2022학년도 신입생 수시모집

논술고사 문제지(자연계)

경희대학교

[11월 20일(토) 오후]

지원학부(과) (   )   수험번호 | | | | | | | | | | | 성 명 (   )

<유의사항 : 아래 내용 위반시 감점 또는 0점 처리함>

1. 답안의 작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 펜을 사용하시고, 다른 펜으로 답안을 작성한 경우 공란으로 처리하므로 유의하시오.
2. 답안지에 제목을 쓰지 말고, 특별한 표시를 하지 마시오.
3. 답안지에 답안과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오(예: 감사합니다 등).
4. 답안 작성 시 논제번호(예: Ⅰ, Ⅱ…)에 맞춰 답안을 작성하며, 논제별 소문항번호[예: (1), (2)…]를 쓰고 이어서 논술하시오.
5. 답안 정정 시에는 두 줄을 긋고 작성하며, 수정도구(수정액 또는 수정테이프) 사용은 절대 불가하므로 유의하시오.
6. 논제별 분량 제한을 준수하고 답안지는 반드시 1장만 사용하시오.
7. 지정된 답안의 작성 영역을 벗어나지 않도록 각별히 유의하시오.
8. **자연계 문제지는 총 2장 3쪽입니다.**

다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (100점)

[가] 닫힌구간 $[a,b]$에서 x좌표가 x인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V=\int_a^b S(x)dx$$

[나] $\lim_{n\to\infty} a_n = L$, $\lim_{n\to\infty} b_n = M$ (L, M은 실수)일 때, 모든 자연수 n에 대하여

① $a_n \le b_n$이면 $L \le M$

② $a_n \le c_n \le b_n$이고 $L=M$이면 $\lim_{n\to\infty} c_n = L$

[다] 확률의 곱셈정리

두 사건 A, B가 동시에 일어날 확률은

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B) \text{ (단, } \mathrm{P}(A)>0,\ \mathrm{P}(B)>0)$$

[라] 좌표평면의 원점 O와 점 $\mathrm{P}(x,y)$에 대하여, 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ, $\overline{\mathrm{OP}}$를 r이라 하면

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ (x\ne0),\ \csc\theta=\frac{r}{y}\ (y\ne0),\ \sec\theta=\frac{r}{x}\ (x\ne0),\ \cot\theta=\frac{x}{y}\ (y\ne0)$$

[마] 삼각함수의 덧셈정리

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,\ \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta,$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta,\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

[바] 매개변수 t로 나타낸 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고 $f'(t)\ne0$이면 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{g'(t)}{f'(t)}$이다.

[사] 좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x,y)$의 위치를 매개변수 t에 관한 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$로 나타내면, $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리는 $\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$이다.

< 다음 면에 계속 >

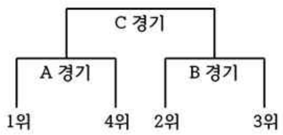
[논제 I]

(1) 자연수 n에 대하여 점 $P_n(0, -n)$에서 곡선 $y = \ln x$에 그은 접선의 x절편을 b_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} \frac{b_{n+1}}{b_n}$의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

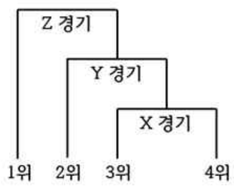
(2) 좌표평면의 곡선 $y = \ln x$와 원점에서 이 곡선에 그은 접선 및 x축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

[논제 II]

체육 대회에서 예선을 통하여 상위 4개의 팀이 선발되었고, 이 중에서 우승팀을 결정하려고 한다. 우승팀을 결정하는 대진표는 아래와 같이 A, B, C 세 경기를 치르는 <대진표 1>과 X, Y, Z 세 경기를 치르는 <대진표 2>가 있다. 각 경기에서 한 팀이 다른 팀을 이길 확률은 예선 순위의 차이로 결정된다. 예선 상위 팀이 하위 팀을 이길 확률은 순위 차이가 1일 때 p, 순위 차이가 2일 때 q, 순위 차이가 3일 때 r이다. 예를 들어, 예선 1위 팀과 2위 팀이 경기를 할 때 1위가 이길 확률이 p, 2위와 4위가 경기를 할 때 2위가 이길 확률이 q, 1위와 4위가 경기를 할 때 1위가 이길 확률이 r이다. 단, 비기는 경우는 없으며, $0.5 \le p < q < r \le 1$이다. <대진표 1>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률을 P_1, <대진표 2>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률을 P_2라 하자.



<대진표 1>



<대진표 2>

(1) $p = 0.6$, $q = 0.7$, $r = 0.8$일 때, P_1과 P_2를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) $q = \frac{5}{6}$, $r = 1$일 때, P_1과 P_2를 각각 p의 식으로 나타내고, $P_1 = P_2$가 되는 p를 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (15점)

< 다음 면에 계속 >

[논제 III]

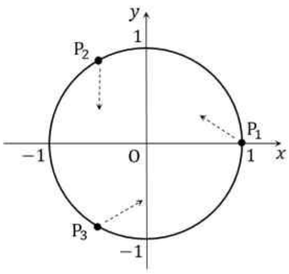
점 $A\left(a, \frac{1}{a}\right)$ $(a>0)$을 지나고 기울기가 음수인 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 접하지 않는다. 이 직선이 y축과 만나는 점을 P, x축과 만나는 점을 Q, 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 원점을 O라 하자.

(1) $\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{PQ}$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이 $S(a)$를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) $\overline{AB}=1$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이 $S(a)$에 대하여 $\lim_{a\to\infty} S(a)$와 $\lim_{a\to 0} S(a)$의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

[논제 IV]

<그림 1>과 같이 중심이 원점 O이고 반지름이 1인 원 위에 같은 간격으로 놓여 있는 세 개 이상의 점 $P_1, \cdots, P_n$이 있다. 매순간 점 P_k $(k<n)$는 점 P_{k+1}을 향하여 움직이고, 점 P_n은 점 P_1을 향하여 움직인다. 점 P_1은 점 $(1,0)$에서 출발하고, $\overline{OP_1}=\overline{OP_2}=\cdots=\overline{OP_n}>0$와 $\angle P_1OP_2=\cdots=\angle P_{n-1}OP_n=\angle P_nOP_1$는 항상 성립한다. $\alpha=\dfrac{1-\cos\frac{2\pi}{n}}{\sin\frac{2\pi}{n}}$라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 1: $n=3$인 경우>

(1) 매개변수 t가 동경 OP_1이 나타내는 각의 크기일 때, 점 P_1의 좌표 (x_1, y_1)을 나타내는 함수 $x_1=f_1(t)$, $y_1=g_1(t)$를 α를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

(2) 점 P_1이 $t=0$에서 $t=u$까지 움직인 거리 $s(u)$의 극한값 $\lim_{u\to\infty} s(u)$를 α를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

< 끝 >

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (Ⅰ)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[제시문]

[가] 닫힌구간 $[a, b]$에서 x좌표가 x인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

$$V = \int_a^b S(x)dx$$

[논제 I]

(1) 자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{P}_n(0, -n)$에서 곡선 $y = \ln x$에 그은 접선의 x절편을 b_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{b_{n+1}}{b_n}$의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 좌표평면의 곡선 $y = \ln x$와 원점에서 이 곡선에 그은 접선 및 x축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 미적분	류희찬 외 9인	㈜ 천재교과서	2020	187	제시문[가]	X

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

[논제 I] (1)에서는 고등학교 수학 교육과정인 도함수를 활용하여 주어진 점들로부터 주어진 곡선으로의 접선들을 논리적 사고력으로 정확히 구하는 문제를 출제하였다. 그리고 이 접선들의 x절편과 관련된 수열을 수학적으로 추론하고 그 수열 항들 간의 비율의 극한을 구하는 문제를 출제하였다.
[논제 I] (2)에서는 주어진 곡선과 이 곡선에서의 접선 및 x축으로 둘러싸인 도형을 논리적으로 정확히 추론하는 문제를 출제하였다. 그리고 이 도형을 밑면으로 하는 입체도형의 부피를 정적분을 이용하여 정의할 수 있는지를 평가하는 문제를 출제하였다. 부피를 구하기 위해 로그함수의 적분이 필요한데 부분적분 방법을 두 번 적용하는 정확하고 섬세한 계산능력을 평가하는 문제를 출제하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

[논제 I] (1)에서는 미분계수를 이용하여 곡선 $y=\ln x$ 밖의 점들에서 이 곡선으로의 접선의 방정식을 정확히 구할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 또한 이 접선들의 x절편들로 이뤄진 수열의 연속하는 두 항간의 비율의 극한값을 교육과정에서 학습한 대로 정확히 계산할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

[논제 I] (2)에서는 곡선 $y=\ln x$와 이 곡선의 한 접선 및 x축으로 이뤄진 도형을 먼저 결정할 수 있는 능력을 평가하고자 하였으며, 이 도형을 밑면으로 하는 입체도형의 부피를 정적분을 이용하여 구할 수 있는지 평가하고자 하였다. 특히 구간별로 다른 형태의 두 입체도형을 구분할 수 있는 논리적 사고능력을 평가하고자 하였으며 로그함수의 적분을 위해 부분적분 방법을 두 번 적용하여 입체도형의 부피를 정확히 구할 수 있는 계산능력을 평가하고자 하였다.

