해 성별과 염색체 수, 구조 이상을 확인할 수 있다. 염색체 수 이상은 대부분 감수 분열 과정에서 나타나는 염색체 비분리 현상에 의해 나타나는데, 21번 염색체가 3개로 47개의 염색체를 가지는 다운 증후군이 예가 된다. 염색체 구조 이상에는 염색체의 결실, 중복, 역위, 전좌가 있다.

<제시문5>
형질을 결정하는 유전자가 어느 염색체에 있느냐에 따라 상염색체 유전과 성염색체 유전으로 구분된다. 상염색체 유전의 경우 남녀에 공통으로 유전자가 있으므로 성별에 관계없이 유전된다. 성염색체 유전은 X염색체나 Y염색체에 존재하는 유전자에 의해 형질이 결정되는 경우이며, 성염색체에 있는 유전자에 의해 일어나는 유전 현상을 반성 유전이라고 한다.

<제시문6>
모세포가 분열하여 세포가 형성된 순간부터 그 세포가 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 하며, 간기와 분열기로 구분한다. G_1기는 활발한 물질대사를 통해 세포가 생장하는 시기이며, S기는 DNA 복제가 일어나는 시기이다. 간기를 거친 세포는 분열기로 들어간다. 세포 분열에는 체세포 분열과 감수 분열이 있으며, 가장 큰 차이점은 분열 후 염색체 수의 변화이다.

[생명과학 Ⅰ- ⅰ]
율전이는 병원체 A에 대한 특이적 방어 작용을 연구하기 위하여, 병원체에 한 번도 노출된 적이 없는 생쥐 1, 2번에 병원체 A를 주입하고, 30일 후까지 형질 세포와 세포 독성 T 세포의 수를 각각 측정하여 <표1>에 기록하였다. 병원체 A에 감염된 지 30일째 되는 날, 건강을 회복한 생쥐 1, 2번에서 혈장을 얻어서 냉장고에 보관을 하였다. 이후, B 세포와 T 세포가 모두 결핍된 생쥐 3, 4번을 병원체 A에 노출 시키고, 생쥐 3번에는 생쥐 1번에서 얻은 혈장을, 생쥐 4번에는 생쥐 2번에서 얻은 혈장을 주입하여, 30일 동안 생쥐의 건강 상태를 관찰하였다. (단, 모든 생쥐에는 동일한 양의 병원체 A가 사용되었으며, 관찰 기간 동안 병원체 A에 대한 면역 반응만 일어났다.)

<표1>

세포수 \ 기간		병원체 주입	3일	7일	10일	15일	20일	25일	30일
형질 세포 수 (상대값)	생쥐 1번	0	0	0	0	0	0	0	0
	생쥐 2번	0	400	1,000	2,500	4,000	800	400	20
세포 독성 T 세포 수 (상대값)	생쥐 1번	0	1,600	3,200	6,400	2,000	800	800	20
	생쥐 2번	0	1,500	3,000	6,000	2,000	600	600	20

(가) 병원체 A에 대한 생쥐 1, 2번의 특이적 방어 작용에 대해 그 근거를 논하시오.
(나) 생쥐 3, 4번이 병원체 A에 감염된 지 30일이 되는 시점에 생쥐 3, 4번의 생존 여부를 유추하고, 그 근거를 논하시오. (단, 생쥐 3, 4번은 유전적으로 동일하다.)

[생명과학 Ⅰ- ⅱ]
명륜이는 병원체 A에서 파생된 병원체 A1, A2에 의한 감염병을 연구하기 위해 유전적으로 동일한 생쥐를 이용하여, 세 단계의 실험을 수행하였으며 아래는 첫 번째 단계의 실험 결과이다.
1. 같은 시기에 같은 양의 병원체 A가 주입된 생쥐 6 ~ 10번은 일정 기간이 지난 후 건강을 회복하

였다.
2. 생쥐 6 ~ 10번의 혈중 항체 농도 변화는 <표2>와 같다.
3. 생쥐 6, 7번의 병원체 A에 대한 기억 세포 형성 여부에 대한 기록은 없다.
4. 생쥐 8 ~ 10번에서는 병원체 A에 대한 기억 세포가 발견되었다.
5. 생쥐 6 ~ 10번은 병원체 A외 다른 병원체에는 노출된 적이 없다.

<표2>

	병원체 A 주입	4일	7일	10일	14일	17일	21일	25일	28일
생쥐 6번	해당 없음	해당 없음	20	70	250	180	100	50	30
생쥐 7번	해당 없음	해당 없음	40	70	300	200	120	50	10
생쥐 8번	해당 없음	해당 없음	20	100	400	200	60	30	20
생쥐 9번	해당 없음	해당 없음	40	80	200	140	50	20	3
생쥐 10번	해당 없음	해당 없음	30	90	330	200	70	10	3

두 번째 단계에서 명륜이는 A1을 생쥐 6, 7번에, A2를 생쥐 8, 9, 10번에 주입하여 혈중 항체 농도를 확인하였다. 각 생쥐에는 동일한 양의 A1, A2를 사용하였고, 혈중 항체 농도 결과는 각각 <표3>, <표4>에 표시하였다. (단, 모든 생쥐에서는 병원체 A1, A2에 대한 면역 반응만이 일어나고, T 세포에 의한 면역 반응은 고려하지 않는다. 혈중 항체 농도는 상대값이다.)

<표3>

	병원체 A1 주입	4일	7일	10일	14일	17일	21일	25일	28일
생쥐 6번	해당 없음	800	10000	9000	6000	2500	1360	800	500
생쥐 7번	해당 없음	1000	18000	10000	8000	4000	1800	1200	900

<표4>

	병원체 A2 주입	4일	7일	10일	14일	17일	21일	25일	28일
생쥐 8번	해당 없음	10	20	80	360	180	80	25	20
생쥐 9번	해당 없음	10	30	90	200	120	60	20	15
생쥐 10번	해당 없음	20	28	60	280	160	70	30	3

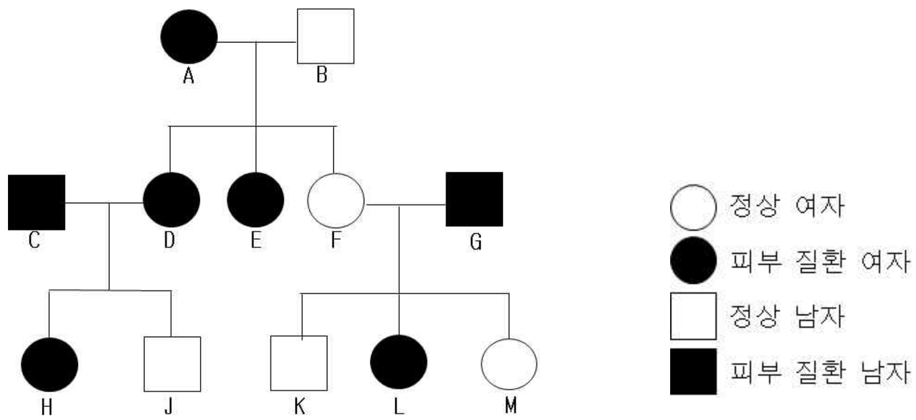
(가) 병원체 A, A1, A2의 동일성 여부를 분석하고, 그 이유를 논하시오.

이후, 명륜이는 병원체 A2에 대해 인공적으로 적당한 처리를 통해 독성을 없앤 물질을 개발하였다. 이것의 효능을 확인하기 위해, 명륜이는 이 물질을 생쥐 6 ~ 10번에 주입하고 30일간 생쥐의 혈중 항체 농도 변화를 관찰하였다.

(나) 각각의 생쥐에서 예상되는 혈중 항체 농도 변화 그래프를 그리고, 그 이유를 논하시오. (단, 모든 생쥐에는 같은 양의 물질을 주입하였다.)

[생명과학Ⅰ-ⅲ] 최근 뉴스에서 특정 피부 유전 질환이 있는 사람은 병원체 A에 감염될 확률이 높다는 연구 결과가 보도되었다. 율전이(J)와 명륜이(L)의 가계도는 <그림1>과 같다. 율전이와 명륜이가 병원체 A에 노출이 되었고, 명륜이만 병원체 A에 감염이 되었다. 율전이가 감염되지 않은 이유를 찾기 위하여 피부 유전 질환과 관련 있는 유전자 Q와 q의 DNA 상대량을 측정하여 <표5>에 기록하였다. 대립 유전자 Q와 q의 우열 관계는 분명하고, 각각의 DNA 상대량은 1이다. (단, A ~ M의 염색체 수는 모두 정상이고, 염색체 비분리는 일어나지 않는다.)

<그림1>



<표5>

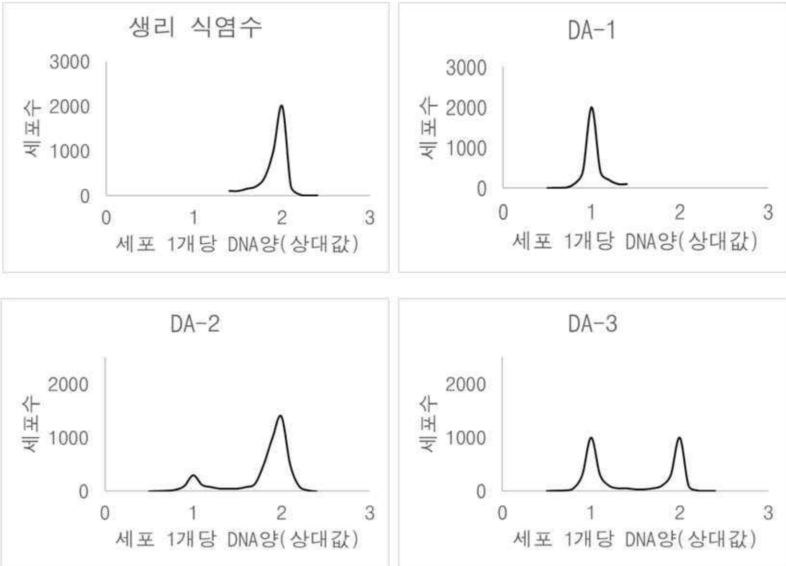
	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M
Q와 q의 DNA 상대량	2	1	1	1	2	2	1	2	0	1	1	1
감염 여부	○	×	○	○	○	×	○	○	×	×	○	×

○ 감염됨; × 감염안됨

(가) 피부 질환이 우성 형질인지 열성 형질인지, 그리고 성염색체 유전인지 상염색체 유전인지를 찾고, 그 근거를 논하시오.
(나) <그림1>과 <표5>를 참고하여, 율전이(J)가 병원체 A에 감염 되지 않은 이유를 모두 논하시오.
(다) 명륜이 여동생(M)이 병원체 A에 감염 되지 않은 이유를 명륜이(L)와 비교하여 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅳ] 율전이와 명륜이는 병원체 A에 대한 후보 약물 3가지(DA-1, DA-2, DA-3)를 개발하여 각각의 효능을 확인한 후, 안전성 평가를 위해 약물이 동물의 체세포 주기에 미치는 영향을 확인하는 실험을 진행하였다. 병원체 A에 감염되지 않은 체세포 분열 직후 상태의 세포들을 4개의 그룹으로 나누어, 각각에 생리 식염수와 후보 약물들을 처리하였다. <그림2>는 약물을 처리한 지 20시간이 경과된 시점의 세포 1개당 DNA 양에 따른 세포 수를 나타낸 것이고, <표6>는 실험에 사용된 동물 체세포 주기이다.

<그림2>



<표6>

G_1	S	G_2	M
6시간	12시간	2.5시간	0.5시간

병원체 A에 대한 후보 약물 3가지를 안전성이 높은 것부터 순서대로 나열하고, 그 이유를 논하시오. (단, 3개 약물 모두 병원체 A에 대한 효능은 같다. 각 그룹에는 같은 수의 세포가 사용되었으며 약물 농도는 고려하지 않는다.)

3. 출제 의도

코로나 바이러스-2019 유행 현 상황을 반영하여, 코로나 바이러스와 같은 병원체 감염에 관련한 소문항 4문제가 출제되었다. 첫 번째, 두 번째 문항은 <Ⅲ. 항상성과 몸의 조절> - <질병과 방어 작용>에서 학습한 개념과 원리를 이용하여 제시된 표와 질문의 제시문으로부터 병원체 감염에 대한 인체의 방어 작용을 추론할 수 있는지, 백신의 작용 원리를 이해하고 있는지 등을 평가하고자 하였다. 세 번째, 네 번째 문항은 <Ⅳ. 유전>에서 학습한 개념과 원리를 이용하여 제시된 표와 그림으로부터 성염색체 유전과 염색체 구조 이상을 추론하고 병원체 감염 가능성을 예측할 수 있는지, 세포 주기를 분석하여 안전성이 높은 약물을 추론할 수 있는지 등을 종합적으로 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 생명과학 I

	영역별 내용
제시문	[12생과Ⅰ03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다. [12생과Ⅰ04-01] 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열과 관련지어 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
문제Ⅰ- i	[12생과Ⅰ03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
문제Ⅰ-ii	[12생과Ⅰ03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어 작용을 이해하고, 관련 질환에 대한 예방과 치료 사례를 조사하여 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다
문제Ⅰ-iii	[12생과Ⅰ04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
문제Ⅰ-iv	[12생과Ⅰ04-01] 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열과 관련지어 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학I	전상학 외 7인	지학사	2020	92-99, 116, 123, 126-137
	생명과학I	권혁빈 외 5인	교학사	2021	96-109, 124, 134-139, 146
	생명과학I	이준규 외 5인	천재교육	2021	95-104, 123-125, 135-138, 141-143
	생명과학I	오현선 외 5인	미래엔	2020	100-115, 128, 131, 140-144, 151
	생명과학I	김윤택 외 4인	동아출판	2020	93-102, 120, 122, 135-138, 146-147
	생명과학I	이용철 외 3인	YBM	2020	99-111, 125-130, 141-154

5. 문항 해설

[생명과학I-ⅰ]

우리 몸의 특이적 방어 기작에는 체액성 면역 반응과 세포성 면역 반응이 있다. 체액성 면역에서는 보조 T 림프구가 B 림프구의 분화를 촉진하여 형질세포와 기억 세포가 만들어진다. 형질세포는 항체를 생성하고 기억 세포는 항원의 특성을 기억하여 병원체에 의한 감염이 다시 일어나면 빠르게 다량의 항체를 생성하여, 병원체를 효과적으로 제거할 수 있다. 세포성 면역에서는 활성화 된 세포독성 T 세포가 감염된 세포를 직접 공격하여 제거한다. 본 소문항에서는 (가) 형질세포와 세포독성 T 세포의 기능에 대한 이해를 바탕으로 병원체에 대한 방어 기작을 추론하는 능력과 (나) 항체 치료제의 기본 개념을 이해하고, 적용하는 능력을 평가하고자 하였다.

(가) <표1>에서 생쥐 1번은 병원체 주입 이후 형질세포 수에는 변화가 없고, 세포독성 T 세포 수는 증가했다가 감소한다. 생쥐 2번은 병원체 주입 이후 형질세포 수와 세포독성 T 세포 수 모두 증가했다가 감소한다. 즉, 생쥐 1번에서는 항원-항체 반응은 일어나지 못하고, 세포독성 T 세포가 감염된 세포를 직접 공격하는 세포성 면역 반응이 나타난다. 생쥐 2번에서는 항원-항체 반응과, 세포독성 T 세포에 의한 방어작용, 즉 체액성 면역 반응과 세포성 면역 반응이 모두 나타난다.