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 I]

(1) (10점)

<5점> 도함수를 이용하여 접선의 방정식을 정확히 구하고, 접선의 x절편을 정확히 구한다.

<5점> x절편들로 이뤄진 수열의 연속하는 두 항의 비율의 극한값을 정확히 계산한다.

(2) (15점)

<3점> 도함수를 이용하여 원점에서 그은 접선의 방정식을 정확히 구하고,
접선과 곡선 및 x축으로 이뤄진 도형을 정확히 결정한다.

<4점> 구간 $0 \le x \le 1$에서 사면체라는 입체도형의 부피를 정확히 제시한다.

<6점> 구간 $1 \le x \le e$에서 입체도형의 부피를 부분적분을 이용해 정확히 계산한다.

<2점> 앞 단계에서 구한 두 부피를 더하여 전체구간의 부피를 정확히 제시한다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 I]

(1) $\mathrm{P}_n(0,-n)$에서 곡선 $y=\ln x$에 그은 접선의 접점을 $(a, \ln a)$라 한다면 접선은 $y-\ln a=\frac{1}{a}(x-a)$이고 이 접선이 $(0,-n)$을 지나므로 $a=\frac{1}{e^{n-1}}$이다. 이 접선의 x절편은 $b_n=\frac{n}{e^{n-1}}$이다. 따라서

$\lim_{n\to\infty}\frac{b_{n+1}}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{e^n}\cdot\frac{e^{n-1}}{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{e}\frac{n+1}{n}=\frac{1}{e}$이다.

(2) 원점에서 곡선 $y=\ln x$에 그은 접선의 방정식은 $y=\frac{x}{e}$이며 이 접선과 x축 및 곡선으로 이뤄진 도형 위의 입체도형은 두 부분으로 나눠진다. $0\le x\le 1$일 때, 입체도형의 단면은 한 변의 길이가 $\frac{x}{e}$인 정삼각형이고,

이 입체도형의 부피는 $V_1=\int_0^1\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{x}{e}\right)^2dx=\frac{\sqrt{3}}{12e^2}$이다. $1\le x\le e$일 때, 입체도형의 단면은 한 변의 길이가 $\frac{x}{e}-\ln x$인 정삼각형이고, 이 입체도형의 부피는

$V_2=\int_1^e\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{x}{e}-\ln x\right)^2dx=\frac{\sqrt{3}}{4}\int_1^e\left(\frac{x^2}{e^2}-\frac{2}{e}x\ln x+(\ln x)^2\right)dx=\frac{5\sqrt{3}}{24}e-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{8e}-\frac{\sqrt{3}}{12e^2}$

이다. 따라서 입체도형의 전체 부피는 $V=V_1+V_2=\frac{5\sqrt{3}}{24}e-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{8e}=\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{5e}{12}-1-\frac{1}{4e}\right)$이다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (Ⅱ)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[제시문]

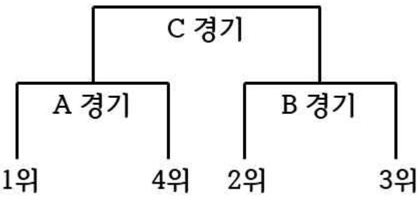
[다] 확률의 곱셈정리

두 사건 A, B가 동시에 일어날 확률은

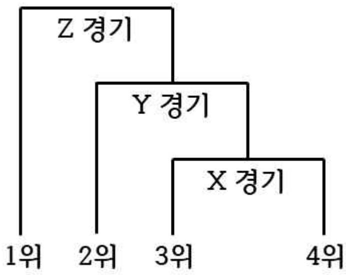
$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\mathrm{P}(A|B) \text{ (단, } \mathrm{P}(A)>0,\ \mathrm{P}(B)>0)$$

[논제 II]

체육 대회에서 예선을 통하여 상위 4개의 팀이 선발되었고, 이 중에서 우승팀을 결정하려고 한다. 우승팀을 결정하는 대진표는 아래와 같이 A, B, C 세 경기를 치르는 <대진표 1>과 X, Y, Z 세 경기를 치르는 <대진표 2>가 있다. 각 경기에서 한 팀이 다른 팀을 이길 확률은 예선 순위의 차이로 결정된다. 예선 상위 팀이 하위 팀을 이길 확률은 순위 차이가 1일 때 p, 순위 차이가 2일 때 q, 순위 차이가 3일 때 r이다. 예를 들어, 예선 1위 팀과 2위 팀이 경기를 할 때 1위가 이길 확률이 p, 2위와 4위가 경기를 할 때 2위가 이길 확률이 q, 1위와 4위가 경기를 할 때 1위가 이길 확률이 r이다. 단, 비기는 경우는 없으며, $0.5 \le p < q < r \le 1$이다. <대진표 1>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률을 P_1, <대진표 2>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률을 P_2라 하자.



<대진표 1>



<대진표 2>

(1) $p=0.6$, $q=0.7$, $r=0.8$일 때, P_1과 P_2를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) $q=\frac{5}{6}$, $r=1$일 때, P_1과 P_2를 각각 p의 식으로 나타내고, $P_1=P_2$가 되는 p를 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (15점)

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 확률과 통계	이준열 외 7인	(주)천재교육	2021	64	제시문[다]	X

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

[논제 II]에서는 고등학교 수학 교육과정 문자와 식 영역 다항식의 인수분해, 삼차방정식의 풀이, 확률과 통계 영역 경우의 수의 합의 법칙과 곱의 법칙, 확률의 기본 성질, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리, 조건부확률 등의 기본 개념을 종합적으로 잘 이해하고 응용할 수 있는지를 파악할 수 있는 논제를 출제하였다. 주어진 실생활과 관련된 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 문제 해결 능력과 수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하는 추론 능력 등 단순한 공식의 적용보다는 논제를 수학적으로 표현하여 문제 해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결하는데 필요한 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

[논제 II]의 첫 번째 논제에서는 확률의 기본 성질, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리, 조건부확률 등의 개념을 이해하고 주어진 실생활과 관련된 상황에서의 확률을 계산할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 두 번째 논제에서는 첫 번째 논제의 결과를 문자와 식으로 나타내고, 삼차방정식의 풀이 등의 방법을 적절하게 응용하여 구하려는 값을 정확하게 찾는 능력을 평가하고자 하였다.

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 II]
(1) (10점)
<4점> <대진표 1>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률 P_1의 값을 정확하게 구한다.
<6점> <대진표 2>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률 P_2의 값은 정확하게 구한다.

(2) (15점)
<5점> <대진표 1>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률 P_1을 p의 식으로 정확하게 나타낸다.
<5점> <대진표 2>로 대회를 진행할 때 예선 1위 팀이 우승할 확률 P_2를 p의 식으로 정확하게 나타낸다.
<5점> $P_1 = P_2$가 되는 p를 정확하게 구한다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 II]
(1)
(i) <대진표 1>로 진행할 때, 1위 팀이 우승하는 경우는 다음과 같다.
(a) A에서 1위 승리, B에서 2위 승리, C에서 1위 승리
(b) A에서 1위 승리, B에서 3위 승리, C에서 1위 승리
따라서 P_1은 $P_1 = rpp + r(1-p)q = p^2 r + (1-p)qr$이고,
$p = 0.6$, $q = 0.7$, $r = 0.8$이므로
$P_1 = 0.6^2 \times 0.8 + 0.4 \times 0.7 \times 0.8 = 0.512$이다.

(ii) <대진표 2>로 진행할 때, 1위 팀이 우승하는 경우는 다음과 같다.
(a) X에서 3위 승리, Y에서 2위 승리, Z에서 1위 승리
(b) X에서 3위 승리, Y에서 3위 승리, Z에서 1위 승리
(c) X에서 4위 승리, Y에서 2위 승리, Z에서 1위 승리
(d) X에서 4위 승리, Y에서 4위 승리, Z에서 1위 승리
따라서 P_2는 $P_2 = ppp + p(1-p)q + (1-p)qp + (1-p)(1-q)r = p^3 + 2p(1-p)q + (1-p)(1-q)r$이고,
$p = 0.6$, $q = 0.7$, $r = 0.8$이므로
$P_2 = 0.6^3 + 2 \times 0.6 \times 0.4 \times 0.7 + 0.4 \times 0.3 \times 0.8 = 0.648$이다.

(2) $q = \frac{5}{6}$, $r = 1$을 (1)에서 구한 P_1, P_2에 대입하여 p의 식으로 나타내면
$P_1 = p^2 + \frac{5}{6}(1-p) = \frac{1}{6}\left(6p^2 - 5p + 5\right)$,
$P_2 = p^3 + \frac{5}{3}p(1-p) + \frac{1}{6}(1-p) = \frac{1}{6}\left(6p^3 - 10p^2 + 9p + 1\right)$이다.
따라서 $6p^2 - 5p + 5 = 6p^3 - 10p^2 + 9p + 1$이고,
$6p^3 - 16p^2 + 14p - 4 = 2(p-1)^2(3p-2) = 0$, $p < 1$이므로, $p = \frac{2}{3}$이다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (Ⅲ)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[제시문]

[나] $\lim_{n\to\infty} a_n = L$, $\lim_{n\to\infty} b_n = M$ (L, M은 실수)일 때, 모든 자연수 n에 대하여

① $a_n \le b_n$이면 $L \le M$

② $a_n \le c_n \le b_n$이고 $L = M$이면 $\lim_{n\to\infty} c_n = L$

[논제 III]

점 $\mathrm{A}\left(a, \frac{1}{a}\right)$ $(a>0)$을 지나고 기울기가 음수인 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 접하지 않는다. 이 직선이 y축과 만나는 점을 P, x축과 만나는 점을 Q, 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 원점을 O라 하자.

(1) $\overline{\mathrm{AB}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{PQ}}$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이 $S(a)$를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) $\overline{\mathrm{AB}} = 1$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이 $S(a)$에 대하여 $\lim_{a\to\infty} S(a)$와 $\lim_{a\to 0} S(a)$의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 미적분	이준열 외 7인	(주)천재교육	2019	19	제시문[나]	X

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

[논제 III]에서는 고등학교 수학 교육과정의 접선의 방정식, 함수의 그래프, 두 점 사이의 거리, 유리함수, 함수의 극한 등의 내용을 바탕으로 제시된 상황을 수학적 문제로 표현할 수 있는지와 그렇게 표현된 문제를 논리적으로 해결할 수 있는지에 대한 능력을 평가하고자 하였다. 유리함수의 개형을 파악하고, 접선의 의미를 이해하며, 직선과 곡선 사이의 관계를 이용해서 주어진 상황을 수학적으로 해결할 수 있는 능력을 가지고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

[논제 III]에서는 '수학'의 '유리함수와 무리함수' 단원에서 학습하는 내용을 바탕으로 유리함수의 개형을 파악할 수 있어야 하고, '수학II' 또는 '미적분'의 '접선의 방정식' 단원에서 학습하는 내용을 바탕으로 주어진 점 A에서의 접

선의 의미를 이해할 수 있어야 하고, '수학'의 '두 점 사이의 거리' 단원의 내용을 이용해서 점 A와 점 B 사이의 거리를 표현할 수 있어야 한다. 곡선과 직선이 만나는 점을 각각의 방정식을 이용해서 구할 수 있어야 하고, 좌표 a와 b 사이의 관계를 이용하여 적절한 방법을 통해 극한값을 구할 수 있어야 한다.

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 III]

(1) (10점)

<5점> 직선의 방정식을 구할 수 있고 이를 이용하여 점 P와 점 Q의 좌표를 구할 수 있다.

<5점> 이를 이용하여 삼각형 OPQ의 넓이를 구한다.

(2) (15점)

<5점> 극한의 대소관계를 이용할 수 있다.

<10점> a와 b 사이의 관계를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 III]

점 B의 좌표를 $\mathrm{B}\left(b, \frac{1}{b}\right)$라 하자. 점 A와 B를 지나는 직선의 방정식은 $y=-\frac{1}{ab}x+\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$이다. 따라서 점들의 좌표 $\mathrm{P}\left(0, \frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$와 $\mathrm{Q}(a+b, 0)$을 얻을 수 있다. 따라서

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(a-b)^2+\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^2}=\frac{|a-b|}{ab}\sqrt{1+a^2b^2}$$

이고,

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(a+b)^2+\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2}=\frac{(a+b)}{ab}\sqrt{1+a^2b^2}$$

이다.

(1) 점 B가 $\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{PQ}}$를 만족하는 경우, $|a-b|=\frac{1}{2}(a+b)$를 얻는다. 이때, $a>b$이면 $b=\frac{1}{3}a$이고, $a<b$이면 $b=3a$이다. 삼각형 OPQ의 넓이는 $S(a)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(a+b)=\frac{(a+b)^2}{2ab}$이므로, $a>b$인 경우와 $a<b$인 경우 모두 $S(a)=\frac{8}{3}$을 얻는다.

(2) 점 B가 $\overline{\mathrm{AB}}=1$을 만족하는 경우,

$$|a-b|=\frac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}}$$

를 얻는다. 이때 $a>b$이면 $a=b+\frac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}}$이고, $a<b$이면 $b=a+\frac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}}$이므로, 이를 다시 쓰면

$$\frac{b}{a}=\begin{cases}1-\dfrac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a>b)\\ 1+\dfrac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a<b)\end{cases}$$

이다. 여기서 $0<\frac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}}<1$이므로, $0<\frac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}}<\frac{1}{a}$이고, 극한값 $\lim_{a\to\infty}\frac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}}=0$을 얻는다. 따라서 극한값 $\lim_{a\to\infty}\frac{b}{a}=1$을 얻을 수 있고, 이를 이용하면

$$\lim_{a\to\infty}S(a)=\lim_{a\to\infty}\frac{\left(1+\dfrac{b}{a}\right)^2}{2\dfrac{b}{a}}=2$$

를 얻는다. 위 식을 $\frac{a}{b}$에 대해서 정리하면

$$\frac{a}{b}=\begin{cases}1+\dfrac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a>b)\\ 1-\dfrac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a<b)\end{cases}$$

이다. 여기서 $0<\frac{1}{\sqrt{1+a^2b^2}}<1$이므로, $0<\frac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}}<a$이고, 극한값 $\lim_{a\to 0}\frac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}}=0$을 얻는다. 따라서 극한값 $\lim_{a\to\infty}\frac{a}{b}=1$을 얻을 수 있고, 이를 이용하면

$$\lim_{a\to 0}S(a)=\lim_{a\to 0}\frac{\left(1+\dfrac{a}{b}\right)^2}{2\dfrac{a}{b}}=2$$

를 얻는다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (Ⅳ)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[제시문]

[라] 좌표평면의 원점 O와 점 $\mathrm{P}(x,y)$에 대하여, 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ, $\overline{\mathrm{OP}}$를 r이라 하면

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}\,(x \neq 0),$$

$$\csc\theta = \frac{r}{y}\,(y \neq 0),\ \sec\theta = \frac{r}{x}\,(x \neq 0),\ \cot\theta = \frac{x}{y}\,(y \neq 0)$$

[마] 삼각함수의 덧셈정리

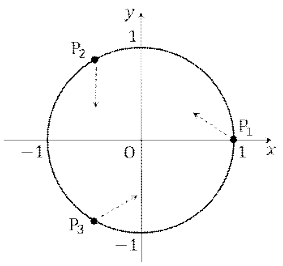
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta,\ \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta,$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta,\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

[바] 매개변수 t로 나타낸 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고 $f'(t) \neq 0$이면 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \dfrac{g'(t)}{f'(t)}$이다.