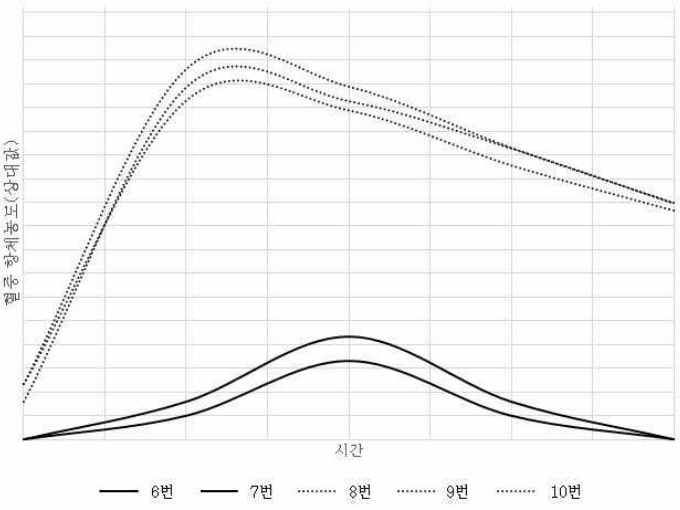
(나) 생쥐 3, 4번은 B 세포, T 세포가 모두 없기 때문에 생쥐 스스로는 병원체에 대한 방어작용을 할 수 없다. <표1>을 통해 생쥐 1번은 병원체 A에 대한 특이적인 항체가 없고, 생쥐 2번은 병원체 A에 대한 특이적인 항체가 있음을 예측할 수 있다. 따라서, 생쥐 2번의 혈장을 병원체 A에 감염된 생쥐 4번에게 주입하면 생쥐 4번은 생쥐 2번의 항체를 이용하여 항원을 제거하고 살 수 있다. 하지만, 생쥐 1번의 혈장, 즉 병원체 A에 대한 항체가 없는 혈장을 받은 생쥐 3번은 병원체 A 감염 후, 항원을 제거할 수 없어 건강의 회복이 어렵다.

[생명과학I-ⅱ]

체내에 병원체가 처음 침입하였을 때 나타나는 면역반응을 1차 면역반응이라고 하고, 같은 병원체가 다시 침입하였을 때 나타나는 면역반응을 2차 면역반응이라고 한다. 1차 면역반응에서는 항체가 생성되기까지 상대적으로 긴 시간이 걸리고 소량의 항체만 생성된다. 반면, 2차 면역반응에서는 항원 침입 직후 항체가 신속하게 다량 생성되는데, 이는 1차 면역반응에서 생성된 기억세포가 바로 형질세포로 분화되기 때문이다. 본 소문항에서는 (가) 기억 세포에 대한 이해를 바탕으로 제시된 실험 결과를 분석하여 특정 항원에 대한 2차 면역반응을 추론함으로써 동일한 항원인지의 여부를 판단하는 능력과 (나) 백신의 원리를 이해하여 백신 주입 후 생성되는 항체의 양을 추론하는 능력을 평가하고자 하였다.

(가) 실험 결과와 <표2>에서 생쥐 6~10번은 병원체 A에만 노출되었고 1차 면역반응이 일어난 것을 알 수 있다. 기억 세포 형성 여부는 알 수 없지만, <표3>에 의하면 생쥐 6~7번은 병원체 A1을 주입하면 2차 면역반응이 나타난다. 따라서 병원체 A1은 A와 같은 병원체인 것을 알 수 있다. 실험 결과에 의하면 생쥐 8~10번은 병원체 A에 노출 후 기억 세포를 형성하였다. <표4>에서 A2에 노출된 병원체 8~10번의 혈중 항체 변화가 1차 면역반응을 나타내고 있기 때문에 병원체 A와 A2는 동일한 병원체가 아님을 알 수 있다.

(나) 병원체 A2에 대해 인공적으로 적당한 처리를 통해 독성을 없앤 물질은 병원체 A2와 같은 항원으로 백신을 의미한다. 따라서 이 물질을 생쥐에게 주입하면 병원체 A2와 똑같은 면역반응을 야기한다. 생쥐 8~10번은 A2에 한번 노출되어, A2 항원에 대한 기억세포가 있기 때문에, 같은 항원(물질)이 다시 주입되면 빠르게 많은 양의 항체가 형성 (2차 면역반응) 될 것이다. 앞에서 A2는 A와 다른 병원체임을 확인하였고, 생쥐 6~7번은 A2에 노출된 적이 없기 때문에, 생쥐 8~10번에 비해서 느리게 작은 양의 항체가 형성 (1차 면역반응) 될 것이다. 따라서 예상되는 혈중 항체 농도 변화 그래프는 아래와 같다. 정확한 항체 양을 추정할 수 있는 데이터가 주어지지 않았기 때문에 생쥐 6~7번 사이의 항체 농도 차이, 생쥐 8~10번 사이의 항체 농도 차이는 알 수 없다.



[생명과학I-iii]

사람의 형질 유전은 해당 형질을 결정하는 유전자가 상염색체에 있는지 성염색체에 있는지에 따라 구분할 수 있다. 유전자는 염색체에 일정한 순서로 배열되어 있으며, 염색체의 수나 구조에 이상이 생기거나 유전자에 이상이 생기면 정상 형질과 다른 형질이 나타날 수 있다. 본 소문항에서는 (가) 유전, 사람의 형질에 대한 이해를 바탕으로 가계도를 분석하고 성염색체 우성유전을 추론하는 능력, (나) 염색체 구조 이상에 대한 지식을 바탕으로 가계도와 유전형질 유전자의 DNA 상대량, 감염 여부 등을 통합 분석하여 염색체 결실을 추론하는 능력, (다) 염색체 구조 이상에 의거하여 같은 유전자형에서도 다른 표현형이 나올 수 있음을 추론하는 능력을 평가하고자 하였다.

(가) <표5>의 대립유전자 Q와 q의 DNA 상대량으로부터 성염색체 유전, X염색체 유전이라는 것을 알 수 있다. <그림1>에서 D, E, F는 각각 A, B로부터 X염색체 한 개씩을 받게 된다. A, B, E, F 의 Q와 q의 DNA 상대량이 정상이기 때문에 형질을 판단하면, A는 X^QX^q, B는 X^qY, E는 X^QX^q는, F는 X^qX^q 임을 알 수 있고, 따라서 피부질환은 우성 형질이다.

(나) <그림1>에서 A는 X^QX^q, B는 X^qY이기 때문에 D는 X^QX^q이다. 그런데 <표5>에서 D의 Q와 q의 DNA 상대량이 1이기 때문에 q 유전자가 있는 염색체에 결실이 있음을 알 수 있다. 율전이(J)가 엄마로부터 결실된 X^q를 받거나, 정상 X^Q를 받은 후 염색체 결실이 생기게 되면 율전이는 감염병에 걸리지 않게 된다. <표5>에서 Q와 q의 DNA 상대량이 0인 것으로 위의 추론이 증명된다.

(다) <그림1>에서 F는 X^qX^q, G는 X^QY이고, L과 M은 X^QX^q임을 알 수 있다. L과 M 모두 Q와 q의 DNA 상대량이 1이기 때문에 염색체 결실을 예상할 수 있으며, 피부질환이 우성 유전인 것에 기인하여, X^Q염색체가 결실되면 정상, 즉 피부질환이 나타나지 않고, 감염 확률이 떨어짐을 증명할 수 있다. 따라서, 명륜이(L)는 X^q염색체 결실, 명륜이 여동생은 X^Q염색체 결실을 추론할 수 있다.

[생명과학I-ⅳ]

세포주기는 모세포가 분열하여 세포가 형성된 순간부터 그 세포가 분열을 마칠 때까지의 기간으로 간기와 분열기로 구분한다. 간기는 G_1기, S기, G_2기로 구분된다. G_1기는 활발한 물질대사를 통해 세포가 생장하는 시기이며, S기는 DNA 복제가 일어나 DNA 양이 2배로 증가하는 시기이다. G_2기는 염색체 이동에 필요한 물질 등을 합성하며 분열을 준비하는 시기이다. 간기를 거친 세포는 분열기로 들어간다. 본 소문항에서는 세포주기에 대한 이해를 바탕으로 약물의 안전성을 추론하는 능력을 평가하고자 하였다. 딸세포가 형성된 순간부터 20시간 뒤 세포는 G2기에 있음을 <표6>를 통해 알 수 있다. <그림2>에서 생리식염수 처리 후 20시간 뒤, 즉 G2기에서 세포가 한 곳에서 발견되며, 그때의 세포 1개당 DNA양(상대값)은 2가 된다. 따라서 본 그림에서 G1기의 세포는 세포 1개당 DNA양이 1이 되고, S기의 세포는 세포 1개당 DNA양이 1~2가 된다. DA-1이 처리된 세포 대부분은 G1기에 있고, DA-2가 처리된 세포는 G2기로 많이 이동했으며, DA-3이 처리된 세포의 50%는 G1기, 50%는 G2기에 있다. 즉 DA-1은 세포 분열을 저해함을 추론할 수 있고, 이것은 동물의 안전성에 문제가 된다. DA-2는 DA-3 보다 정상적인 세포주기를 보여주므로, DA-2가 가장 안전하다. 따라서, 약물을 안전성이 높은 것부터 나열하면 DA-2, DA-3, DA-1이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
Ⅰ- i	• 주어진 실험 결과를 이용하여 병원체 A에 대한 세포성 면역 반응을 추론할 수 있는가?	9
Ⅰ-ii	• 주어진 실험 결과를 이용하여 병원체 A에 대한 체액성 면역 반응을 추론할 수 있는가?	9
Ⅰ-iii	• 주어진 결과를 보고 유전 양식, 유전 형질을 추론할 수 있는가? • 주어진 결과를 보고 감염, 비감염 원인을 추론할 수 있는가?	18
Ⅰ-iv	• 주어진 결과를 보고 세포 주기를 추론하여 치료 약물의 안전성을 설명할 수 있는가?	4

7. 예시 답안

[생명과학I-ⅰ]

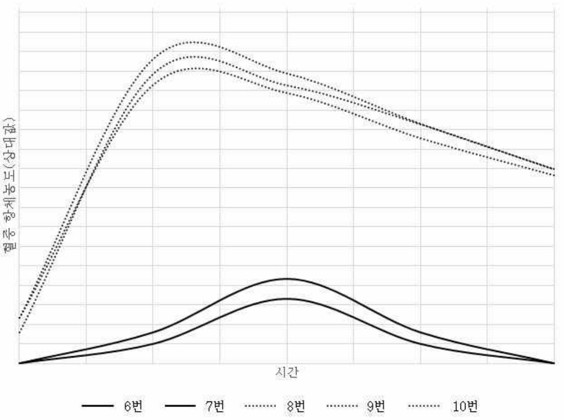
(가) <표1>에 의하면 병원체 A에 감염된 생쥐 1번은 형질세포 수는 증가하지 않고, 세포독성 T 세포 수만 증가 한다. 병원체 B에 감염된 생쥐 2번은 형질세포 수와 세포독성 T 세포 수 모두 증가한다. 따라서 생쥐 1번은 세포독성 T 세포에 의한 특이적 방어 반응, 생쥐 2번은 세포독성 T 세포와 형질세포에서 생산된 항체에 의한 특이적 방어 반응을 통해 병원체 A 감염에서 회복했다.

(나) <표1>에 의하면 병원체 A에 감염된 생쥐 1번은 형질세포 수가 증가하지 않았기 때문에, 병원체 A에 대한 항체를 생산하지 못한다. 반면에 생쥐 2번은 형질세포 수가 증가했기 때문에, 병원체 A에 대한 항체를 생산하다. 생쥐 3, 4번은 B 세포, T 세포가 모두 없기 때문에 병원체 A에 노출되면 면역 방어 반응을 할 수 없다. 생쥐 1번의 혈장은 항체를 보유하지 않기 때문에 생쥐 3번에 넣어주더라도 생쥐 3번은 병원체 A 감염에서 회복할 수 없고 죽는다. 생쥐 2번의 혈장은 항체를 보유하고 있기 때문에 생쥐 4번에 넣어주면 병원체 A 감염으로부터 회복한다.

[생명과학I-ⅱ]

(가) 실험 결과와 <표2>에서 생쥐 6~10번은 병원체 A에만 노출되었고 1차 면역반응이 일어난 것을 알 수 있고, <표3>에 의하면 생쥐 6~7번은 병원체 A1을 주입하면 2차 면역반응이 나타난다. 따라서 병원체 A1은 A와 같은 병원체인 것을 알 수 있다. <표2>에 의하면 생쥐 8~10번은 병원체 A에 노출 후 기억 세포를 형성하였다. <표4>에서 A2에 노출된 병원체 8~10번의 혈중 항체 변화가 1차 면역반응을 나타내고 있기 때문에 병원체 A와 A2는 동일한 병원체가 아님을 알 수 있다.

(나) 병원체 A2에 대해 인공적으로 적당한 처리를 통해 독성을 없앤 물질은 병원체 A2와 같은 항원으로 백신을 의미한다. 따라서 이 물질을 생쥐에게 주입하면 병원체 A2와 똑같은 면역반응을 야기한다. 생쥐 8~10번은 A2에 한번 노출되어, A2 항원에 대한 기억세포가 있기 때문에, 같은 항원(물질)이 다시 주입되면 빠르게 많은 양의 항체가 형성 (2차 면역반응) 될 것이다. 앞에서 A2는 A와 다른 병원체임을 확인하였고, 생쥐 6~7번은 A2에 노출된 적이 없기 때문에 생쥐 8~10번에 비해서 느리게 작은 양의 항체가 형성(1차 면역반응)될 것이다. 따라서 예상되는 혈중 항체 농도 변화 그래프는 아래와 같다. 정확한 항체 양을 추정할 수 있는 데이터가 주어지지 않았기 때문에 생쥐 6~7번 사이의 항체 농도 차이, 생쥐 8~10번 사이의 항체 농도 차이는 알 수 없다.



[생명과학I-ⅲ]

(가) <표5>의 대립유전자 Q와 q의 DNA 상대량으로부터 성염색체 유전, X 염색체 유전이라는 것을 알 수 있다. <그림1>에서 D, E, F는 각각 A, B로부터 X 염색체 한 개씩을 받게 된다. A, B, E, F의 Q와 q의 DNA 상대량이 정상이기 때문에 형질을 판단하면, A는 X^QX^q, B는 X^qY, E는 X^QX^q는, F는 X^qX^q 임을 알 수 있고, 따라서 피부질환은 우성 형질이다.

(나) <그림1>에서 A는 X^QX^q, B는 X^qY이기 때문에 D는 X^QX^q이다. 그런데 <표5>에서 D의 Q와 q의 DNA 상대량이 1이기 때문에 q 유전자가 있는 염색체에 결실이 있음을 알 수 있다. 율전이(J)가 엄마로부터 결실된 X^q를 받거나, 정상 X^Q를 받은 후 염색체 결실이 생기게 되면 율전이는 감염병에 걸리지 않게 된다. <표5>에서 Q와 q의 DNA 상대량이 0인 것으로 위의 추론이 증명된다.

(다) <그림1>에서 F는 X^qX^q, G는 X^QY이고, L과 M은 X^QX^q임을 알 수 있다. L과 M 모두 Q와 q의 DNA 상대량이 1이기 때문에 염색체 결실을 예상할 수 있으며, 피부질환이 우성유전인 것에 기인하여, X^Q염색체가 결실되면 정상, 즉 피부질환이 나타나지 않고, 감염 확률이 떨어짐을 증명할 수 있다. 따라서, 명륜이(L)는 X^q염색체 결실, 명륜이 여동생은 X^Q염색체 결실을 추론할 수 있다.

[생명과학Ⅰ-ⅳ]

딸세포가 형성된 순간부터 20시간 뒤 세포는 G_2기에 있음을 <표6>를 통해 알 수 있다. <그림2>에서 생리식염수 처리 후 20시간 뒤, 세포는 G_2기에 있으며, 그때의 세포 1개당 DNA양(상대값)은 2가 된다. 따라서 본 그림에서 G_1기의 세포는 세포 1개당 DNA양이 1이 되고, S기의 세포는 세포 1개당 DNA양이 1~2가 된다. DA-1이 처리된 세포 대부분은 G_1기에 있고, G_2기로 이동하지 못함을 알 수 있다. 즉 DA-1는 정상적인 세포분열을 가장 크게 저해한다. DA-2가 처리된 세포는 G_2기로 많이 이동했으므로, 세포주기에 큰 영향을 끼치지 않았다. DA-3이 처리된 세포의 50%는 G_1기, 50%는 G_2기에 있으므로, 세포주기에 일부 영향을 끼친다. 따라서, DA약물을 안전성이 높은 것부터 나열한다면 DA-2, DA-3, DA-1 이다.