[사] 좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x,y)$의 위치를 매개변수 t에 관한 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$로 나타내면, $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리는 $\displaystyle\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2}\,dt$이다.

[논제 Ⅳ]

<그림 1>과 같이 중심이 원점 O이고 반지름이 1인 원 위에 같은 간격으로 놓여 있는 세 개 이상의 점 $\mathrm{P}_1, \cdots, \mathrm{P}_n$이 있다. 매순간 점 P_k $(k<n)$는 점 P_{k+1}을 향하여 움직이고, 점 P_n은 점 P_1을 향하여 움직인다. 점 P_1은 점 $(1,0)$에서 출발하고, $\overline{\mathrm{OP}_1} = \overline{\mathrm{OP}_2} = \cdots = \overline{\mathrm{OP}_n} > 0$와 $\angle \mathrm{P}_1\mathrm{OP}_2 = \cdots = \angle \mathrm{P}_{n-1}\mathrm{OP}_n = \angle \mathrm{P}_n\mathrm{OP}_1$는 항상 성립한다. $\alpha = \dfrac{1-\cos\frac{2\pi}{n}}{\sin\frac{2\pi}{n}}$라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 1: $n=3$인 경우>

(1) 매개변수 t가 동경 OP_1이 나타내는 각의 크기일 때, 점 P_1의 좌표 (x_1, y_1)을 나타내는 함수 $x_1 = f_1(t)$, $y_1 = g_1(t)$를 α를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

(2) 점 P_1이 $t=0$에서 $t=u$까지 움직인 거리 $s(u)$의 극한값 $\displaystyle\lim_{u\to\infty} s(u)$를 α를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

[논제 IV]에서는 고등학교 수학 교육과정의 삼각함수의 정의와 덧셈정리, 매개변수로 표시된 함수의 미분법 및 좌표평면 위의 점이 움직인 거리를 구하는 적분법을 활용하여 조건을 만족시키는 점이 움직인 거리를 구하는 문제를 출제하여 논리적으로 사고하고 수학적으로 추론할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 단편적인 수학의 공식의 활용 능력보다는 주어진 조건을 종합적으로 이해하여 주어진 상황을 수학적 문제로 해석하고, 그 문제를 체계적이고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

좌표평면 위의 점의 위치를 매개변수로 표현된 삼각함수를 이용하여 표현하고, 점이 만드는 곡선의 접선의 기울기를 매개변수로 표현된 곡선의 미분법을 사용하여 구할 수 있다. 또한 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 평면 위의 두 점 사이의 관계를 표시하고, 치환적분 및 좌표평면 위에서 점이 움직인 거리를 적분으로 표시하여 계산한다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 수학 I	김원경 외 14인	(주)비상교육	2021	71	제시문[라]	X
고등학교 미적분	박교식 외 19인	(주)동아출판	2021	61	제시문[라]	X
고등학교 미적분	박교식 외 19인	(주)동아출판	2021	65	제시문[마]	X
고등학교 미적분	박교식 외 19인	(주)동아출판	2021	92	제시문[바]	X
고등학교 미적분	박교식 외 19인	(주)동아출판	2021	163	제시문[사]	X

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 IV]

(1) (15점)

<5점> 점 P_1이 만족하는 조건을 찾는다.

<5점> 점 P_1의 위치를 매개변수로 나타낸 함수로 표시한다.

<5점> 계산을 논리적으로 전개할 수 있다.

(2) (10점)

<5점> 점 P_1이 움직인 거리를 식으로 표현할 수 있다.

<5점> 점 P_1이 움직인 거리를 식을 적분하여 계산할 수 있다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 IV]

(1) $\theta=\dfrac{2\pi}{n}=\angle \mathrm{P}_1\mathrm{OP}_2=\cdots=\angle \mathrm{P}_{n-1}\mathrm{OP}_n=\angle \mathrm{P}_n\mathrm{OP}_1$이라 하자. 매개변수 t가 동경 OP_1이 나타내는 각의 크기일 때, 점 P_1의 좌표 (x_1, y_1)을 나타내는 함수는 $x_1=f_1(t)$, $y_1=g_1(t)$이고, 점 P_2의 좌표 (x_2, y_2)를 나타내는 함수는 $x_2=f_2(t)$, $y_2=g_2(t)$이다. 그림과 같이 $r=\overline{\mathrm{OP}_1}=\overline{\mathrm{OP}_2}$이라 하면 $f_1(t)=r\cos t$, $g_1(t)=r\sin t$, $f_2(t)=r\cos(t+\theta)$, $g_2(t)=r\sin(t+\theta)$이다. 삼각함수의 덧셈정리에 의해,

$f_2=r\cos t\cos\theta-r\sin t\sin\theta=f_1\cos\theta-g_1\sin\theta$, $g_2=r\sin t\cos\theta+r\cos t\sin\theta=g_1\cos\theta+f_1\sin\theta$이다.

$\dfrac{dy_1}{dx_1}=\dfrac{g_1{}'}{f_1{}'}$이 직선 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$의 기울기 $\dfrac{-g_1(1-\cos\theta)+f_1\sin\theta}{-f_1(1-\cos\theta)-g_1\sin\theta}$와 같으므로,

$(f_1{}'g_1-f_1g_1{}')(1-\cos\theta)=(f_1{}'f_1+g_1{}'g_1)\sin\theta$이다. $f_1{}'(t)=r'\cos t-r\sin t$, $g_1{}'(t)=r'\sin t+r\cos t$이므로

$f_1{}'g_1-f_1g_1{}'=-r^2$이고 $f_1{}'f_1+g_1{}'g_1=r'r$이므로, $-r^2(1-\cos\theta)=r'r\sin\theta$이다.

$r>0$이므로, $\dfrac{r'}{r}=-\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$이고, $\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{1-\cos\dfrac{2\pi}{n}}{\sin\dfrac{2\pi}{n}}=\alpha$이므로 양변을 치환적분하면 $r=ke^{-\alpha t}$이고,

$t=0$일 때 $r=1$이므로, $k=1$이다. 따라서, $f_1(t)=e^{-\alpha t}\cos t$, $g_1(t)=e^{-\alpha t}\sin t$이다.

(2) $s(u)=\displaystyle\int_0^u\sqrt{\{f_1{}'(t)\}^2+\{g_1{}'(t)\}^2}\,dt=\int_0^u\sqrt{\alpha^2+1}\,e^{-\alpha t}dt=\frac{\sqrt{\alpha^2+1}}{\alpha}(1-e^{-\alpha u})$이므로,

$\displaystyle\lim_{u\to\infty}s(u)=\frac{\sqrt{\alpha^2+1}}{\alpha}$이다.

2022학년도 신입생 수시모집

논술고사 문제지(자연계)

경희대학교

[11월 21일(일) 오전]

지원학부(과) (   ) 수험번호 | | | | | | | | | | 성 명 (   )

<유의사항 : 아래 내용 위반시 감점 또는 0점 처리함>

1. 답안의 작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 펜을 사용하시고, 다른 펜으로 답안을 작성한 경우 공란으로 처리하므로 유의하시오.
2. 답안지에 제목을 쓰지 말고, 특별한 표시를 하지 마시오.
3. 답안지에 답안과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오(예: 감사합니다 등).
4. 답안 작성 시 논제번호(예: Ⅰ, Ⅱ…)에 맞춰 답안을 작성하며, 논제별 소문항번호[예: (1), (2)…]를 쓰고 이어서 논술하시오.
5. 답안 정정 시에는 두 줄을 긋고 작성하며, 수정도구(수정액 또는 수정테이프) 사용은 절대 불가하므로 유의하시오.
6. 논제별 분량 제한을 준수하고 답안지는 반드시 1장만 사용하시오.
7. 지정된 답안의 작성 영역을 벗어나지 않도록 각별히 유의하시오.
8. **자연계 문제지는 총 2장 4쪽입니다.**

다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (100점)

[가] 좌표평면의 원점 O와 점 $\mathrm{P}(x, y)$에 대하여, 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ, $\overline{\mathrm{OP}}$를 r이라 하면

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}\ (x \neq 0),\ \csc\theta = \frac{r}{y}\ (y \neq 0),\ \sec\theta = \frac{r}{x}\ (x \neq 0),\ \cot\theta = \frac{x}{y}\ (y \neq 0)$$

[나] 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x = f(t)$일 때, 시각 t에서의 점 P의 속도 v는 다음과 같다.

$$v = \frac{dx}{dt} = f'(t)$$

[다] 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a) = 0$이고 $x = a$의 좌우에서

① $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x = a$에서 극대이다.

② $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x = a$에서 극소이다.

[라] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고, $f'(x)$와 $g'(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

[마] 표본공간 S의 두 사건 A, B에 대하여

① 사건 A 또는 B가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A \cup B)$는 $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$

② 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면 $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B)$

[바] n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p! \times q! \times \cdots \times r!}\ (\text{단, } p + q + \cdots + r = n)$$

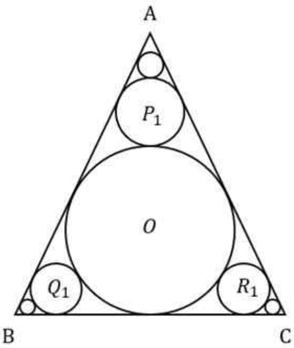
[사] 타원 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

< 뒷면에 계속 >

[논제 Ⅰ]

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 내접원 O의 반지름을 1이라 하고 <그림 1>과 같이 두 변과 내접원 O에 모두 접하는 원을 각각 P_1, Q_1, R_1이라 하자. 자연수 n에 대하여 원 P_{n+1}은 원 P_n과 두 변 AB, AC에 접하고, 원 P_{n+1}의 반지름은 원 P_n의 반지름보다 작다. 원 Q_{n+1}은 원 Q_n과 두 변 AB, BC에 접하고, 원 Q_{n+1}의 반지름은 원 Q_n의 반지름보다 작다. 원 R_{n+1}은 원 R_n과 두 변 BC, AC에 접하고, 원 R_{n+1}의 반지름은 원 R_n의 반지름보다 작다. 각 B의 크기를 θ라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 1>

(1) 모든 원의 둘레의 합을 $f(\theta)=c_1\sec d_1\theta+c_2\csc d_2\theta+c_3$의 꼴로 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (단, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2는 실수이다.) (15점)

(2) 삼각형 ABC의 세 변의 길이의 합 $g(\theta)$와 극한값 $\lim_{\theta\to 0}\frac{f(\theta)}{g(\theta)}$, $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}}\frac{f(\theta)}{g(\theta)}$를 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (10점)

[논제 Ⅱ]

수직선 위의 두 점 P, Q가 시각 $t=0$일 때 각각 원점 O와 q_0에서 출발하여 속도 $v_1(t)$, $v_2(t)$로 움직인다. 다음 조건

'$q_0>a$인 모든 실수 q_0에 대하여 $0<t<1$에서 두 점 P와 Q는 만나지 않는다.'

에 대하여 물음에 답하시오.

(1) $v_1(t)=v_2(t)+\cos\frac{\pi}{2}t$일 때, 위 조건을 만족하는 실수 a의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) $v_1(t)=v_2(t)+t\cos 4\pi t$일 때, 위 조건을 만족하는 실수 a의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

< 다음 장에 계속 >

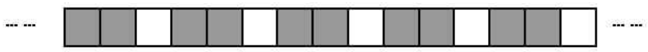
[논제 Ⅲ]

(1) 다음과 같이 두 학생 A, B 중에서 상품을 받을 한 명을 결정한다.

(ⅰ) 비긴 경우도 포함해서 가위바위보를 최대 4회 실시한다.
(ⅱ) A는 B보다 이긴 횟수가 많거나 같을 때 상품을 받는다.
(ⅲ) B는 A보다 이긴 횟수가 많을 때만 상품을 받는다.
(ⅳ) 가위바위보는 상품을 받을 학생이 결정될 때까지만 한다.

예를 들어, A가 먼저 1회 이기고 2회 비긴 경우에는 남은 1회를 실시하지 않고 A가 상품을 받는다. 또한, 4회 모두 비긴 경우에도 A가 상품을 받는다. 이때 A가 상품을 받을 확률을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (단, A, B가 가위, 바위, 보를 낼 확률은 각각 $\frac{1}{3}$이다.) (10점)

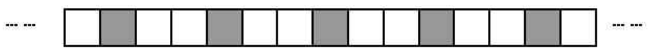
(2) 앞면이 검은색이고 뒷면이 흰색인 종이를 가로로 n장 붙여서 띠를 만든다. 이 띠와 같은 띠를 왼쪽과 오른쪽으로 계속 이어 붙여서 만들어지는 모양을 생각하자. 예를 들어 세 장의 종이를 검은색, 검은색, 흰색이 보이도록 순서대로 붙여서 띠를 만든 뒤, 이를 계속 이어 붙이면 <그림 2>와 같은 모양이 된다.



<그림 2>

이때, 옆으로 몇 칸 움직이거나, 위아래로 뒤집은 것들을 같은 모양으로 본다. 예를 들어 <그림 3>과 <그림 4>는 <그림 2>와 같은 모양으로 본다.

<그림 3>



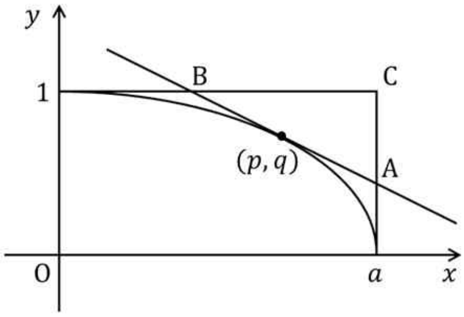
<그림 4>

위의 규칙대로 n장의 종이로 만든 띠를 이어 붙여서 얻어지는 서로 다른 모양의 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어 $n=2$일 때 검은색 면이 보이도록 놓인 종이를 B, 흰색 면이 보이도록 놓인 종이를 W로 표시하면, 서로 다른 모양은 BW로 만든 것과 BB로 만든 것뿐이므로 a_2는 2이다. 이와 같이 a_4, a_5, a_6을 각각 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

< 뒷면에 계속 >

[논제 Ⅳ]

<그림 5>와 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$과 제1사분면에서 접하는 직선이 직선 $x=a$와 점 A에서 만나고, 직선 $y=1$과 점 B에서 만난다. 점 C는 $(a, 1)$이다. (단, $a>0$)



<그림 5>

(1) 접점의 좌표가 (p, q)일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 p와 q의 식으로 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

< 끝 >

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (I)문항

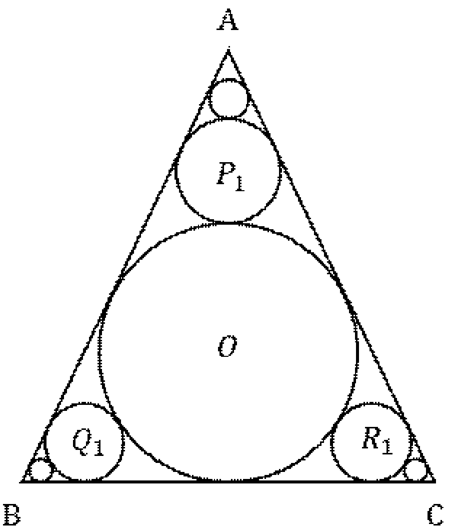
2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[가] 좌표평면의 원점 O와 점 $\mathrm{P}(x,y)$에 대하여, 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ, $\overline{\mathrm{OP}}$를 r이라 하면

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}\ (x \neq 0),\ \csc\theta = \frac{r}{y}\ (y \neq 0),\ \sec\theta = \frac{r}{x}\ (x \neq 0),\ \cot\theta = \frac{x}{y}\ (y \neq 0)$$

[논제 I]

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형 ABC의 내접원 O의 반지름을 1이라 하고 <그림 1>과 같이 두 변과 내접원 O에 모두 접하는 원을 각각 P_1, Q_1, R_1이라 하자. 자연수 n에 대하여 원 P_{n+1}은 원 P_n과 두 변 AB, AC에 접하고, 원 P_{n+1}의 반지름은 원 P_n의 반지름보다 작다. 원 Q_{n+1}은 원 Q_n과 두 변 AB, BC에 접하고, 원 Q_{n+1}의 반지름은 원 Q_n의 반지름보다 작다. 원 R_{n+1}은 원 R_n과 두 변 BC, AC에 접하고, 원 R_{n+1}의 반지름은 원 R_n의 반지름보다 작다. 각 B의 크기를 θ라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.