문항카드 20

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 수학 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅱ
	핵심개념 및 용어	미분, 함수의 증감, 접선, 순열
예상 소요 시간	30분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

다음 <제시문1>~<제시문2>를 읽고 [수학 1 - ⅰ]~[수학 1 - ⅲ]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

(ⅰ) $f(x), g(x), h(x)$는 이차함수이다.

(ⅱ) $f(x), g(x)$는 $f(0)=f(1)=g(2)=0$와 $f''(0)=-2$를 만족한다.

(ⅲ) $F(x)$는 다음과 같이 정의되는 함수이다.

$$F(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 1) \\ g(x) & (1 < x \le 2) \\ h(x) & (x > 2) \end{cases}$$

(ⅳ) $F(x)$는 모든 실수에서 미분가능하며 최댓값이 2이다.

<제시문2>

정의역이 음이 아닌 실수의 집합인 함수 $k(x)$를 다음과 같이 정의한다.

음이 아닌 실수 x에 대하여 $k(x)$는 두 점 $(-1, 0)$과 $(x, F(x))$을 지나는 직선의 기울기이다.

(단, $F(x)$는 <제시문1>에서 정의된 함수이다.)

[수학 1 - ⅰ] <제시문1>에서 정의된 함수 $F(x)$의 식을 찾고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 - ⅱ] <제시문1>에서 정의된 함수 $F(x)$에 대하여 점 $(-1, 0)$에서 $y=F(x)$에 접선을 그을 때 가능한 접점의 x좌표들 중 양수인 것을 모두 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 - ⅲ] 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나온 수를 차례로 a, b, c라 하자. 이때 함수 $G(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$G(x)=\begin{cases} a-|x-a| & (x \le 2a) \\ b-|x-2a-b| & (2a < x \le 2a+2b) \\ c-|x-2a-2b-c| & (x > 2a+2b) \end{cases}$$

<제시문2>에서 정의된 함수 $k(x)$에 대하여, 합성함수 $(k \circ G)(x)$가 열린구간 $(0, 2a+2b+2c)$에서 9

개의 극댓값을 갖게 되는 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. (단, 주사위는 각 면에 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 정육면체이다.)

3. 출제 의도

도함수를 이용해 함수의 증가 감소를 판별하는 것은 미분의 기초적이지만 중요한 응용이다. 본 문제에서는 구간 별로 정의된 함수의 미분가능성을 통해 구간별 함수의 식을 찾아내는 능력과 미분을 이용한 함수의 최대 최소를 구할 수 있는지 평가한다. 또한 합성함수의 극값을 찾는 능력과 주어진 조건을 만족하는 대상의 경우의 수를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8]] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 1. 미분계수와 도함수 – 1. 미분계수 미분계수의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있으며, 미분계수의 기하적 의미를 이해한다. 미분가능성과 연속성과의 관계를 이해한다.
제시문 2	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 2. 도함수의 활용 – 1. 접선의 방정식 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 1-i	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 1. 미분계수와 도함수 – 1. 미분계수 미분계수의 뜻을 알고 그 값을 구할 수 있으며, 미분계수의 기하적 의미를 이해한다. 미분가능성과 연속성과의 관계를 이해한다.
문제 1-ii	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 2. 도함수의 활용 – 1. 접선의 방정식 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 1-iii	[수학Ⅱ] - Ⅱ. 다항함수의 미분법 – 2. 도함수의 활용 – 3. 함수의 증가와 감소 함수의 증가와 감소를 판정하고 설명할 수 있다.
	[수학] - Ⅵ. 경우의 수 – 2. 순열과 조합 – 1. 순열 순열의 의미를 이해하고, 순열의 수를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅱ	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2021.3.1	52-60, 72-74
	수학	권오남 외 14인	교학사	2021.3.1	264-267

5. 문항 해설

[수학 1-ⅰ] 미분가능성을 이용해 구간별로 정의된 함수의 식을 찾을 수 있는지 평가한다.
[수학 1-ⅱ] 주어진 점에서 이차함수로 그은 접선의 식을 찾을 수 있는지 평가한다.
[수학 1-ⅲ] 합성함수의 증감을 판별하며 주어진 조건을 만족하는 대상들의 개수를 셀수 있는지 평가한다.

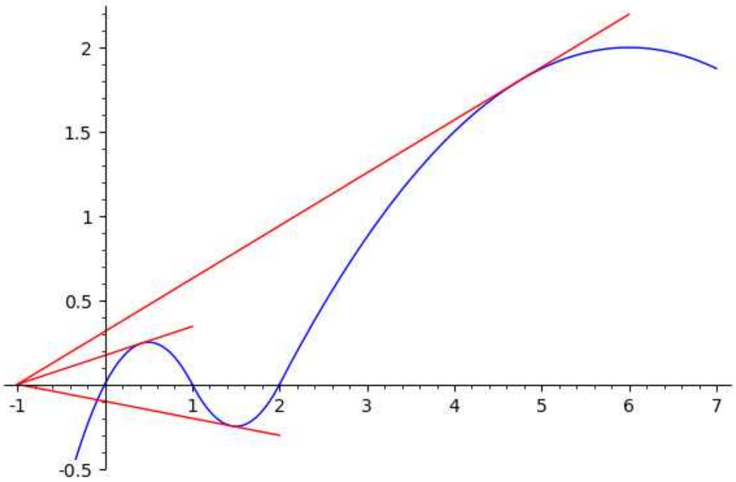
6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-i	$f(x)=-x^2+x$	3
	$g(x)=x^2-3x+2$	3
	$h(x)=-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$	3
1-ii	$\sqrt{2}-1$	3
	$\sqrt{6}-1$	3
	$\sqrt{33}-1$	3
1-iii	$k(x)$의 증감 구간을 정확히 구한다. $[0,\sqrt{2}-1]$: 증가, $[\sqrt{2}-1,\sqrt{6}-1]$: 감소 $[\sqrt{6}-1,\sqrt{33}-1]$: 증가, $[\sqrt{33}-1,\infty)$: 감소	3
	$m(d)$를 주사위가 d가 나온 경우 추가되는 극댓값의 개수라 하면 $m(1)=2,\ m(2)=m(3)=m(4)=3,\ m(5)=m(6)=4$	3
	$m(a),m(b),m(c)$가 3,3,3인 경우 27가지	3
	$m(a),m(b),m(c)$가 2,3,4인 경우 36가지	3

7. 예시 답안

[수학 1 - i]

$f(x)$는 최고차항의 계수가 $f''(0)/2=-1$이고 두 근 0,1을 가지므로 $f(x)=-x(x-1)=-x^2+x$이다. $g(x)=0$는 두 근 1,2를 가지므로 어떤 실수 a에 대해 $g(x)=a(x-1)(x-2)$라 쓸 수 있다. $F(x)$가 $x=1$에서 미분 가능하므로 $f'(1)=-1$와 $g'(1)=-a$의 값이 같고 따라서 $a=1$, 즉 $g(x)=(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$이 된다. $f(x)$의 최댓값은 $1/4$이고 $1<x\le 2$일 때 $g(x)\le 0$이므로 $F(x)$의 최댓값 2는 $h(x)$의 최댓값과 같아야 한다. $h(x)$이 $x=c$에서 최댓값을 갖는다고 하면 어떤 실수 b에 대해 $h(x)=2-b(x-c)^2$로 쓸 수 있다. $F(x)$가 $x=2$에서 미분 가능하므로 $h(2)=2-b(2-c)^2=g(2)=0$이고 $h'(2)=-2b(2-c)=g'(2)=1$을 만족한다. 두 식을 풀면 $c=6$과 $b=1/8$을 얻는다. 따라서 $h(x)=-\frac{1}{8}x^2+\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$이다. 이해를 돕기 위해 $y=F(x)$와 세 접선을 그래프로 그리면 아래와 같다.

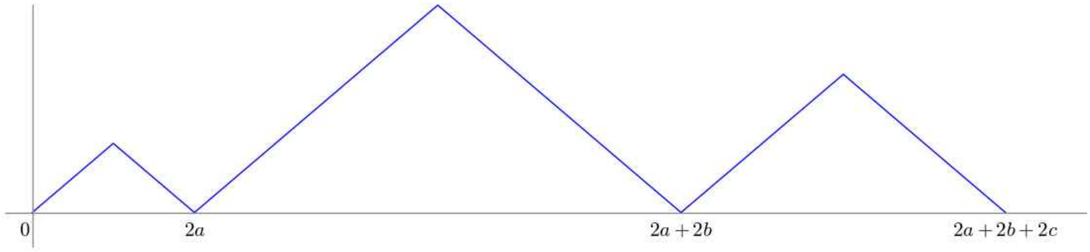


[수학 1 - ⅱ]

이차 함수 $p(x) = Ax^2 + Bx + C$이 있을 때 $y = p(x)$의 $x = t$에서의 접선의 식은 $y = p'(t)(x-t) + p(t)$이다. 이 접선이 $(-1,0)$을 지난다면 t는 $0 = p'(t)(-1-t) + p(t)$을 만족한다. 이 식에 $p(t) = At^2 + Bt + C$와 $p'(t) = 2At + B$을 대입하여 얻어진 t에 관한 이차식을 풀면 $t = \dfrac{A \pm \sqrt{A^2 + A(C-B)}}{-A}$을 얻는다. 문제로 돌아가서 $(-1,0)$에서 $y = F(x)$에 그은 접선은 이 점에서 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$에 그은 접선 중 하나가 된다. 접점의 x좌표를 t라고 할 때 $0 < t \le 1$인 것은 $y = f(x)$에 그은 접선에서 얻어지므로 위에서 구한 식을 이용하면 $t = \sqrt{2} - 1$을 얻는다. $1 < t \le 2$인 것은 $y = g(x)$에 그은 접선에서 얻어지므로 $t = \sqrt{6} - 1$이고 $t > 2$인 것은 $y = h(x)$에 그은 접선에서 얻어지므로 $t = \sqrt{33} - 1$이 된다. 따라서 문제의 조건을 만족하는 x좌표의 값은 $\sqrt{2} - 1, \sqrt{6} - 1, \sqrt{33} - 1$이다.

[수학 1 - ⅲ]

[수학 1 - ⅱ]에서 구한 결과로부터 $k(x)$는 구간 $[0, \sqrt{2} - 1]$에서 증가, 구간 $[\sqrt{2} - 1, \sqrt{6} - 1]$에서 감소, 구간 $[\sqrt{6} - 1, \sqrt{33} - 1]$에서 증가, 구간 $[\sqrt{33} - 1, \infty)$에서 감소한다. 따라서 $k(x)$는 $x = \sqrt{2} - 1$와 $x = \sqrt{33} - 1$일 때 극댓값을 가진다. 또한 $y = G(x)$는 구간 $[0, 2a + 2b + 2c]$에서 아래와 같이 그려지므로 함수 $G(x)$는 x가 0에서 $2a + 2b + 2c$까지 변할 때, 함숫값이 연속적으로 0에서 a까지 증가, a에서 0까지 감소, 0에서 b까지 증가, b에서 0까지 감소, 0에서 c까지 증가, c에서 0까지 감소한다.



1에서 6까지의 정수 d에 대해 $G(x)$의 값이 0에서 d까지 증가하고 d에서 0까지 감소할 때 나타나는 $k(G(x))$의 극댓값의 개수를 $m(d)$라 하자. 위에서 구한 $k(x)$의 성질에 의해 $k(G(x))$가 극댓값을

가지려면 $G(x)=\sqrt{2}-1$, $G(x)=\sqrt{33}-1$, 이거나 $G(x)=d$이고 d가 함수 $k(x)$가 증가하는 구간인 $[0,\sqrt{2}-1]$ 또는 $[\sqrt{6}-1,\sqrt{33}-1]$에 속해야 한다. (단, $d\geq 1$이므로 구간 $[0,\sqrt{2}-1]$은 생략해도 무방하다.) 또한 $0<\sqrt{2}-1<1$, $1<\sqrt{6}-1<2$, $4<\sqrt{33}-1<5$이므로 이를 종합하면 $m(1)=2$, $m(2)=m(3)=m(4)=3$, $m(5)=m(6)=4$임을 알 수 있다. 예를 들면 $d=3$인 경우 $G(x)$의 값이 0에서 3까지 증가할 때 $G(x)=\sqrt{2}-1$이 한번 성립하므로 $k(G(x))$의 극댓값이 한개 생기고, $G(x)=3$의 값이 구간 $[\sqrt{6}-1,\sqrt{33}-1]$에 속하므로 $k(G(x))$의 극댓값이 한개 생기고, $G(x)$의 값이 3에서 0까지 감소할 때 $G(x)=\sqrt{2}-1$이 한번 성립하므로 $k(G(x))$의 극댓값이 한개 생겨서 $m(3)=3$이 된다.

문제에서 주어진 조건은 $m(a)+m(b)+m(c)=9$가 되고 이를 만족하려면 $m(a),m(b),m(c)$가 3,3,3이거나 2,3,4의 순열이 되어야 한다. $m(a),m(b),m(c)$가 3,3,3인 경우는 a,b,c가 각각 2,3,4 중 하나가 될 수 있으므로 $3^3=27$ 가지가 있다. $m(a),m(b),m(c)$가 2,3,4의 순열인 경우는 a,b,c가 1 한 개와 2,3,4중에 한 개, 5,6중에 한 개를 골라 배열하여 얻어지는 것이므로 $1\cdot 3\cdot 2\cdot 3!=36$가지가 있다. 따라서 총 경우의 수는 $27+36=63$이다.

문항카드 21

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 수학 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	이차함수의 성질, 수열의 합과 수열의 일반항
예상 소요 시간	30분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문>

이차함수 $f(x)=ax^2+bx+c$가 다음의 조건들을 만족한다.

(ⅰ) a는 0이 아닌 정수이고, b와 c는 모두 정수이다.

(ⅱ) $b^2-4ac=1$

[수학 2-ⅰ] 1보다 큰 자연수 N에 대하여, <제시문>에 주어진 이차함수 $f(x)$가 두 조건 $f(0)<0$와 $f(N)>0$를 동시에 만족할 수 있는지에 대하여 논하시오.

[수학 2-ⅱ] 1보다 큰 자연수 N과 <제시문>에 주어진 이차함수 $f(x)$에 대하여, $a<0$이고 $f\left(\frac{1}{N}\right)>0$일 때, 가능한 이차함수 $f(x)$를 모두 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2-ⅲ] 1보다 큰 홀수 M과 <제시문>에 주어진 이차함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)<0$이고 $f\left(\frac{2}{M}\right)>0$일 때, 가능한 이차함수 $f(x)$를 모두 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2-ⅳ] $N=100$일 때 [수학 2-ⅱ]에서 구한 이차함수 중 하나를 $Q(x)$라 하고, $M=19$일 때 [수학 2-ⅲ]에서 구한 이차함수 중 하나를 $R(x)$라 하자. 자연수 n에 대하여 $Q(n)$이 어떤 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합과 같고, $R(n)$은 어떤 수열 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합과 같다고 하자. 이때 가능한 모든 수열 $\{a_n\}$과 수열 $\{b_n\}$에 대하여, $\sum_{n=1}^{10}|a_n-b_n|$의 최솟값과 최댓값을 구하고, 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제에서는 이차함수의 판별식과 근과의 관계 등의 개념을 잘 이해하고, 적용할 수 있는지를 평가한다. 이러한 내용을 이차함수의 그래프의 평행이동의 개념과 잘 연결시킬 수 있는지 평가한다. 또한 이를 이용하여 이차함수의 자연수에서의 값과 연관된 수열을 다루는 문제와 잘 관련지을 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8]] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문	이차함수의 판별식을 이해하고, 판별식을 이용하여 근을 구할 수 있고, 근의 위치관계 및 그래프의 모습 등과 연관 지을 수 있다.
문제 2-i	이차함수의 판별식과 근과의 관계를 잘 이해할 수 있다.
문제 2-ii	이차함수의 판별식이 고정된 값으로 주어져있을 때, 특정한 값에서 양이 되는 이차함수를 분류할 수 있다.
문제 2-iii	이차함수의 판별식이 고정된 값으로 주어져있을 때, 특정한 값에서 음이 되거나 또는 양이 되는 이차함수를 분류할 수 있다.
문제 2-iv	이차함수의 자연수 값과 연관되는 수열을 잘 파악하고, 수열의 합과 일반항과의 관계를 이끌어낼 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 Ⅰ	고성은 외	좋은책 신사고	2017	136-139
	수학 Ⅰ	황선욱 외	Mirae N	2017	146-150
	수학	고성은 외	좋은책 신사고	2017	48-50, 60-61
	수학	황선욱 외	Mirae N	2017	58-60, 70-73

5. 문항 해설

[수학2-ⅰ] 이차방정식의 판별식과 근과의 관계를 이용하여 판별식이 일정한 값을 가지는 이차함수의 그래프의 모양을 제대로 이해하고 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.
[수학2-ⅱ] 이차함수의 판별식이 일정한 경우에 이를 이용하여 근의 위치 및 특정한 값에서 양이 되는 경우를 제대로 구할 수 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.
[수학2-ⅲ] 이차함수의 판별식이 일정한 경우에 이를 이용하여 특정한 값에서 함수값이 음이거나 양이 되는 경우를 제대로 분류할 수 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.
[수학2-ⅳ] 이차함수의 자연수 값과 관련된 수열들에 대하여, 합의 수열과 일반항 사이의 관계를 제대로 다룰 수 있는지의 능력을 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-i	$a>0$인 경우, $1=b^2-4ac=b^2+4a\lvert c\rvert \geqq 4$이므로 모순임을 보인다.	2
	$a<0$인 경우, $-b=2Na$가 되어 b^2-4ac는 짝수가 되어 모순임을 보인다.	3
2-ii	$c=0$ 이 되어야함을 [수학2-i]의 결과를 이용하여 논리적으로 설명한다.	5
	$f(x)=-rx^2+x$ (단, $1\leqq r\leqq N-1$인 정수) 임을 보인다.	5
2-iii	$f(x)=\left(\dfrac{1-M^2}{4}\right)x^2+Mx-1$ 임을 보인다.	7
2-iv	최솟값은 81임을 보인다.	4
	최댓값은 8721 임을 보인다.	4

7. 예시 답안

[수학2-i]

$f(0)=c$이므로, $f(0)<0$이라는 조건은 $c<0$이라는 조건과 같다.