<그림 1>

(1) 모든 원의 둘레의 합을 $f(\theta) = c_1 \sec d_1\theta + c_2 \csc d_2\theta + c_3$의 꼴로 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (단, c_1, c_2, c_3, d_1, d_2는 실수이다.) (15점)

(2) 삼각형 ABC의 세 변의 길이의 합 $g(\theta)$와 극한값 $\lim_{\theta \to 0} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$, $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$를 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (10점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

고등학교 수학 교육과정의 삼각함수의 정의와 등비급수의 합 공식 및 함수의 극한을 활용하여 조건을 만족시키는 원의 둘레의 합과 삼각형의 둘레의 길이의 비의 극한을 구하는 문제를 출제하여 논리적으로 사고하고 수학적으로 추론할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 단편적인 수학의 공식의 활용 능력보다는 주어진 조건을 종합적으로 이해하여 주어진 상황을 수학적 문제로 해석하고, 그 문제를 체계적이고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

이등변삼각형의 내접원부터 시작하여 주어진 원과 삼각형의 두 변에 접하는 원을 계속 채워 나갈 수 있는데, 이러한 원의 둘레의 길이와 삼각형의 둘레의 길이와의 비를 구하는 문제이다. 특히 삼각형이 한없이 높아지거나 옆으로 길어지는 극한을 직관적으로 추론할 수 있는데, 이를 실제 계산으로 확인할 수 있다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
수학 I	김원경 외 14인	(주)비상교육	2021	71	제시문[가]	X
미적분	박교식 외 19인	(주)동아출판	2021	61	제시문[가]	X

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

(1) (15점)
<5점> 원 P_n의 둘레의 길이에 관한 등비급수를 구한다.
<5점> 원 Q_n 또는 원 R_n의 둘레의 길이에 관한 등비급수를 구한다.
<5점> 모든 원의 둘레의 길이를 요구하는 형태로 표현할 수 있다.

(2) (10점)
<5점> 삼각형의 세 변의 길이의 합을 각 θ로 표현할 수 있다.
<5점> 길이의 비의 극한값을 계산할 수 있다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

(1) 각 B와 각 C의 크기를 θ라 하면, 각 A의 크기는 $\pi-2\theta$이다. 원 P_1의 반지름 p_1은 $\dfrac{1-p_1}{1+p_1}=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$에서 $p_1=\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$이므로, 일반적으로 원 P_n의 반지름 p_n은 공비가 $\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$인 등비수열이다. 마찬가지로 원 Q_1의 반지름 q_1은 $\sin\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1-q_1}{1+q_1}$에서 $q_1=\dfrac{1-\sin\dfrac{\theta}{2}}{1+\sin\dfrac{\theta}{2}}$이므로, 일반적으로 원 Q_n의 반지름 q_n은 공비가 $\dfrac{1-\sin\dfrac{\theta}{2}}{1+\sin\dfrac{\theta}{2}}$인 등비수열이다. 원 R_n의 반지름 r_n은 q_n과 같다. 따라서, 모든 원의 둘레의 합은 내접원 O의 둘레를 첫째항으로 하는 등비급수의 합을 이용하여 계산하면

$$f(\theta)=\frac{2\pi}{1-\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}+2\frac{2\pi}{1-\dfrac{1-\sin\dfrac{\theta}{2}}{1+\sin\dfrac{\theta}{2}}}-4\pi=\frac{\pi(1+\cos\theta)}{\cos\theta}+\frac{2\pi\left(1+\sin\dfrac{\theta}{2}\right)}{\sin\dfrac{\theta}{2}}-4\pi$$

$=\pi\sec\theta+2\pi\csc\dfrac{\theta}{2}-\pi$이다.

(2) 삼각형의 세 변의 길이의 합은 내접원의 중심에서 각 변에 수선의 발을 내려, 꼭짓점에서 그 수선의 발까지의 거리의 합을 이용하여 계산할 수 있다. $g(\theta)=2\tan\theta+4\cot\dfrac{\theta}{2}$이다.

$$\frac{f(\theta)}{g(\theta)}=\frac{\pi\sec\theta+2\pi\csc\dfrac{\theta}{2}-\pi}{2\tan\theta+4\cot\dfrac{\theta}{2}}=\frac{\pi\sin\dfrac{\theta}{2}\sec\theta+2\pi-\pi\sin\dfrac{\theta}{2}}{2\sin\dfrac{\theta}{2}\tan\theta+4\cos\dfrac{\theta}{2}}$$ 이고, $\theta\to 0$이면

$$\frac{\pi\sin\dfrac{\theta}{2}\sec\theta+2\pi-\pi\sin\dfrac{\theta}{2}}{2\sin\dfrac{\theta}{2}\tan\theta+4\cos\dfrac{\theta}{2}}\to\frac{0+2\pi-0}{0+4}=\frac{\pi}{2}$$ 이므로, $\displaystyle\lim_{\theta\to 0}\frac{f(\theta)}{g(\theta)}=\frac{\pi}{2}$이다.

또한,

$$\frac{f(\theta)}{g(\theta)}=\frac{\pi\sec\theta+2\pi\csc\dfrac{\theta}{2}-\pi}{2\tan\theta+4\cot\dfrac{\theta}{2}}=\frac{\pi+2\pi\cos\theta\csc\dfrac{\theta}{2}-\pi\cos\theta}{2\sin\theta+4\cos\theta\cot\dfrac{\theta}{2}}$$ 이고,

$\theta\to\dfrac{\pi}{2}$이면 $\dfrac{\pi+2\pi\cos\theta\csc\dfrac{\theta}{2}-\pi\cos\theta}{2\sin\theta+4\cos\theta\cot\dfrac{\theta}{2}}\to\dfrac{\pi+0-0}{2+0}=\dfrac{\pi}{2}$이므로, $\displaystyle\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}}\frac{f(\theta)}{g(\theta)}=\frac{\pi}{2}$이다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (Ⅱ)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[나] 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=f(t)$일 때, 시각 t에서의 점 P의 속도 v는 다음과 같다.

$$v=\frac{dx}{dt}=f'(t)$$

[다] 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

① $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

② $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

[라] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고, $f'(x)$와 $g'(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx=[f(x)g(x)]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)dx$$

[논제 Ⅱ]

수직선 위의 두 점 P, Q가 시각 $t=0$일 때 각각 원점 O와 q_0에서 출발하여 속도 $v_1(t)$, $v_2(t)$로 움직인다. 다음 조건

'$q_0>a$인 모든 실수 q_0에 대하여 $0<t<1$에서 두 점 P와 Q는 만나지 않는다.'

에 대하여 물음에 답하시오.

(1) $v_1(t)=v_2(t)+\cos\frac{\pi}{2}t$일 때, 위 조건을 만족하는 실수 a의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) $v_1(t)=v_2(t)+t\cos 4\pi t$일 때, 위 조건을 만족하는 실수 a의 최솟값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

[논제II]에서는 고등학교 교육과정의 수직선 위에서 움직이는 점의 속도, 위치에 관한 기본 개념과 함수의 극값, 부분적분법 등을 종합적으로 잘 이해하고 응용할 수 있는지를 파악할 수 있는 논제를 출제하였다. 주어진 조건으로부터 수학적으로 추론하고 단순한 공식의 적용보다는 주어진 상황을 수학적으로 표현하여 문제해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

[논제 II]에서는 수직선 위에서 움직이는 점의 위치, 속도, 부분적분, 함수의 극값 등을 이용하여 제시된 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 미적분	고성은 외 6인	(주)좋은책신사고	2020	112	제시문[나]	X
고등학교 미적분	고성은 외 6인	(주)좋은책신사고	2020	102	제시문[다]	X
고등학교 미적분	황선욱 외 8명	미래엔	2021	153	제시문[라]	X

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 II]

(1)

<3점> 속도 함수를 적분한다.

<4점> 적분한 함수를 이용하여 P,Q가 만나지 않을 q_0의 조건을 찾는다.

<3점> 모든 $q_0 > a$에 대하여, P,Q가 만나지 않을 a의 조건에 관해 찾는다.

(2)

<5점> 속도 함수를 적분한다.

<6점> 적분한 함수의 그래프의 개형을 이용하여, 점 P,Q가 만나지 않을 q_0의 조건을 찾는다.

<4점> 모든 $q_0 > a$에 대하여, P,Q가 만나지 않을 a의 조건에 관해 찾는다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

(1) 시각 t에서 두 점 P, Q의 위치를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 두면, $f(0)=0$, $g(0)=q_0$이고 $f'(t)=g'(t)+\cos\frac{\pi}{2}t$이다.

$h(t)=f(t)-g(t)$로 두고, 위의 등식을 적분하면 $h(t)=\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}t+h(0)=\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}t-q_0$ 이다.

'$q_0 > a$인 모든 q_0에 대하여, 두 점 P, Q가 만나지 않는다'는

'$q_0 > a$인 모든 q_0에 대하여, 시각 $0<t<1$에서 $h(t)=0$인 t가 존재하지 않는다'와 같다.

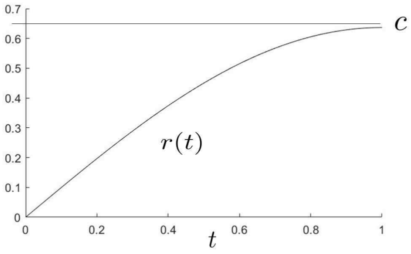
따라서, $q_0 > a$인 모든 q_0에 대하여, 시각 $0<t<1$에서 $h(t)=0$인 t가 존재하지 않을 a의 최솟값을 찾으면 된다.

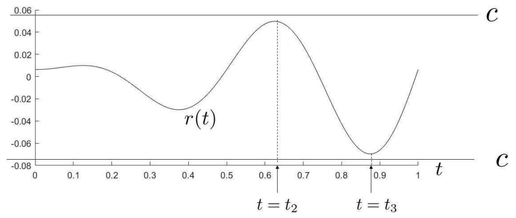
$r(t)=\frac{2}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}t$, $c=q_0$라 두면, $h(t)=0$의 해는 $r(t)=c$의 해가 된다.

아래 왼쪽 그림과 같이 $y=r(t)$와 $y=c$의 교점이 $0<t<1$에서 존재하지 않기 위해서는

$c=q_0 > h(1)=\frac{2}{\pi}$ **혹은** $c=q_0 \le 0$를 만족하여야 한다.

즉, $a \geq \dfrac{2}{\pi}$일 때 $q_0 > a$를 만족하는 모든 q_0에 대하여, 두 점 P,Q가 만나지 않는다. 따라서, a의 최솟값은 $\dfrac{2}{\pi}$이다.





(2) (1)에서와 같이 $h(t)$를 정의하면, $h(0)=-q_0$이고 $h'(t)=t\cos 4\pi t$이므로, $h(t)=\dfrac{1}{4\pi}t\sin 4\pi t+\dfrac{1}{(4\pi)^2}\cos 4\pi t-\dfrac{1}{(4\pi)^2}-q_0$ 이다.

이때, $r(t)$와 c를 다음과 같이 두면, $r(t)=\dfrac{1}{4\pi}t\sin 4\pi t+\dfrac{1}{(4\pi)^2}\cos 4\pi t$, $c=\dfrac{1}{(4\pi)^2}+q_0$, $h(t)=0$의 해는 $r(t)=c$의 해가 된다.

$y=r(t)$의 그래프를 그리기 위해 $r(t)$의 극점을 구하면, $r'(t)=t\cos 4\pi t=0$ 에서 $t_k=\dfrac{2k+1}{8}$, $k=0,1,2,3$이 된다.

각 t_k에서 $r(t_k)=\dfrac{1}{4\pi}t_k\sin\left(k+\dfrac{1}{2}\right)\pi=\dfrac{t_k}{4\pi}(-1)^k=(-1)^k\dfrac{2k+1}{32\pi}$이다. $r(0)=r(1)=\dfrac{1}{(4\pi)^2}$ 이므로, 함수의 증감표는 다음과 같다.

t	0		t_0		t_1		t_2		t_3		1
$r'(t)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$r(t)$	$\dfrac{1}{(4\pi)^2}$	↗	$\dfrac{1}{32\pi}$	↘	$\dfrac{-3}{32\pi}$	↗	$\dfrac{5}{32\pi}$	↘	$\dfrac{-7}{32\pi}$	↗	$\dfrac{1}{(4\pi)^2}$

함수의 그래프의 개형은 위의 오른쪽 그림과 같으며, $c > r(t_2)$ 혹은 $c < r(t_3)$일 때, $r(t)=c$의 해가 없다.

$c=\dfrac{1}{(4\pi)^2}+q_0$이므로, $q_0 > r(t_2)-\dfrac{1}{(4\pi)^2}\left(=\dfrac{5\pi-2}{32\pi^2}\right)$ 혹은 $q_0 < r(t_3)-\dfrac{1}{(4\pi)^2}\left(=\dfrac{-7\pi-2}{32\pi^2}\right)$이면, $r(t)=c$의 해가 없다.

즉, $a \geq \dfrac{5\pi-2}{32\pi^2}$일 때, $q_0 > a$인 모든 q_0에 대하여 $r(t)=c$의 해가 존재하지 않는다.

따라서, 두 점 P, Q가 $0<t<1$에서 만나지 않을 a의 최솟값은 $\dfrac{5\pi-2}{32\pi^2}$이다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (Ⅲ)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

제시문

[마] 표본공간 S의 두 사건 A, B에 대하여

① 사건 A 또는 B가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A\cup B)$는 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

② 두 사건 A, B가 서로 배반사건이면 $\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$

[바] n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p개, q개, $\cdots$, r개 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p!\times q!\times\cdots\times r!}\ (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

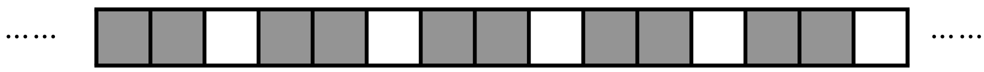
[논제 Ⅲ]

(1) 다음과 같이 두 학생 A, B 중에서 상품을 받을 한 명을 결정한다.

(ⅰ) 비긴 경우도 포함해서 가위바위보를 최대 4회 실시한다.
(ⅱ) A는 B보다 이긴 횟수가 많거나 같을 때 상품을 받는다.
(ⅲ) B는 A보다 이긴 횟수가 많을 때만 상품을 받는다.
(ⅳ) 가위바위보는 상품을 받을 학생이 결정될 때까지만 한다.

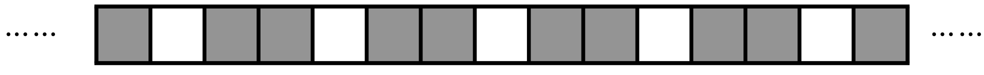
예를 들어, A가 먼저 1회 이기고 2회 비긴 경우에는 남은 1회를 실시하지 않고 A가 상품을 받는다. 또한, 4회 모두 비긴 경우에도 A가 상품을 받는다. 이때 A가 상품을 받을 확률을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (단, A, B가 가위, 바위, 보를 낼 확률은 각각 $\frac{1}{3}$이다.) (10점)

(2) 앞면이 검은색이고 뒷면이 흰색인 종이를 가로로 n장 붙여서 띠를 만든다. 이 띠와 같은 띠를 왼쪽과 오른쪽으로 계속 이어 붙여서 만들어지는 모양을 생각하자. 예를 들어 세 장의 종이를 검은색, 검은색, 흰색이 보이도록 순서대로 붙여서 띠를 만든 뒤, 이를 계속 이어 붙이면 <그림 2>와 같은 모양이 된다.

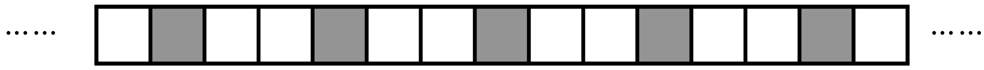


<그림 2>

이때, 옆으로 몇 칸 움직이거나, 위아래로 뒤집은 것들을 같은 모양으로 본다. 예를 들어 <그림 3>과 <그림 4>는 <그림 2>와 같은 모양으로 본다.