$a>0$인 경우, $1=b^2-4ac=b^2+4a\lvert c\rvert \geqq 4$이므로 모순이 된다.

$a<0$인 경우, 이차함수 $f(x)$의 그래프는 아래로 오목하므로, $f(N)>0$라는 조건을 만족할 때, N은 이차함수 $f(x)$의 두 근 사이에 놓여있게 된다. 근의 공식과 판별식 $b^2-4ac=1$이라는 조건으로부터, 이차함수 $f(x)$의 두 근은 $\dfrac{-b\pm1}{2a}$로 주어지게 되므로, 다음의 부등식이 성립하게 된다.

$$\frac{-b+1}{2a}<N<\frac{-b-1}{2a}$$

위 부등식에 $2a$를 곱하면, 우리는 다음의 부등식을 얻는다.

$$-b-1<2Na<-b+1$$

따라서 $a<0$인 경우, $-b=2Na$가 되어 b^2-4ac는 짝수가 되므로, $b^2-4ac=1$이라는 조건에 모순이 된다.

그러므로, 이차함수 $f(x)$는 두 조건 $f(0)<0$과 $f(N)>0$을 동시에 만족할 수 없다.

답: **제시문에 주어진 이차함수 $f(x)$는 두 조건 $f(0)<0$과 $f(N)>0$을 동시에 만족할 수 없다.**

[수학2-ii]

주어진 조건으로부터, $f\left(\dfrac{1}{N}\right)=a\left(\dfrac{1}{N}\right)^2+b\left(\dfrac{1}{N}\right)+c>0$이므로, 양변에 N^2을 곱하면, 다음의 부등식을 얻는다.

$$cN^2+bN+a>0$$

c가 0이 아닌 정수인 경우에, 이차함수 $g(x)$를 $g(x)=cx^2+bx+a$라고 정의하면, 주어진 조건들로부터 이차함수 $g(x)$는 두 조건 $g(0)<0$와 $g(N)>0$를 동시에 만족하게 된다. 따라서 문제 [수학2-i]의

풀이에 있는 결과로부터, 그러한 이차함수 $g(x)$는 존재하지 않는다. 따라서 $c=0$이 됨을 알 수 있다. 이제 $c=0$이 되므로, $b^2-4ac=1$이라는 조건으로부터, $b=\pm 1$을 얻는다. 이제 조건 $f\left(\frac{1}{N}\right)>0$로부터 다음의 부등식을 얻게 된다.

$$f\left(\frac{1}{N}\right)=a\left(\frac{1}{N}\right)^2+b\left(\frac{1}{N}\right)+c=a\left(\frac{1}{N}\right)^2\pm\left(\frac{1}{N}\right)=\frac{a\pm N}{N^2}>0$$

a는 음의 정수이므로, $b=-1$인 경우, 위 부등식이 만족되지 않으므로, $b=1$이 되어야한다. 이 경우에 $a=-1$부터 $a=-(N-1)$ 까지의 음의 정수에 대하여, 위 부등식이 성립하게 된다. 따라서 구하는 이차함수 $f(x)$의 형태는 다음과 같다.

$$f(x)=-rx^2+x \text{ (단, } 1\leqq r\leqq N-1\text{인 정수)}$$

답: $f(x)=-rx^2+x$ **(단,** $1\leqq r\leqq N-1$**인 정수)**

[수학2-iii]

주어진 조건으로부터, $c<0$이고, $f\left(\frac{2}{M}\right)=a\left(\frac{2}{M}\right)^2+b\left(\frac{2}{M}\right)+c>0$이므로, 양변에 $\left(\frac{M}{2}\right)^2$을 곱하면, 다음의 부등식을 얻는다.

$$c\left(\frac{M}{2}\right)^2+b\left(\frac{M}{2}\right)+a>0$$

이차함수 $h(x)$를 $h(x)=cx^2+bx+a$라고 정의하면, $h\left(\frac{M}{2}\right)>0$이다. 이제 이차함수 $k(x)$를 $h\left(x+\frac{M-1}{2}\right)$로 정의하면, $k(x)$의 최고차항은 음의 정수이고, 판별식은 1이며, $k\left(\frac{1}{2}\right)>0$이 된다. 따라서 문제 [수학2-ii]의 풀이에 있는 결과로부터, $k(x)=-x^2+x$가 된다. 따라서

$h(x)=k\left(x-\left(\frac{M-1}{2}\right)\right)=-\left(x-\left(\frac{M-1}{2}\right)\right)^2+\left(x-\left(\frac{M-1}{2}\right)\right)=-x^2+Mx+\left(\frac{1-M^2}{4}\right)$이므로,

$f(x)=\left(\frac{1-M^2}{4}\right)x^2+Mx-1$이 된다.

답: $f(x)=\left(\frac{1-M^2}{4}\right)x^2+Mx-1$

[수학2-iv]

문제 [수학2-ii]의 풀이에 있는 결과로부터, $Q(x)=-rx^2+x$ (단, $1\leqq r\leqq 99$인 정수)이므로, $a_1=Q(1)=-r+1$이 되고, 2 이상의 양의 정수 n에 대하여, $a_n=Q(n)-Q(n-1)=-2rn+(r+1)$을 얻는다. 한편, 문제 [수학2-iii]의 풀이에 있는 결과로부터, $R(x)=-90x^2+19x-1$이므로, $b_1=R(1)=-72$가 되고, 2 이상의 양의 정수 n에 대하여, $b_n=R(n)-R(n-1)=-180n+109$를 얻는다. 이제 $S=\sum_{n=1}^{10}|a_n-b_n|$라고 놓으면,

$S=|a_1-b_1|+\sum_{n=2}^{10}|a_n-b_n|=|73-r|+\sum_{n=2}^{10}|(180-2r)n+(r-108)|$과 같게 된다. 다음과 같이 r의 값에 대한 경우를 나누어 S의 최댓값과 최솟값을 살펴보자.

경우1: $91 \leq r \leq 99$
이 경우, 양의 정수 n에 대하여, $(180-2r)n+(r-108)$의 값은 항상 음수가 된다. 따라서,
$S=|73-r|-\sum_{n=2}^{10}((180-2r)n+(r-108))=100r-8821$이 되어, $279 \leq S \leq 1079$가 된다.

경우2: $r=90$
$$S=|73-r|+\sum_{n=2}^{10}|r-108|=17+18\times 9=179$$

경우3: $r=89$
$$S=16+\sum_{n=2}^{10}|2n-19|=16+\sum_{n=2}^{9}(19-2n)+1=81$$

경우4: $r=88$
$$S=15+\sum_{n=2}^{10}|4n-20|=15+\sum_{n=2}^{4}(20-4n)+\sum_{n=5}^{10}(4n-20)=99$$

경우5: $r=87$
$$S=14+\sum_{n=2}^{10}|6n-21|=14+\sum_{n=2}^{3}(21-6n)+\sum_{n=4}^{10}(6n-21)=173$$

경우6: $r=86$
$$S=13+\sum_{n=2}^{10}|8n-22|=13+6+\sum_{n=3}^{10}(8n-22)=259$$

경우7: $r=85$
$$S=12+\sum_{n=2}^{10}|10n-23|=12+3+\sum_{n=3}^{10}(10n-23)=351$$

경우8: $1 \leq r \leq 84$
이 경우, 2이상의 정수 n에 대하여, $(180-2r)n+(r-108)$의 값은 항상 양수가 된다. 따라서,
$S=|73-r|+\sum_{n=2}^{10}((180-2r)n+(r-108))=|73-r|+8748-99r=\begin{cases}-98r+8675, & 73 \leq r \leq 84 \\ -100r+8821, & 1 \leq r \leq 72\end{cases}$ 이므로,
$73 \leq r \leq 84$인 경우, $443 \leq S \leq 1521$이 되고, $1 \leq r \leq 72$인 경우, $1621 \leq S \leq 8721$이 된다.

경우1부터 경우8까지를 종합하면, S의 최솟값은 81, 최댓값은 8721임을 알 수 있다.

답: 최솟값은 81, 최댓값은 8721

문항카드 22

1. 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명		논술우수전형
계열(과목) / 문항번호		자연계 3교시 / 물리학Ⅰ
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	운동량, 역학적 에너지, 파동의 성질
예상 소요 시간		40분 / 100분

2. 문항 및 제시문

[물리학Ⅰ]

다음 <제시문1>~<제시문3>을 읽고 [물리학Ⅰ-i]~[물리학Ⅰ-iii]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

외부에서 알짜힘이 작용하지 않을 때 운동량이 보존되는 것은 하나의 물체에 대해서만이 아니라 여러 개의 물체로 이루어진 계에 대해서도 성립한다. 즉 어떤 계에 알짜힘이 작용하지 않는 한 계의 전체 운동량은 일정하게 보존되는데, 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다.

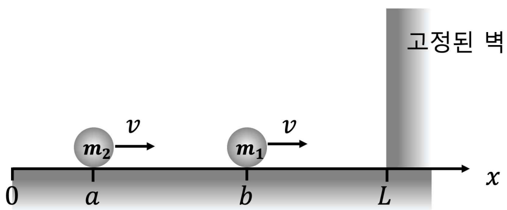
<제시문2>

파동은 한 주기라는 시간 동안 한 파장만큼의 거리를 진행한다. 파동의 파장을 λ, 주기를 T, 진동수를 f라고 할 때 파동의 속력 v는 다음과 같다. $v = \dfrac{\lambda}{T} = f\lambda$

<제시문3>

용수철 상수 k인 용수철에 매달린 물체를 평형 위치에서 x만큼 잡아당기면 용수철이 물체에 작용하는 힘은 $F = -kx$이다.

[물리학Ⅰ-i] 고정된 벽을 향해 그림 (a)와 같이 질량이 각각 m_1, m_2인 물체가 마찰이 없는 수평면 위에서 직선을 따라 같은 속도 v로 움직이고 있다. 시간 $t=0$에서 두 물체의 위치는 각각 $x=b$, $x=a$이다. 물체와 벽, 그리고 두 물체 사이의 충돌과정에서 운동에너지의 합은 보존된다.(단, 공기의 저항과 질량 m_1, m_2인 두 물체의 크기는 무시한다.)



(그림 a)

(가) 질량 m_1인 물체가 벽에 충돌하는 시간 t_1을 구하고 그 근거를 제시하시오.

(나) 벽과 충돌 후($t > t_1$) 질량 m_1, m_2인 두 물체가 충돌하는 시간 t_2를 구하고 그 근거를 논하시오.

(다) 충돌 전후 운동량과 운동에너지의 총합이 각각 보존된다는 것을 이용해 두 물체의 충돌 후 ($t > t_2$) 물체 m_1, m_2의 속도 v_1, v_2를 구하고 그 근거를 제시하시오.

(라) m_2가 m_1보다 아주 작은 경우, 충돌 후 m_2의 속도를 구하고 그 근거를 논하시오.

(마) 첫 충돌 후($t > t_2$) 물체 m_2의 속도가 $v_2 > 0$를 만족하면 두 물체는 다시 충돌한다. m_1이 m_2보다 아주 작은 경우, 두 물체의 두 번째 충돌 직후 m_1, m_2의 속도를 근거와 함께 제시하시오.

[물리학 I - ii] 1차원 직선 위를 따라 진행하는 파동이 있다. 아래 그림 (b)는 파원으로부터의 거리가 $0.5\ \mathrm{m}$, $1.0\ \mathrm{m}$, $1.5\ \mathrm{m}$인 위치에서 파동을 각각 시간 의 함수로 그린 것이다.

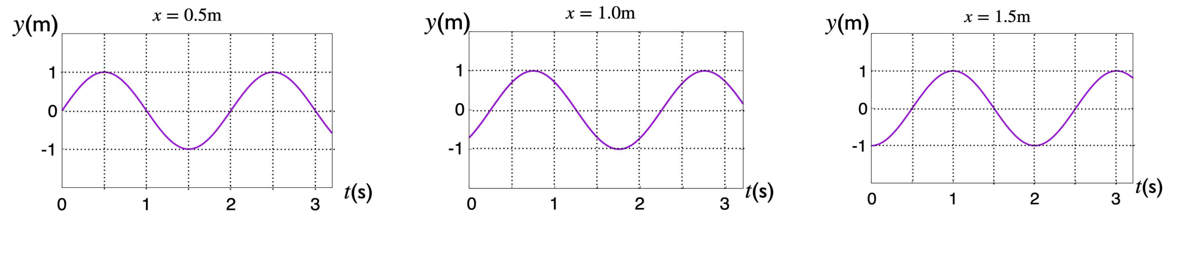


그림 (b)

(가) 파동의 진폭, 주기, 진동수, 파장, 그리고 파동의 속력을 구하고 그 근거를 제시하시오.

(나) 그림 (c)를 답안지에 옮겨 그리고 그 위에 시간 $t = 1.0\ \mathrm{s}$일 때 파동을 위치 x의 함수로 나타내고 그 근거를 제시하시오.

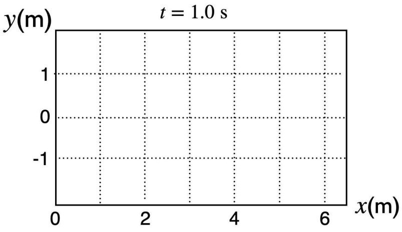


그림 (c)

[물리학 I - iii] 질량을 무시할 수 있는 두 개의 용수철이 있다. 그림 (d)와 같이 물체를 매달지 않았을 때 용수철 1, 2의 길이는 각각 l, $2l$이며, 용수철 상수는 각각 k_1, k_2이다. (단, 중력가속도는 g이다.)

(가) 질량이 m인 물체를 각 용수철에 중력장 안에서 수직으로 매달면, 그림 (d)와 같이 두 용수철은 각각 $\frac{1}{2}l$, l 만큼 길이가 늘어난 위치에서 평형에 도달한다. 용수철 상수 k_1, k_2를 m, g, l을 이용해 각각 표시하고 그 근거를 논하시오.

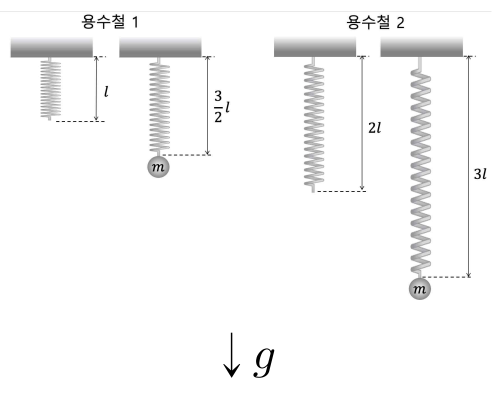


그림 (d)

(나) (가)에서 이용한 두 용수철과 질량 m인 물체가 그림 (e)와 같이 천장으로부터 바닥 사이에 고정되어 평형상태에 있다. 천장으로부터 바닥까지의 거리가 $6l$일 때, 천장으로부터 질량 m인 물체까지의 거리 L을 구하고 그 근거를 논하시오. (단, 질량 m인 물체의 크기는 무시한다.)

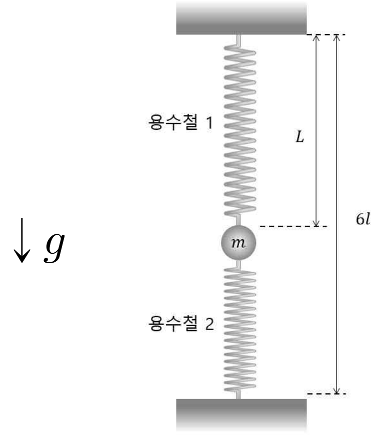


그림 (e)

3. 출제 의도

- 운동량 보존법칙과 역학적 에너지 법칙을 이해하고, 이를 이용해 물체의 충돌을 설명할 수 있다.
- 파동의 진폭, 진동수, 파장, 속력의 관계를 이해하고 있다.
- 알짜힘과 물체의 운동을 이해하고, 이를 용수철에 매달린 물체에 적용할 수 있다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 물리학 Ⅰ

	영역별 내용
제시문1	[12물리Ⅰ01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
제시문2	[12물리Ⅰ03-01] 파동의 진동수, 파장, 속력 사이의 관계를 알고 매질에 따라 파동의 속력이 다른 것을 활용한 예를 설명할 수 있다.
제시문3	[12물리Ⅰ01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
문제Ⅰ- i	[12물리Ⅰ01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리Ⅰ01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
문제Ⅰ-ii	[12물리Ⅰ03-01] 파동의 진동수, 파장, 속력 사이의 관계를 알고 매질에 따라 파동의 속력이 다른 것을 활용한 예를 설명할 수 있다.
문제Ⅰ-iii	[12물리Ⅰ01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.

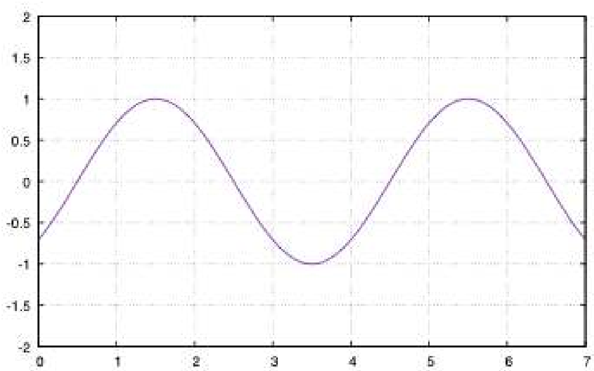
나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 Ⅰ	손정우 외	비상교육	2018	29-33
	물리학 Ⅰ	송진웅 외	동아출판	2018	16~23
	물리학 Ⅰ	강남화 외	천재교육	2018	148-150

5. 문항 해설

[물리학Ⅰ]의 탐구 활동은 과학의 본성에 맞도록 구성하며, 탐구 문제의 발견으로부터 결론 도출에 이르기까지의 다양한 탐구기능을 균형 있게 다루도록 한다' 는 교육부의 취지에 부합하도록 문항을 구성하였다. 고등학교 교과 과정 [물리학Ⅰ]의 "역학과 에너지" 단원에서는 운동량 보존법칙과 역학적 에너지 보존 법칙을 이용해 물체의 충돌을 이해하는지를 묻는 문제와 알짜힘이 0인 경우 물체의 평형을 이해하고 있는 지를 묻는 문제를 출제하였다. "파동과 정보통신" 단원에서 파동의 성질 중 파장, 주기, 속력의 관계를 이해하고 파동의 변위가 시간과 위치에 따라 어떻게 변하는 지를 이해하고 있는 지 묻는 문제를 출제하였다.

6. 채점 기준

<table>
<tr><th>하위
문항</th><th></th><th>채점 기준</th><th>배점</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Ⅰ- i</td><td>(가)</td><td>일차원 등속운동임을 이용하면 질량 m_1인 물체가 벽에 충돌하는 시간은 $t_1 = \frac{L-b}{v}$(2점)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>(나)</td><td>각각의 물체의 위치를 시간의 함수로 적고, 이를 이용하면 두 물체의 충돌시간은 $t_2 = \frac{2L-a-b}{2v}$ (2점)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>(다)</td><td>운동량 보존법칙: $m_2 v - m_1 v = m_2 v_2 + m_1 v_1$ (2점)
에너지 보존법칙: $\frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2$ (2점)
두 식을 이용해서 $v_1 = \frac{3m_2 - m_1}{m_1 + m_2}v$ (2점), $v_2 = \frac{m_2 - 3m_1}{m_1 + m_2}v$ (2점)</td><td>6</td></tr>
<tr><td>(라)</td><td>(다)에서 얻은 식에 주어진 조건을 이용하면 $v_2 = -3v$ (2점)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>(마)</td><td>충돌 후 m_2의 속도는 v (3점) ,m_1의 속도는 $5v$(3점)</td><td>6</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Ⅰ- ii</td><td>(가)</td><td>파동의 진폭은 1m(1점), 주기는 2s(1점), 진동수는 0.5/s(혹은 0.5Hz)(1점), 파장은 4m(1점), 속력은 2m/s(1점)</td><td>5</td></tr>
<tr><td>(나)</td><td>파동의 개형이 아래 그림과 유사한 모습(5점)


$x = 0.5\,\mathrm{m}$에서 $y = 0\,\mathrm{m}$, $x = 1.5\,\mathrm{m}$에서 $y = 1\,\mathrm{m}$임을 만족해야함.</td><td>5</td></tr>
</table>

I -iii	(가)	힘의 평형 조건을 이용해 $k_1 = \frac{2mg}{l}$(2점), $k_2 = \frac{mg}{l}$(2점)	4
	(나)	용수철 1이 작용하는 힘 $F_1 = \frac{2mg}{l}x_1$, 용수철 2가 작용하는 힘 $F_2 = \frac{mg}{l}x_2$, 중력 mg임을 이용하고, , 세 힘을 모두 더한 알짜힘이 0이라는 조건을 적용해 용수철 1이 늘어난 길이가 $x_1 = \frac{4}{3}l$임을 얻고 이를 이용해 답을 얻음 $L = \frac{7}{3}l$(6점)	6

7. 예시 답안

[물리학I-i]

(가) 질량 m_1인 물체는 일정한 속력 v로 오른쪽으로 움직여 벽에 충돌한다. 따라서, $vt_1 = L-b$이므로, 질량 m_1인 물체가 벽에 충돌하는 시간은 $t_1 = \frac{L-b}{v}$이다.

(나) 벽과 충돌 후 질량 m_1인 물체의 속도는 $-v$이다. $t > t_1$일 때, 이 물체의 위치는 $x_1(t) = -v(t-t_1)+L$이다. 한편 질량 m_1인 물체의 위치는 $x_2(t) = vt+a$이다. 두 물체가 충돌하는 시간 t_2는 $x_1(t_2) = x_2(t_2)$을 만족한다. $vt_2 + a = -v(t_2 - t_1) + L$이므로,

$2vt_2 = L-a+vt_1 = L-a+(L-b) = 2L-a-b$를 얻고, 따라서, $t_2 = \frac{2L-a-b}{2v}$이다.

(다) 시간 t_2에서의 충돌 전, 질량 m_1, m_2인 물체의 운동량은 각각 $-m_1v, m_2v$ 이다. 충돌 후의 각각의 물체의 속도를 v_1, v_2라 하면 충돌 후 m_1, m_2인 물체의 운동량은 각각 m_1v_1, m_2v_2이다. 운동량 보존 법칙으로부터 식 $m_2v - m_1v = m_2v_2 + m_1v_1$을 얻고, 운동에너지가 충돌전후 일정하게 보존된다는 것을 이용하면, $\frac{1}{2}m_1v^2 + \frac{1}{2}m_2v^2 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$을 얻는다. 두식을 각각 정리하면 $m_2(v-v_2) = m_1(v_1+v)$와 $m_2(v^2-v_2^2) = m_1(v_1^2-v^2)$를 얻는다. 둘 중 두 번째 식을 첫 번째 식으로 나누면 $v+v_2 = v_1 - v$이므로, $v_1 = 2v+v_2$이다. 이 식을 앞에서 구한 $m_2v - m_1v = m_2v_2 + m_1v_1$에 대입하면, $(m_2 - m_1)v = m_2v_2 + m_1(2v+v_2)$이므로 $v_2 = \frac{m_2 - 3m_1}{m_1+m_2}v$, $v_1 = 2v + v_2 = \frac{2m_1+2m_2}{m_1+m_2}v + \frac{m_2-3m_1}{m_1+m_2}v = \frac{3m_2-m_1}{m_1+m_2}v$를 얻는다.

(라) 만약 m_2가 m_1보다 아주 작다면, $v_1 = \frac{3m_2/m_1 - 1}{1+m_2/m_1}v \approx -v$, $v_2 = \frac{m_2/m_1 - 3}{1+m_2/m_1}v \approx -3v$이다. 따라서, 충돌 후 m_2는 처음 속력의 3배의 속력으로 왼쪽으로 움직인다.

(마) 두 물체의 충돌 후 $v_2 > 0$이라면, $v_2 = \dfrac{m_2 - 3m_1}{m_1 + m_2}v$로부터 $m_2 > 3m_1$의 식을 얻는다. 이 조건을 만족하면 첫 번째 충돌 후 m_2는 오른쪽으로 움직인다. 또한, $v_1 = 2v + v_2$이므로 $v_1 > 0$이어서 m_1도 오른쪽으로 움직인다. $v_1 > v_2$이므로 m_1은 m_2보다 더 빠른 속력으로 오른쪽으로 움직이고 벽에 충돌한 후에는 충돌전과 같은 속력으로 방향을 바꿔 왼쪽으로 움직이다가 m_2와 두 번째 충돌을 하게 된다. 문제에 주어진 조건 $m_1/m_2 \to 0$을 (다)에서 얻은 식에 적용하면, $v_1 = 3v, v_2 = v$를 얻고, 따라서 두 번째 충돌 직전 두 물체의 운동량은 각각 $m_1(-v_1) = -3m_1 v$, $m_2 v_2 = m_2 v$이다. 두 번째 충돌 후 두 물체의 속도를 각각 $V_{1,} V_2$라 하고, 운동량 보존법칙을 적용하면 $m_2 v - 3m_1 v = m_1 V_1 + m_2 V_2$이다. 또한 운동에너지가 충돌전후 일정하다는 것을 이용하면 $\frac{1}{2}m_1(9v^2) + \frac{1}{2}m_2 v^2 = \frac{1}{2}m_1 V_1^2 + \frac{1}{2}m_2 V_2^2$을 얻는다.

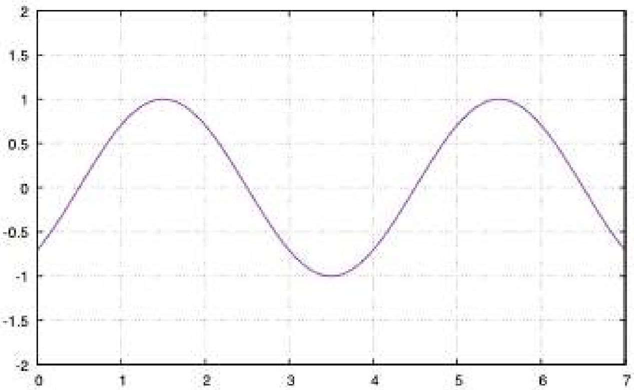
두 수식을 정리하면 $m_2(v - V_2) = m_1(V_1 + 3v), m_2(v^2 - V_2^2) = m_1(V_1^2 - 9v^2)$이 되고, 이로부터 $v + V_2 = V_1 - 3v$를 얻어서, $V_1 = 4v + V_2$임을 알 수 있다. 이 식을 $m_2 v - 3m_1 v = m_1 V_1 + m_2 V_2$에 대입하면, $(m_2 - 3m_1)v - m_1(4v + V_2) = m_2 V_2$이고, 따라서 $(m_2 - 7m_1)v = (m_1 + m_2)V_2$임을 알 수 있다. 즉, m_2가 m_1보다 아주 큰 경우 $V_2 = v$를 얻는다. 한편 $V_1 = 4v + V_2$이므로 $V_1 = 5v$를 얻는다. 따라서 두 번째 충돌 후 m_1은 처음 속력 v의 5배의 속력으로 오른쪽으로 움직이고, m_2는 처음 속력 v로 오른쪽으로 움직인다.

(별해) 질량이 아주 큰 물체 m_2가 v_2의 속력으로 오른쪽으로 움직이고, 질량이 아주 작은 물체 m_1이 왼쪽으로 v_1의 속력으로 움직여 충돌하는 경우를 생각해보자. m_2가 정지해있는 좌표계를 생각하면 m_1은 왼쪽으로 $v_1 + v_2$의 속력으로 충돌한 후 오른쪽으로 $v_1 + v_2$의 속력으로 움직이게 된다. 이를 다시 원래의 좌표계에서 관찰하면 m_1은 오른쪽으로 $v_1 + 2v_2$의 속력으로 움직이는 것에 해당한다. 따라서 첫 충돌 후 m_1은 $3v$의 속력으로 오른쪽으로 움직이고 m_2는 오른쪽으로 v의 속력으로 움직인다. 두 번째 충돌 직전에는 m_2는 오른쪽으로 v의 속력으로, m_1은 왼쪽으로 $3v$의 속력으로 움직이고 있으며, 위의 논의에 $v_1 = 3v$, $v_2 = v$를 대입하면 두 번째 충돌 후 m_1은 $v_1 + 2v_2 = 3v + 2v = 5v$의 속력으로 오른쪽으로 움직이며 m_2는 v의 속력으로 움직이는 것을 알 수 있다. (이를 n번째의 충돌로 일반화하면 m_1은 $(2n+1)v$의 속력으로 움직이며 m_2는 v의 속력으로 움직인다.)

[물리학I-ii]

(가) 그림으로부터 파동의 진폭은 1 m임을 알 수 있다. 또한 파동의 주기는 2 s임도 쉽게 확인할 수 있다. 진동수는 주기의 역수이므로 $f = 0.5/\mathrm{s}$ 혹은 $0.5\,\mathrm{Hz}$이다. $t = 0\,\mathrm{s}$에서의 파동을 보면 $x = 0.5\,\mathrm{m}$에서 $x = 1.5\,\mathrm{m}$로 변할 때 파동은 $\pi/2$만큼의 위상이 변한 것을 볼 수 있다. 따라서 파동이 $1\mathrm{m}$의 거리를 진행하는 것이 전체 파장의 1/4에 해당하는 것을 알 수 있으므로, 파장은 $4\,\mathrm{m}$이다. 파동의 속력은 $v = \dfrac{\lambda}{T}$이므로 $v = 4/2 = 2(\mathrm{m/s})$이다.

(나) 문제에 주어진 그래프로부터 $t = 1.0\,\mathrm{s}$일 때, $x = 0.5\,\mathrm{m}$에서 $y = 0$, $x = 1.5\,\mathrm{m}$에서 $y = 1\,\mathrm{m}$임을 알 수 있다. 이 두 점을 지나는, 파장이 4m인 파동을 그리면 오른쪽 그림을 얻는다.



[물리학 I -iii]

(가) 용수철 1에 매달린 물체에는 중력과 용수철에 의한 힘이 작용하고 있다. 두 힘의 총합이 0인 위치가 평형위치이므로, $mg = k_1 x = k_1(l/2)$이고, 따라서 $k_1 = \dfrac{2mg}{l}$를 얻는다. 마찬가지로 용수철 2에 대해 평형 조건을 적용하면 $mg = k_2 x = k_2 l$이므로 $k_2 = \dfrac{mg}{l}$를 얻는다.

(나) 용수철 1이 늘어난 길이를 x_1, 용수철 2가 늘어난 길이를 x_2라 하자. 문제에 주어진 그림으로부터 $l + x_1 + 2l + x_2 = 6l$이므로, $x_2 = 3l - x_1$임을 알 수 있다. 용수철 1이 물체에 작용하는 힘 $F_1 = k_1 x_1 = \dfrac{2mg}{l} x_1$이며, 용수철 2가 물체에 작용하는 힘 $F_2 = k_2 x_2 = \dfrac{mg}{l} x_2 = \dfrac{mg}{l}(3l - x_1)$이다. 물체가 평형위치에 있으므로 물체에 작용하는 알짜힘은 0이다. F_1은 위, F_2는 아래, 그리고 중력 mg는 아래의 방향이므로 $F_1 - F_2 - mg = 0$이고, 따라서 $\dfrac{2mg}{l} x_1 - \dfrac{mg}{l}(3l - x_1) - mg = 0$이다. 이 식을 정리하면 $2x_1 - (3l - x_1) = l$이므로, $x_1 = \dfrac{4}{3} l$이다. 결국, 천장에서 물체까지의 거리 $L = l + x_1 = \dfrac{7}{3} l$이다.

문항카드 23

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 화학Ⅰ	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	몰, 원자량, 분자량, 화합물, 화학 반응에서의 양적 관계, 동위원소, 평균 원자량, 몰 농도, 산 염기, pH, 산화 환원 반응, 산화제, 환원제, 루이스 전자점식, 전자쌍 반발 원리, 분자 구조, 극성, 결합각
예상 소요 시간	40분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

화학 반응식에서 계수비는 반응에 관여하는 물질의 몰비에 해당한다. 따라서, 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물의 질량비 관계를 알 수 있다. 온도와 압력이 일정할 때에는 반응에 관여하는 기체의 부피비도 계산할 수 있다. 즉, 화학 반응식을 통해 반응물과 생성물의 종류, 몰비, 질량비, 기체 부피비 등을 알 수 있다.

<제시문2>

화학 반응에서 반응물과 생성물이 가지고 있는 에너지가 서로 다르기 때문에 화학 반응이 일어날 때 열의 출입이 있게 된다. 반응물이 생성물보다 더 많은 에너지를 함유하고 있으면 화학 반응이 진행되면서 주위로 열을 방출한다. 이러한 반응을 발열 반응이라고 한다. 반대로, 반응물보다 생성물이 더 많은 에너지를 함유하고 있다면 화학 반응이 일어날 때 주위로부터 열을 흡수한다. 이러한 반응을 흡열 반응이라고 한다.

<제시문3>

원자나 이온이 전자를 잃는 반응을 산화 반응이라고 하며, 전자를 얻는 반응을 환원 반응이라고 한다. 전자를 잃는 산화 반응이 일어나려면 전자를 얻는 환원 반응도 일어나야 한다. 반대로 환원 반응이 일어나려면 산화 반응도 일어나야 한다. 이처럼 산화 반응과 환원 반응은 항상 동시에 일어나므로 산화 환원 반응이라고 부른다. 산화 환원 반응이 일어날 때, 산화 반응에서 잃은 전자의 수는 환원 반응에서 얻은 전자의 수와 같다.

<제시문4>

산화수는 물질을 구성하는 원자가 어느 정도로 산화되었는지를 나타내는 가상적인 값이다. 이온 결합 물질에서 산화수는 각 이온의 전하가 그 이온의 산화수이며, 공유 결합 물질에서는 공유 전자쌍이 그것을 더 세게 끌어당기는 원자에 속해 있다고 가정할 때 각 원자에 할당된 전하수가 산화수가 된다. 화학 반응 전후에 어떤 원자의 산화수가 증가한다면 그 원자가 포함된 물질은 산화된 것이다. 산화제는 다른 물질은 산화시키고 자신은 환원되는 물질이며, 환원제는 다른 물질은 환원시키고 자신은 산화되는 물질이다.

<제시문5>
같은 온도와 압력에서 모든 기체는 같은 부피 속에 같은 수의 분자가 들어 있다. 0℃, 1 기압에서 기체 분자 1몰이 차지하는 부피는 기체의 종류와 관계없이 22.4 L로 일정하다.

<제시문6>
같은 원소의 원자는 양성자수가 항상 같지만 중성자수는 다를 수 있다. 양성자수는 같으나 중성자수가 달라서 질량수가 다른 원소를 동위 원소라고 한다. 동위 원소의 존재 비율을 고려하여 계산한 각 동위 원소 원자량의 평균값이 평균 원자량이다.

<제시문7>
pH는 수소 이온 농도 지수이며, pH=-log[H_3O^+]와 같이 나타낼 수 있다. 순수한 물에서는 H_3O^+과 OH^-의 농도가 같으며, 두 이온의 농도를 곱한 값을 물의 이온화 상수(K_w)라고 한다. 25℃ 순수한 물에서 $K_w = 1.0\times10^{-14}$이다.

<제시문8>
전자쌍 반발 원리에 따르면, 공유 결합 분자에서 중심 원자 주위의 가장 바깥 전자 껍질의 전자쌍들은 정전기적 반발력을 최소화하기 위해 가능한 한 멀리 떨어져 있으려고 한다. 중심 원자의 원자핵과 다른 두 원자의 원자핵이 이루는 각을 결합각이라고 한다.

<제시문9>
분자 안에 전자가 고르게 분포하지 않고 한쪽으로 치우쳐서 부분적인 양전하와 음전하를 띠는 분자를 극성 분자라고 하고, 전자가 고르게 분포하여 부분적인 전하를 띠지 않는 분자를 무극성 분자라고 한다. 물질은 극성에 따라 용해성이 달라지는데, 극성 물질은 극성 용매에 잘 녹고 무극성 물질은 무극성 용매에 잘 녹는다.

[화학 I - i] 성균이의 내연기관 자동차 A는 1 km를 달릴 때 132 g만큼의 CO_2를 발생시킨다고 한다. 성균이는 발생하는 CO_2를 어떻게 없앨 수 있는지 궁금하여, 문헌을 찾아보다가 CO_2가 반응물이 되는 다음 두 개의 반응을 발견하였다. (단, H, Li, C, O의 원자량은 각각 1, 7, 12, 16이다.)

$6H_2O(l) + 6CO_2(g) \rightarrow C_6H_{12}O_6(s) + 6O_2(g)$ ………………… [반응 1]
$2LiOH(s) + CO_2(g) \rightarrow Li_2CO_3(s) + H_2O(l)$ ………………… [반응 2]

(가) 성균이가 자동차 A로 20 km를 통학하는데 발생하는 CO_2를, 식물이 [반응 1]을 통해 모두 포도당($C_6H_{12}O_6$)으로 바꾼다면 포도당 몇 kg이 생성될지 예측하고, 그 근거를 논하시오.

(나) 성균이는 포도당이 공기 중에서 연소될 때 열이 발생한다는 사실을 알고 있었다. 이 사실에 근거하여 [반응 1]의 과정에서 열의 출입을 논하시오.

(다) 성균이는 [반응 2]가 잠수함이나 우주선과 같은 폐쇄된 공간에서 발생하는 CO_2를 제거하는데 사용된다는 것을 알게 되었다. 그렇다면, 0℃, 1 기압에서 가로, 세로, 높이가 각각 2 m, 2 m, 14 m인 공간을 채우고 있는 공기의 1%(몰비)가 CO_2일 때, 이 CO_2를 LiOH와 반응시켜 모두 흡수하려고

한다면 성균이가 준비해야 하는 LiOH의 최소 질량(kg)이 얼마인지 구하고, 그 근거를 논하시오. (단, 1 m^3 = 1000 L)

(라) [반응 1]과 [반응 2]가 각각 산화 환원 반응인지 아닌지 논하고, 산화 환원 반응인 경우 산화제와 환원제는 각각 무엇인지 제시하고, 그 근거를 논하시오.

[화학 I - ii]
^{35}X와 ^{a}X의 두 동위 원소로 이루어진 X_2 기체 시료에 대하여, ^{35}X의 존재 비율은 75%인 것이 알려져 있다. 0℃, 1 기압에서 이 기체 11.2 L의 질량을 측정했더니 35.5 g이었다. 이 기체 시료에 존재하는 ^{a}X의 원자량을 구하고, 그 근거를 논하시오.

[화학 I - iii] 원자량 24인 2족 금속 M 3.6 g을 염산 수용액에 넣었더니 수소 기체가 발생하였다.
(가) 발생하는 기체가 염소 기체가 아니라 수소 기체인 이유에 대하여 산화 환원 반응에 관한 제시문을 참고하여 논하시오.

(나) 넣어준 금속 M이 모두 반응하였다면, 발생한 수소 기체의 부피가 0℃, 1 기압에서 몇 L가 되는지 구하고, 그 근거를 논하시오.

[화학 I - iv] 수소는 질소와 결합하여 암모니아를 생성할 수 있다.

$$3H_2(g) + N_2(g) \rightarrow 2NH_3(g)$$

(가) 수소와 질소는 물에 잘 녹지 않는데, 생성물인 암모니아는 물에 잘 녹는다고 한다. 그 이유가 무엇인지 루이스 전자점식과 분자 구조를 사용하여 논하시오.

(나) 0℃, 1 기압에서 1.68 L의 수소 기체가 모두 반응하여 생성된 암모니아 분자를 모두 물에 녹여 500 mL의 수용액을 만들었을 때, 이 암모니아 수용액의 몰 농도를 구하고, 그 근거를 논하시오.

(다) 물에 녹은 암모니아 분자의 일부는 NH_4^+ 이온이 된다. 물의 자동 이온화 및 NH_4^+ 이온의 형성 과정을 연관지어 25℃ 암모니아 수용액의 pH를 논하시오.

(라) 암모니아 분자가 NH_4^+ 이온으로 될 때 결합각의 변화를 논하시오.

3. 출제 의도

화학 I 교과에서 다루고 있는 몰, 몰 농도, 화학 반응식과 양적 관계, 원자의 구성과 동위 원소, 분자 구조와 극성, 동적 평형, 산화 환원 반응, 화학 반응과 열의 출입 등에 걸쳐 고르게 문제를 출제하였다. 화학의 기본적인 개념인 몰, 원자량과 분자량 등의 의미에 대한 이해를 바탕으로, 화학 반응에 관여하는 반응물과 생성물 사이의 양적 관계로부터 해답에 이르는 과정을 논리적으로 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 분자의 루이스 전자점식과 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명할 수

있으며, 이를 바탕으로 분자의 극성을 예상할 수 있으며, 이를 통해 극성 물질과 무극성 물질의 성질을 논리적으로 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. 전자의 이동에 근거하여 산화 환원 반응을 이해하고 이를 바탕으로 간단한 양적 관계를 추론할 수 있는지, 그리고 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있는지 평가하고자 하였다. 이외에도, 기체의 몰 개념에 대한 이해를 바탕으로 원소의 평균 원자량과 동위 원소의 원자량을 논리적으로 연관지을 수 있는지 평가하고자 하였다. 기본적으로 고등학교 화학 I 교과에 대한 이해의 충실도를 평가하려는 의도에서 문제를 출제하였으며, 단순 암기를 지양하고, 고등학교 과정을 통해 얻어진 지식을 단순 나열이 아니라, 논리적 의견 전개를 통해 설득력 있게 서술이 가능한지 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 화학 I

	영역별 내용
제시문1	[12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
제시문2	[12화학Ⅰ04-06] 화학 반응에서 열의 출입을 측정하는 실험을 수행할 수 있다.
제시문3	[12화학Ⅰ04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.
제시문4	[12화학Ⅰ04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.
제시문5	[12화학Ⅰ01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다.
제시문6	[12화학Ⅰ02-01] 양성자, 중성자, 전자로 구성된 원자를 원소 기호와 원자 번호로 나타내고, 동위원소의 존재 비를 이용하여 평균 원자량을 구할 수 있다.
제시문7	[12화학Ⅰ04-02] 물의 자동 이온화와 물의 이온화 상수를 이해하고, 수소 이온의 농도를 pH로 표현할 수 있다.
제시문8	[12화학Ⅰ03-06] 전자쌍 반발 이론에 근거하여 분자의 구조를 모형으로 나타낼 수 있다.
제시문9	[12화학Ⅰ03-07] 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있음을 설명할 수 있다.
문제Ⅰ- i	[12화학Ⅰ01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다. [12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅰ04-06] 화학 반응에서 열의 출입을 측정하는 실험을 수행할 수 있다. [12화학Ⅰ04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.
문제Ⅰ- ii	[12화학Ⅰ01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다. [12화학Ⅰ02-01] 양성자, 중성자, 전자로 구성된 원자를 원소 기호와 원자 번호로 나타내고, 동위원소의 존재 비를 이용하여 평균 원자량을 구할 수 있다.
문제Ⅰ- iii	[12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학Ⅰ04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.
문제Ⅰ- iv	[12화학Ⅰ01-05] 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있다. [12화학Ⅰ03-05] 원자, 분자, 이온, 화합물을 루이스 전자점식으로 표현할 수 있다. [12화학Ⅰ03-07] 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있음을 설명할 수 있다. [12화학Ⅰ03-06] 전자쌍 반발 이론에 근거하여 분자의 구조를 모형으로 나타낼 수 있다.

나) 자료 출처

<제시문1>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	37-39
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	40-42
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	43-45
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	42-45
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	36-39
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	36-39

<제시문2>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	172-173
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	185-186
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	192-194
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	204-205
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	187-189
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	174-175

<제시문3>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	166-167
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	174-175
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	182-184
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	189-190
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	175-176
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	168-169

<제시문4>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	168-170
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	176-178
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	185-189
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	194-195
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	177-178
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	170-172

<제시문5>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	31
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	33
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	35
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	33
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	31-32
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	32

<제시문6>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	58-59
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	60-61
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	64-65
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	62-63
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	60-61
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	60-61

<제시문7>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	150-151
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	154-157
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	167-169
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	172-173
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	165-166
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	149-151

<제시문8>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	124-125
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	129-131
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	139-142
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	146-150
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	133-136
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	125-129

<제시문9>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	127-130
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	133-135
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	147-150
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	152-157
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	138-142
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	130-133

<화학 I - i >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	31, 37-39, 166-170, 172-173
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	33, 40-42, 174-178, 185-186
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	35, 43-45, 182-189, 192-194
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	33, 42-45, 189-190, 194-195, 204-205
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	31-32, 36-39, 175-178, 187-189
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	32, 36-39, 168-172, 174-175

<화학 I - ii >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	58-59
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	60-61
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	64-65
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	62-63
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	60-61
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	60-61

<화학 I - iii >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	37-39, 166-167
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	40-42, 174-175
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	43-45, 182-184
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	42-45, 189-190
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	36-39, 175-176
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	36-39, 168-169

<화학 Ⅰ-ⅳ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2021	124-130, 150-151
	화학I	홍훈기 외 6인	교학사	2021	129-135, 154-157
	화학I	장낙한 외 9인	상상아카데미	2021	139-142, 147-150, 167-169
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2021	146-157, 172-173
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	133-142, 165-166
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	125-133, 149-151

5. 문항 해설

<화학 Ⅰ-ⅰ>

몰 개념에 대한 이해를 바탕으로 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물 사이의 간단한 양적 관계에 대하여 논리적으로 기술할 수 있는지 평가하고자 하였다. 고등학교 화학 Ⅰ 교과의 교육 내용에 대한 이해의 충실도를 평가하려는 의도에서 화학 반응에서 열의 출입과 반응물과 생성물의 에너지 차이를 연관지어 기술할 수 있는지, 화학 반응에서 산화되는 물질과 환원되는 물질을 찾아 산화 환원 반응을 여부를 판단하고 산화제와 환원제를 구분하는 과정을 논리적으로 기술할 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ-ⅱ>

기체의 몰수와 부피 사이의 관계에 대한 이해를 바탕으로, 동위 원소와 질량수, 원자량, 평균 원자량에 대한 개념들이 혼합되어 있을 때 주어진 측정값을 논리적으로 활용하는 능력을 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ-ⅲ>

산화 반응과 환원 반응이 동시에 진행되는 산화 환원 반응에 대한 이해를 바탕으로, 금속의 이온화와 병행할 수 있는 반응을 논리적인 추론을 통해 찾아냄으로써 간단한 산화 환원 반응의 생성물을 논리적으로 해석할 수 있는지 평가하고자 하였다.

<화학 Ⅰ-ⅳ>

루이스 전자점식으로 부터 분자 구조를 추론하고, 이를 토대로 극성을 예측하며 이에 따른 물질의 성질을 논리적으로 연관지어 서술할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한, 고등학교 화학 Ⅰ 교과의 교육 내용에 대한 이해의 충실도를 평가하려는 의도에서 몰 농도를 논리적으로 기술할 수 있는지, 물의 자동 이온화와 염기성 물질의 이온화를 연관지어 용액의 pH에 대하여 논리적으로 기술할 수 있는지, 전자쌍 반발 원리에 대한 이해를 바탕으로 결합각의 변화를 논리적으로 기술할 수 있는지 평가하고자 하였다.

6. 채점 기준

하위 문항		채점 기준	배점
I - i	(가)	몰 개념에 대한 이해를 바탕으로 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물 사이의 양적 관계를 기술할 수 있는지 평가함.	4
	(나)	정반응과 역반응의 관계에 대한 이해를 바탕으로, 화학 반응에서 열의 출입과 반응물과 생성물의 에너지 차이를 연관지어 기술할 수 있는지 평가함.	3
	(다)	기체의 부피비와 몰비에 대한 이해를 바탕으로, 반응물 사이의 양적 관계를 논리적으로 서술할 수 있는지 평가함.	4
	(라)	화학 반응에서 산화되는 물질과 환원되는 물질을 찾아 산화 환원 반응을 여부를 판단하고 산화제와 환원제를 구분하는 과정을 논리적으로 기술할 수 있는지 평가함.	3
I - ii		동위 원소와 질량수, 원자량, 평균 원자량에 대한 이해를 바탕으로 주어진 측정값을 활용하여 문제를 논리적으로 해결할 수 있는지 평가함.	6
I - iii	(가)	산화 환원 반응의 기본적 특성에 근거하여 화학 반응의 생성물을 논리적으로 해석할 수 있는지 평가함.	4
	(나)	산화 환원 반응의 전자 이동에 대한 이해를 바탕으로 반응물과 생성물의 양적 관계를 기술할 수 있는지 평가함.	4
I - iv	(가)	루이스 전자점식을 그리고, 이를 토대로 분자 구조와 극성을 예측하여 물질의 성질을 연관지어 기술할 수 있는지 평가함.	3
	(나)	기체의 몰수와 부피 사이의 관계 및 화학 반응의 양적 관계에 대한 이해를 바탕으로, 몰 농도를 논리적으로 기술할 수 있는지 평가함.	3
	(다)	물의 자동 이온화와 염기성 물질의 이온화를 연관지어 용액의 pH에 대하여 논리적으로 기술할 수 있는지 평가함.	3
	(라)	전자쌍 반발 원리에 대한 이해를 바탕으로, 비공유 전자쌍의 존재 여부에 따른 결합각의 변화를 논리적으로 서술할 수 있는지 평가함.	3

7. 예시 답안

<화학 I - i >

(가)

CO_2의 분자량이 44이므로, 132 g CO_2 = 3 mol CO_2

20 km 통학 시 배출량: 3 mol/km CO_2 × 20 km = 60 mol CO_2

반응식에서 CO_2와 포도당의 계수비는 6:1

따라서 분자량 180인 포도당 10 mol 생성: (180 g/mol) × 10 mol = 1800 g = 1.8 kg

(나)

포도당 공기 중 연소는 [반응 1]의 역반응이며, 이 과정에서 열이 방출됨. 따라서, [반응 1]의 반응물(= 물 + 이산화탄소)은 생성물(= 포도당+ 산소) 보다 에너지가 적다. 따라서, [반응 1]의 과정에서 주위의 열이 흡수됨([반응 1]은 흡열 반응임).

(다)
$2\ m \times 2\ m \times 14\ m = 56\ m^3 = 5.6 \times 10^4\ L$
CO_2가 분자 수 비율이 1%이므로 (5.6×10^4 L) × 1% = 560 L에 해당
0℃, 1 기압이므로 CO_2의 양(mol): 560 L / (22.4 L/mol) = 25 mol
반응식에서 CO_2와 LiOH의 계수비는 1:2
따라서 분자량 24인 LiOH 50 mol 생성: (24 g/mol) × 50 mol = 1200 g = 1.2 kg

(라)
[반응 1]의 경우, H_2O가 O_2로 되면서 산소가 산화되며, CO_2가 $C_6H_{12}O_6$로 되면서 탄소가 환원됨. 따라서, [반응 1]은 산화 환원 반응이다.
[반응 2]에서는 산화수가 변화하는 원소가 없음. 따라서, 산화 환원 반응이 아님.
[반응 1]에서 H_2O는 자신이 산화되면서 다른 물질을 환원시키므로 환원제이고, CO_2는 자신이 환원되면서 다른 물질을 산화시키므로 산화제임.

<화학 Ⅰ- ⅱ>
0℃, 1 기압이므로 X_2의 몰 수: 11.2 L / (22.4 L/mol) = 0.5 mol
따라서, X의 양(mol) = 1.0 mol
35.5 g이므로 평균 원자량은 35.5
^{35}X가 75%이므로 다른 한 가지 동위 원소는 25%
동위 원소의 원자량을 x라 하면, (35 × 0.75) + (x × 0.25) = 35.5
x = 37

<화학 Ⅰ- ⅲ>
(가)
2족 금속 원소 M을 산성 수용액에 넣으면 두 개의 전자를 잃고 이온이 되는 산화 반응이 일어난다. 산화 반응은 항상 환원 반응과 함께 일어나므로 수소 이온이 전자를 얻어 환원되면서 수소 기체가 발생한다.

$$M \rightarrow M^{2+} + 2e^-$$
$$2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2(g)$$

염소 이온은 음이온이어서 전자를 받아서 기체를 발생시킬 수 없다.

$$2Cl^- + 2e^- \nRightarrow$$

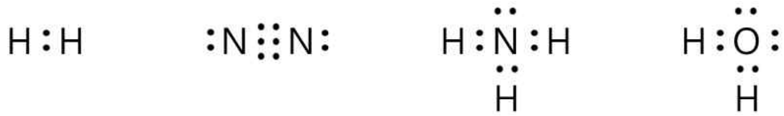
(나)
사용된 M의 양(mol): 3.6 g / (24 g/mol) = 0.15 mol
M의 산화 반응은 $M \rightarrow M^{2+} + 2e^-$ 와 같고, H^+의 환원 반응은 $2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2(g)$ 이므로 사용된 M과 생성된 H_2 기체의 몰비는 1:1이다.
따라서, 생성되는 H_2 기체의 양(mol)도 0.15 mol이다.
0℃, 1 기압에서 H_2 기체의 부피: 0.15 mol × (22.4 L/mol) = 3.36 L

<화학 Ⅰ-ⅳ>

(가)

수소, 질소, 암모니아, 물 분자의 루이스 전자점식은 각각 아래와 같다.

(수소) (질소) (암모니아) (물)



수소와 질소는 모두 직선형 분자로서 무극성 분자이며, 암모니아와 물은 각각 삼각뿔형과 굽은형 분자로서 극성 분자이다. <제시문9>에 따르면 극성 물질은 극성 용매에 잘 녹고 무극성 물질은 무극성 용매에 잘 녹으므로, 극성 물질인 암모니아는 극성 용매인 물에 잘 녹는다.

(나)

0℃, 1 기압에서 H_2 기체의 양(mol): 1.68 L / (22.4 L/mol) = 0.075 mol

반응식에서 H_2와 NH_3의 계수비는 3:2

따라서, 생성된 NH_3의 양(mol): 0.075 mol × (2/3) = 0.05 mol

물 500 mL에 녹일 때 몰 농도: 0.05 mol / 0.5 L = 0.1 M

(다)

순수한 물 분자의 일부는 자동 이온화 과정을 통해 다음과 같은 동적 평형을 이룬다.

$$H_2O(l) + H_2O(l) \rightleftarrows H_3O^+(aq) + OH^-(aq)$$

<제시문7>에 따라, 25℃ 순수한 물에서는 $[H_3O^+] = [OH^-] = 1.0\times10^{-7}$ M이므로 pH = 7

물에 녹은 암모니아 분자의 일부는 다음과 같이 이온화하여 동적 평형을 이룬다.

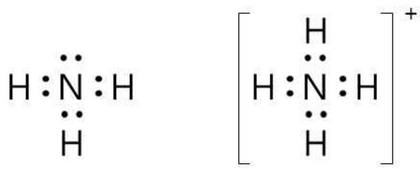
$$3NH_3(g) + H_2O(l) \rightleftarrows NH_4^+(aq) + OH^-(aq)$$

이러한 동적 평형 때문에 수용액의 $[OH^-]$가 커지고 $[H_3O^+]$는 작아짐.

곧, 암모니아 수용액에서 $[H_3O^+]$는 1.0×10^{-7} M보다 작으므로 pH는 7보다 크다.

(라)

NH_3와 NH_4^+의 루이스 전자점식은 각각 아래와 같다.



NH_3에는 비공유 전자쌍이 존재하지만, NH_4^+에는 비공유 전자쌍이 없다. 그런데, 비공유 전자쌍과 공유 전자쌍 사이의 반발력이 공유 전자쌍들 사이의 반발력보다 더 크기 때문에, 비공유 전자쌍이 있는 NH_3의 결합각보다 공유 전자쌍만 있는 NH_4^+의 결합각이 더 크게 된다. 따라서, NH_3에서 107˚이던 결합각이 NH_4^+가 되면서 109.5˚로 커지게 된다.

문항카드 24

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 생명과학Ⅰ	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학Ⅰ
	핵심개념 및 용어	골격근, 근육 원섬유 마디, 마이오신 필라멘트, 액틴 필라멘트
예상 소요 시간	40분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

[생명과학Ⅰ]

다음 <제시문1>~<제시문5>를 읽고 [생명과학Ⅰ-i]~[생명과학Ⅰ-v]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

척추동물은 뼈와 근육의 상호 작용으로 운동을 한다. 뼈와 연결된 골격근은 근육 섬유 다발로 이루어져 있고, 근육 섬유는 더 가는 근육 원섬유 다발로 구성되며, 근육 원섬유를 이루는 것은 가는 액틴 필라멘트와 굵은 마이오신 필라멘트이다.

<제시문2>

근육 원섬유 마디는 나란히 놓인 가는 액틴 필라멘트 사이에 굵은 마이오신 필라멘트가 일부분씩 겹쳐 배열된 구조이다. 액틴 필라멘트만 있는 곳은 밝게 보이므로 명대(I대), 액틴 필라멘트와 마이오신 필라멘트가 겹쳐져 있는 곳은 어둡게 보이므로 암대(A대)라고 한다. A대는 마이오신 필라멘트만 있는 H대를 포함하며, 그 중앙에는 M선이 있다. 근육 원섬유에서 밝은 부분의 중앙에는 수직으로 선이 나타나는데, 이를 Z선이라고 한다. 근육 원섬유 마디(근절)는 Z선과 Z선 사이를 말하며, 근육 수축의 기본 단위가 된다.

<제시문3>

몸을 움직이는 근육의 수축과 이완은 골격근에 분포한 운동 신경의 작용으로 조절된다. 대뇌를 비롯한 여러 기관이 운동 신경을 자극하면, 자극을 받은 운동 신경의 축삭 돌기 말단에서 아세틸콜린을 분비한다. 분비된 아세틸콜린이 골격근에 작용하면 골격근의 수축이 시작된다.

<제시문4>

뉴런의 축삭 돌기 말단에는 신경 전달 물질이 들어 있는 시냅스 소포가 있다. 활동 전위가 축삭 돌기 말단으로 전도되면 시냅스 소포는 세포막과 융합하여 신경 전달 물질을 시냅스 틈으로 보낸다. 시냅스 이후 뉴런에는 이러한 신경 전달 물질과 결합할 수 있는 수용체가 있다. 수용체가 신경 전달 물질과 결합하면 Na^+ 통로가 열리고 Na^+이 세포 안으로 들어와 막전위가 변한다.

<제시문5>

근육 원섬유가 수축할 때에는 근육 원섬유 마디가 짧아진다. 이때 마이오신 필라멘트가 있는 A대의 길이는 변하지 않고, 액틴 필라멘트만 있는 I대와 근육 원섬유 마디 중심부의 마이오신 필라멘트만 있는 H대가 짧아진다. 근수축의 원리를 이와 같이 설명하는 것을 활주설이라고 한다. 액틴 필라멘트들이 미끄러

져 들어가면서 양쪽 끝의 Z선들도 따라서 잡아당기기 때문에 근육 원섬유 마디의 길이가 짧아지게 된다. 또한, 근육 섬유 전반에서 근육 원섬유 마디가 동시에 짧아지면서 근육 섬유 전체 길이가 짧아진다.

김생명 박사 연구진은 근육이 수축할 때와 이완할 때 근육 원섬유 마디 X의 변화를 조사하였다. 첫 번째 단계로 근육 원섬유 마디 X의 모양을 관찰한 결과 X는 원통형의 모양을 가지고 있으며 그 단면의 직경은 1.03 μm임을 관찰하였다. X의 필라멘트 구성을 조사한 결과 세 가지의 다른 구조를 갖는 단면을 관찰하였다. 단면 (가)는 직경 0.011 μm인 필라멘트가 분포하고, 단면 (나)는 직경 0.0055 μm인 필라멘트가 분포하며, 단면 (다)는 직경 0.011 μm인 필라멘트와 직경 0.0055 μm인 필라멘트가 함께 분포함을 관찰하였다. 두 번째 단계로 김생명 박사 연구진에 속한 박과학 연구원이 근육의 수축과 이완 과정을 5개의 다른 시점에서 근육 원섬유 마디 X의 길이, 단면 (가)의 구조를 갖는 부분의 길이, 단면 (나)의 구조를 갖는 부분의 길이, 단면 (다)의 구조를 갖는 부분의 길이를 측정하는 실험을 수행하였다. 이때 X의 길이는 좌우 대칭이므로 단면 (나)와 (다)의 구조를 갖는 부분의 길이는 각 길이의 절반에 해당하는 부분만을 측정하여 기록하였다. 세 번째 단계로 이분석 연구원이 박과학 연구원이 기록한 실험 자료를 분석하고자 하였는데 박과학 연구원이 X의 길이 변화는 정확하게 기록하였으나 단면 (가), (나), (다)의 구조를 갖는 부분의 길이 변화는 단면 종류의 구분에 대한 기록이 없이 단순히 (a), (b), (c)로 표시한 것을 발견하였다. 실험 자료에는 시점이 13 ms, 25 ms, 37 ms, 40 ms, 52 ms일 때 X, (a), (b), (c)의 길이에 대한 측정값이 기록되었다. 시점 37 ms일 때 (a)의 길이는 0.56 μm였고, 시점 52 ms일 때 X의 길이는 2.5 μm, (b)의 길이는 0.66 μm였다. 시점 40 ms에서 (c)의 길이는 0.78 μm였고, 시점 25 ms일 때 (c)의 길이는 1.44 μm였다. 시점 13 ms일 때 X의 길이는 3.5 μm, (b)의 길이는 0.16 μm였다. 실험 기록지의 한쪽 구석에는 시점 40 ms일 때 (c)의 길이에서 시점 13 ms일 때 (a)의 길이를 뺀 후 시점 40 ms일 때 (c)의 길이로 나눈 결과와 시점 13 ms일 때 (a)의 길이에서 시점 40 ms일 때 (c)의 길이를 뺀 후 시점 37 ms일 때 (a)의 길이로 나눈 결과가 같다고 적혀 있었다.

[생명과학 I－i] 시점 13 ms일 때 (a)의 길이를 구하고, 그 근거를 논하시오.

[생명과학 I－ii] 이분석 연구원은 (a)가 단면 (가), (나), (다)의 구조를 갖는 부분 중 어느 부분에 해당하는지 결정하기 위하여 각각의 경우를 가정하고 이때 해당 경우가 실험 자료를 설명할 수 있는지를 분석하였다. (a)가 단면 (가)의 구조를 갖는다고 가정한 경우, 단면 (나)의 구조를 갖는다고 가정한 경우, 단면 (다)의 구조를 갖는다고 가정한 경우에 대해 각 경우가 실험 자료를 설명할 수 있는지를 정하고, 그 근거를 논하시오.

[생명과학 I－iii] 이분석 연구원은 실험자료를 복구하여 <표1>의 양식으로 정리하였다.

<표1>

시점 (ms)	X의 길이 (μm)	(가)의 길이 (μm)	(나)의 길이 (μm)	(다)의 길이 (μm)
13				
25				
37				
40				
52				

<표1>을 완성하고 시점 37 ms 일 때 측정한 X의 길이를 구하고, 그 근거를 논하시오.

[생명과학 Ⅰ-ⅳ] 시점 25 ms 일 때 단면 (가), (나), (다)의 구조를 갖는 부분의 길이 중 가장 긴 길이와 가장 짧은 길이의 비율($\frac{가장\ 긴\ 길이}{가장\ 짧은\ 길이}$)을 구하고, 그 근거를 논하시오.

[생명과학 Ⅰ-ⅴ] 단면 (가)의 구조를 갖는 부분과 단면 (나)의 구조를 갖는 부분이 겹치는 구간의 길이의 최대값과 최소값의 차이를 구하고, 그 근거를 논하시오.

3. 출제 의도

우리 몸은 운동하거나 신체 활동을 할 때 매우 정교하게 반응한다. 이렇듯 정교한 몸의 반응이 가능한 것은 자극에 반응하여 운동 뉴런이 근육에 연결되어 신경계의 명령에 따라 근육의 수축과 이완이 정밀하게 조절되기 때문이다. 본 문항에서는 이러한 근육의 수축과 이완을 담당하는 근육 원섬유 마디의 구조에 대한 이해를 바탕으로 근육 원섬유 마디의 작동 원리를 정량적으로 이해하는지를 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

2015 개정 교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 9] 과학과 교육과정 생명과학 Ⅰ

	영역별 내용
제시문	[12생과Ⅰ03-01] 활동 전위에 의한 흥분의 전도와 시냅스를 통한 흥분의 전달을 이해하고, 약물이 시냅스 전달에 영향을 미치는 사례를 조사하여 발표할 수 있다. [12생과Ⅰ03-02]근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다.
Ⅰ-ⅰ	[12생과Ⅰ03-02]근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다.
Ⅰ-ⅱ	[12생과Ⅰ03-02]근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다.
Ⅰ-ⅲ	[12생과Ⅰ03-02]근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다.
Ⅰ-ⅳ	[12생과Ⅰ03-02]근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다.
Ⅰ-ⅴ	[12생과Ⅰ03-02]근섬유의 구조를 이해하고, 근수축의 원리를 활주설로 설명할 수 있다.

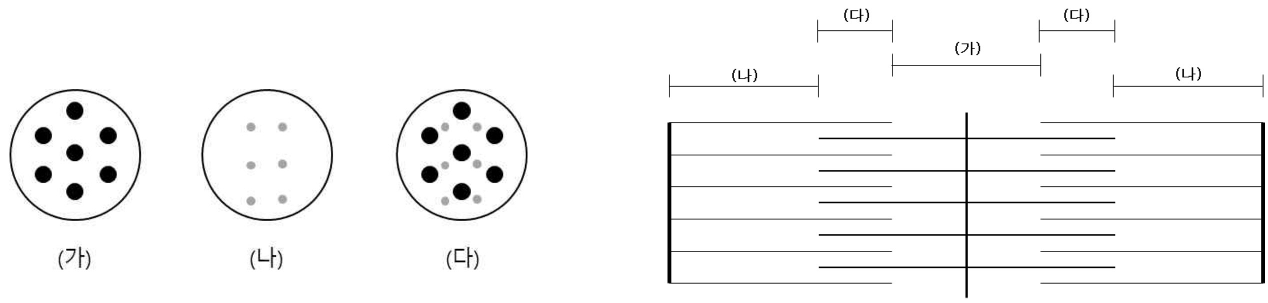
나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학I	김윤택 외 4인	동아출판	2020	65-68
	생명과학I	이용철 외 3인	YBM	2020	70-75
	생명과학I	심규철 외 5인	비상교육	2020	66-68
	생명과학I	오현선 외 5인	미래엔	2020	78-81
	생명과학I	이준규 외 5인	천재교육	2020	75-78
	생명과학I	전상학 외 7인	교학사	2020	72-75

5. 문항 해설

문제에 주어진 조건에 따라 근육 원섬유 마디를 재구성하면 아래 <그림1>과 같다.

<그림1>



직경이 상대적으로 큰 필라멘트는 마이오신 필라멘트에 해당하며 직경이 상대적으로 작은 필라멘트는 액틴 필라멘트에 해당한다. 따라서 단면 (가)는 마이오신 필라멘트를, 단면 (나)는 액틴 필라멘트를 나타낸다. 단면 (다)는 마이오신과 액틴 필라멘트가 동시에 존재하는 부분이다.

[생명과학I-ⅰ] 주어진 자료를 표로 정리하면 <표1>과 같다.

<표1>

시점 (ms)	X (μm)	(a) (μm)	(b) (μm)	(c) (μm)
13	3.5		0.16	
25				1.44
37		0.56		
40				0.78
52	2.5		0.66	

문제에서 $\frac{0.78 - a_{t=13ms}}{0.78} = \frac{a_{t=13ms} - 0.78}{0.56}$이라고 하였다. 이 관계식에서 왼쪽 분자 부분과 오른쪽 분자 부분은 서로 음수의 관계에 있다. 시점은 음수가 될 수 없으므로 이 관계식이 성립하려면 시점 13 ms일 때 (a)의 값은 0.78 μm가 되어야 한다.

[생명과학I-ⅱ] 단면 (가)는 직경이 상대적으로 큰 필라멘트로만 이루어져 있으므로 H대에 해당하며, 단면 (나)는 직경이 상대적으로 작은 필라멘트로만 이루어져 있으므로 I대에 해당한다. 단면 (가)와 단면 (다)의 길이를 더하면 A대가 된다. 문제에서 t = 13 ms에서 t = 52 ms로 될 때 X의 값은 감소한 반면 (b)의 값은 증가하였다. 이는 (b)가 단면 (다)임을 알려 준다. 따라서 (a)는 단면 (다)가 될 수 없다.

이에 따라 (a)는 단면 (가) 또는 단면 (나)에 해당한다. 이때 근육 원섬유 마디 X의 성질에 의해 단면 (가) 부분의 길이 +단면 (다) 부분의 길이는 일정하며, 단면 (나) 부분의 길이 + 단면 (다) 부분의 길이 또한 일정해야 한다. 또한 단면 (가), (나), (다)의 길이를 모두 더하면 X의 길이가 되어야 한다.
만약 (a)가 단면 (가)에 해당한다면 (c)는 단면 (나)에 해당하며 이 경우 (a), (b), (c)의 값을 13ms과

52ms일 때 구하면 두 시점의 경우에 있어서 (가) + (다)와 (나) + (다)의 값이 <표2>의 결과와 같이 각각 다르게 나옴을 알 수 있다.

<표2>

시점 (ms)	X (μm)	(a) (μm)	(b) (μm)	(c) (μm)	(a)+2x(b)	(b)+(c)
		(가)	(다)	(나)	(가)+(다)	{(나)+(다)}/2
13	3.5	0.78	0.16	1.2	0.78+2x0.16=1.1	0.16+1.2=1.36
52	2.5	0.62	0.66	0.28	0.62+2x0.28=1.18	0.66+0.28=0.94

반면 (a)가 단면 (나)에 해당한다고 가정하고 같은 계산을 하면 (가)+(다)와 (나)+(다)의 값이 13 ms와 52 ms일 때 모두 동일함을 <표3>의 결과로 알 수 있다.

<표3>

시점 (ms)	X (μm)	(a) (μm)	(b) (μm)	(c) (μm)	(c)+2x(b)	(a)+(b)
		(나)	(다)	(가)	(가)+(다)	{(나)+(다)}/2
13	3.5	0.78	0.16	1.62	1.62+2x0.16=1.94	0.78+0.16=0.94
52	2.5	0.28	0.66	0.62	0.62+2x0.66=1.94	0.28+0.66=0.94

따라서 (a)는 단면 (나) 부분에 해당함을 알 수 있다.

[생명과학I-iii] 앞 문제에서 얻은 답을 기초로 실험 자료 전체를 복구하면 <표4>와 같다. 문제의 조건에서 단면 (나)와 (다)의 경우 해당 길이의 절반만을 기록하였다고 하였으므로 단면 (나)와 단면 (다)의 길이는 실험에서 측정한 값의 2배이다.

<표4>

시점 (ms)	X (μm)	(가) (μm)	(나) (μm)	(다) (μm)
13	3.5	1.62	1.56	0.32
25	3.32	1.44	1.38	0.5
37	3.06	1.18	1.12	0.76
40	2.66	0.78	0.72	1.16
52	2.5	0.62	0.56	1.32

시점이 37 ms일 때 X의 길이는 <표4>에 따라 3.06 μm이다.

[생명과학I-iv] <표4>에 의하면 시점 25 ms일 때 가장 길이가 짧은 부분은 (다) 부분 (0.5 μm)이며 가장 긴 부분은 (가) 부분(1.44 μm)이다. 따라서 $\frac{\text{가장 긴 부분}}{\text{가장 짧은 부분}} = \frac{1.44}{0.5} = 2.88$이다.

[생명과학I-ⅴ] 단면 (가)의 구조를 갖는 부분과 단면 (나)의 구조를 갖는 부분이 겹치는 부분은 단면 (다)의 구조를 갖는 부분에 해당한다. 단면 (다)는 시점 13 ms일 때 최솟값(0.32 μm)을 가지고 시점 52 ms일 때 최댓값(1.32 μm)을 갖는다. 따라서 최댓값과 최솟값의 차이는 1 μm이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
I - i	• 시점 13 ms일 때 왼쪽과 오른쪽 분자 부분이 서로 음수의 관계임을 이용하여 (a)의 값을 결정할 수 있는가	4
I - ii	• X의 값이 증가할 때 (b)의 값이 증가하므로 (b)는 단면 (다)임을 결정할 수 있는가 • (a)가 단면 (가)인 경우 필라멘트 길의 합 조건을 만족하지 않음을 결정할 수 있는가 • (a)가 단면 (나)인 경우 필라멘트 길의 합 조건을 만족함을 결정할 수 있는가	12
I - iii	• [생명과학Ⅰ- i]과 [생명과학Ⅰ- ii]의 결과에 근거하여 <표4>를 완성할 수 있는가 • 완성한 <표4>에 근거하여 시점 37 ms일 때 X의 길이를 결정할 수 있는가	16
I - iv	• [생명과학Ⅰ- iii]에서 완성한 <표4>의 내용을 근거로 길이가 가장 긴 부분과 가장 짧은 부분을 정하고 그 길이를 결정할 수 있는가	4
I - v	• 단면 (가), (나)의 구조를 갖는 부분이 겹치는 부분이 단면 (다)에 해당함을 결정하고 최댓값과 최솟값의 차이를 결정할 수 있는가	4

7. 예시 답안

[생명과학I-ⅰ] 주어진 자료를 표로 정리하면 <표1>과 같다.

<표1>

시점 (ms)	X (μm)	(a) (μm)	(b) (μm)	(c) (μm)
13	3.5		0.16	
25				1.44
37		0.56		
40				0.78
52	2.5		0.66	

문제에서 $\frac{0.78 - a_{t\,=\,13ms}}{0.78} = \frac{a_{t\,=\,13ms} - 0.78}{0.56}$이라고 하였다. 이 관계식에서 왼쪽 분자 부분과 오른쪽 분자 부분은 서로 음수의 관계에 있다. 시점은 음수가 될 수 없으므로 이 관계식이 성립하려면 시점 13 ms일 때 (a)의 값은 0.78 μm가 되어야 한다.

[생명과학I-ⅱ] 단면 (가)는 직경이 상대적으로 큰 필라멘트로만 이루어져 있으므로 H대에 해당하며, 단면 (나)는 직경이 상대적으로 작은 필라멘트로만 이루어져 있으므로 I대에 해당한다. 단면 (가)와 단면 (나)의 길이를 더하면 A대가 된다. 문제에서 t = 13 ms에서 t = 52 ms로 될 때 X의 값은 감소한 반면 (b)의 값은 증가하였다. 이는 (b)가 단면 (다)임을 알려 준다. 따라서 (a)는 단면 (다)가 될 수 없다.

이에 따라 (a)는 단면 (가) 또는 단면 (나)에 해당한다. 이때 근육 원섬유 마디 X의 성질에 의해 단면 (가) 부분의 길이 +단면 (다) 부분의 길이는 일정하며, 단면 (나) 부분의 길이 + 단면 (다) 부분의 길이 또한 일정해야 한다. 또한 단면 (가)부터 (다) 부분의 길이를 모두 더하면 X의 길이가 되어야 한다.
만약 (a)가 단면 (가)에 해당한다면 (c)는 단면 (나)에 해당하며 이 경우 (a), (b), (c)의 값을 13ms과 52ms일 때 구하면 두 시점의 경우에 있어서 (가) + (다)와 (나) + (다)의 값이 <표2>의 결과와 같이 각각 다르게 나옴을 알 수 있다.

<표2>

시점 (ms)	X (μm)	(a) (μm)	(b) (μm)	(c) (μm)	(a)+2x(b)	(b)+(c)
		(가)	(다)	(나)	(가)+(다)	{(나)+(다)}/2
13	3.5	0.78	0.16	1.2	0.78+2x0.16=1.1	0.16+1.2=1.36
52	2.5	0.62	0.66	0.28	0.62+2x0.28=1.18	0.66+0.28=0.94

반면 (a)가 단면 (나)에 해당한다고 가정하고 같은 계산을 하면 (가)+(다)와 (나)+(다)의 값이 13 ms와 52 ms일 때 모두 동일함을 <표3>의 결과로 알 수 있다.

<표3>

시점 (ms)	X (μm)	(a) (μm)	(b) (μm)	(c) (μm)	(c)+2x(b)	(a)+(b)
		(나)	(다)	(가)	(가)+(다)	{(나)+(다)}/2
13	3.5	0.78	0.16	1.62	1.62+2x0.16=1.94	0.78+0.16=0.94
52	2.5	0.28	0.66	0.62	0.62+2x0.66=1.94	0.28+0.66=0.94

따라서 (a)는 단면 (나) 부분에 해당함을 알 수 있다.

[생명과학I-ⅲ] 앞 문제에서 얻은 답을 기초로 실험 자료 전체를 복구하면 <표4>와 같다. 문제의 조건에서 단면 (나)와 (다)의 경우 해당 길이의 절반만을 기록하였다고 하였으므로 단면 (나)와 단면 (다)의 길이는 실험에서 측정한 값의 2배이다.

<표4>

시점 (ms)	X (μm)	(가) (μm)	(나) (μm)	(다) (μm)
13	3.5	1.62	1.56	0.32
25	3.32	1.44	1.38	0.5
37	3.06	1.18	1.12	0.76
40	2.66	0.78	0.72	1.16
52	2.5	0.62	0.56	1.32

시점이 37 ms일 때 X의 길이는 <표4>에 따라 3.06 μm이다.

[생명과학I-ⅳ] <표4>에 의하면 시점 25 ms일 때 가장 길이가 짧은 부분은 (다) 부분 (0.5 μm)이며 가장 긴 부분은 (가) 부분(1.44 μm)이다. 따라서 $\frac{\text{가장 긴 부분}}{\text{가장 짧은 부분}} = \frac{1.44}{0.5} = 2.88$이다.

[생명과학I-ⅴ] 단면 (가)의 구조를 갖는 부분과 단면 (나)의 구조를 갖는 부분이 겹치는 부분은 단면 (다)의 구조를 갖는 부분에 해당한다. 단면 (다)는 시점 13 ms일 때 최솟값(0.32 μm)을 가지고 시점 52 ms일 때 최댓값(1.32 μm)을 갖는다. 따라서 최댓값과 최솟값의 차이는 1 μm이다.