<그림 3>



<그림 4>

위의 규칙대로 n장의 종이로 만든 띠를 이어 붙여서 얻어지는 서로 다른 모양의 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어 $n=2$일 때 검은색 면이 보이도록 놓인 종이를 B, 흰색 면이 보이도록 놓인 종이를 W로 표시하면, 서로 다른 모양은 BW로 만든 것과 BB로 만든 것뿐이므로 a_2는 2이다. 이와 같이 a_4, a_5, a_6을 각각 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

자연계 [논제 III] (1)에서는 고등학교 수학 교육과정 확률과 통계 영역 경우의 수의 합의 법칙과 곱의 법칙, 확률의 기본 성질, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리, 사건의 독립과 종속 등의 기본 개념을 종합적으로 잘 이해하고 응용할 수 있는지를 파악할 수 있는 논제를 출제하였다. 주어진 실생활과 관련된 상황에서 수학의 지식과 기능을 활용하여 해결 전략을 탐색하고 최적의 해결 방안을 선택하여 주어진 문제를 해결하는 문제 해결 능력과 수학적 사실을 추측하고 논리적으로 분석하고 정당화하는 추론 능력 등 단순한 공식의 적용보다는 논제를 수학적으로 표현하여 문제 해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결하는데 필요한 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

자연계 [논제 III] (2)에서는 고등학교 교육과정의 경우의 수, 여러 가지 순열 등의 기본 개념을 종합적으로 잘 이해하고 응용할 수 있는지를 파악할 수 있는 논제를 출제하였다. 주어진 상황을 수학적으로 표현하여 문제해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

[논제 III]의 (1)에서는 경우의 수의 합의 법칙과 곱의 법칙, 확률의 기본 성질, 확률의 덧셈정리와 곱셈정리, 조건부확률, 사건의 독립과 종속 등의 개념을 이해하고 주어진 실생활과 관련된 상황에서의 확률을 계산할 수 있는지를 평가하고자 하였다. [논제 III]의 (2)에서는 주어진 상황에서 나타나는 경우의 수를 빠짐없이 구할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
확률과통계	권오남 외 14명	교학사	2021	51	제시문[마]	X
확률과통계	황선욱 외 9명	미래엔	2021	15	제시문[바]	X

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 III] (1)
<5점> A가 상품을 받는 경우의 수를 적절하게 분류한다.
<5점> A가 상품을 받을 확률을 정확하게 구한다.

[논제 III] (2)
<4점> 적절한 방법으로 a_4를 구한다.
<5점> 적절한 방법으로 a_5를 구한다.
<6점> 적절한 방법으로 a_6를 구한다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

(1) 가위바위보에서 A가 B를 이길 확률, 비길 확률, 질 확률은 모두 $\frac{1}{3}$이다.

(i) 1회만 실시한 뒤, A가 상품을 받는 경우
- 없음 (1회에 A가 이긴 경우라도 2회, 3회, 4회에 B가 이기면 B가 상품을 받게 된다. 이처럼 1회만 실시한 뒤에는 상품을 받을 사람이 결정되지 않는다. 따라서 1회만 실시한 뒤 A가 상품을 받는 경우는 없다.)

(ii) 2회만 실시한 뒤, A가 상품을 받는 경우
- 2승: 승-승

(iii) 3회만 실시한 뒤, A가 상품을 받는 경우
- 2승 1패: 승-패-승 / 패-승-승
- 2승 1무: 승-무-승 / 무-승-승
- 1승 2무: 승-무-무 / 무-승-무 / 무-무-승

(iv) 4회 실시한 뒤, A가 상품을 받는 경우
- 2승 2패: 승-패-패-승 / 패-승-패-승 / 패-패-승-승
- 2승 1무 1패: 승-무-패-승 / 승-패-무-승 / 무-승-패-승 / 무-패-승-승 / 패-승-무-승 / 패-무-승-승
- 1승 2무 1패: 승-패-무-무 / 승-무-패-무 / 패-승-무-무 / 패-무-승-무 / 패-무-무-승 / 무-승-패-무 / 무-무-패-승 / 무-패-승-무 / 무-패-무-승
- 1승 3무: 무-무-무-승
- 4무: 무-무-무-무

따라서 구하는 확률은 $1\times\frac{1}{9}+7\times\frac{1}{27}+20\times\frac{1}{81}=\frac{50}{81}$이다.

(2) 검은색 면이 위로 놓인 경우를 B, 흰색 면이 위로 놓인 경우를 W로 표시하자. r개의 B와 s개의 W로 이루어진 띠의 위아래를 뒤집으면, s개의 B와 r개의 W로 이루어진 띠가 되므로, r이 s보다 크거나 같은 경우만 고려하면 된다.

1) n=4일 때
1-1) B의 개수가 4일 때, BBBB 한 가지 경우 밖에 없다.
1-2) B의 개수가 3일 때, BBBW, BBWB, BWBB, WBBB가 같은 모양이므로 한 가지 밖에 없다.
1-3) B의 개수가 2일 때, BBWW, BWWB, WWBB, WBBW가 같은 모양이고, BWBW, WBWB가 같은 모양이다. 2개의 B와 2개의 W를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{4!}{2!2!}=6$이므로, 이 두 가지 말고 다른 모양은 없다.
따라서 $a_4=1+1+2=4$이다.

2) n=5일 때

2-1) B의 개수가 5일 때, BBBBB 한 가지 경우 밖에 없다.

2-2) B의 개수가 4일 때, BBBBW 한 가지 경우 밖에 없다.

2-3) B의 개수가 3일 때, BBBWW와 같은 모양이 되는 순열이 4개가 더 있고, BBWBW와 같은 모양인 순열도 4개가 더 있다. 3개의 B와 2개의 W를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{5!}{3!2!}=10$이므로, 이 두 가지 말고 다른 모양은 없다.

따라서 $a_5=1+1+2=4$이다.

3) n=6일 때

3-1) B의 개수가 6일 때, BBBBBB 한 가지 경우 밖에 없다.

3-2) B의 개수가 5일 때, BBBBBW 한 가지 경우 밖에 없다.

3-3) B의 개수가 4일 때, BBBBWW, BBBWBW와 같은 모양이 되는 순열이 각각 5개씩 더 있으며, BBWBBW와 같은 모양이 되는 순열은 2개가 더 있다. 4개의 B와 2개의 W를 일렬로 늘어놓은 경우의 수는 $\frac{6!}{4!2!}=15$이므로, 이 세 가지 말고 다른 모양은 없다.

3-4) B의 개수가 3일 때, BBBWWW와 같은 모양이 되는 순열이 5개, BBWBWW와 같은 모양이 되는 순열이 11개 더 있으며, BWBWBW와 WBWBWB는 서로 같은 모양이다. 3개의 B와 3개의 W를 일렬로 나열하는 순열의 수는 $\frac{6!}{3!3!}=20$이므로, 이 세 가지 말고 다른 모양은 없다.

따라서 $a_6=1+1+3+3=8$이다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 / (Ⅳ)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[다] 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고 $x=a$의 좌우에서

① $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

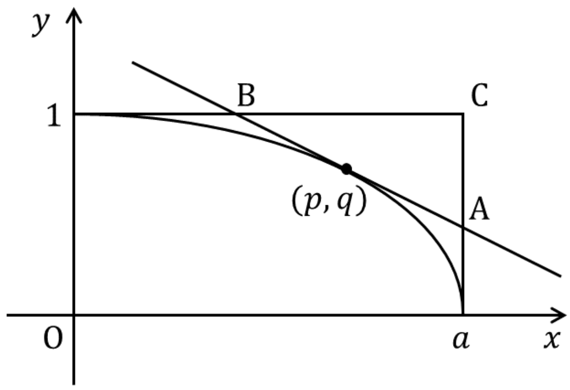
② $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

[사] 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_1 x}{a^2}+\frac{y_1 y}{b^2}=1$$

[논제 Ⅳ]

<그림 5>와 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$과 제1사분면에서 접하는 직선이 직선 $x=a$와 점 A에서 만나고, 직선 $y=1$과 점 B에서 만난다. 점 C는 $(a,1)$이다. (단, $a>0$)



<그림 5>

(1) 접점의 좌표가 (p,q)일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 p와 q의 식으로 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

논제 Ⅳ <수학>

논제 Ⅳ 수학에서는 고등학교 교육과정의 이차곡선, 여러 가지 미분법, 도함수의 활용 등의 기본 개념을 종합적으로 잘 이해하고 응용할 수 있는지를 파악할 수 있는 논제를 출제하였다. 주어진 조건으로부터 수학적으로 추론하고 단순한 공식의 적용보다는 주어진 상황을 수학적으로 표현하여 문제해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

논제 Ⅳ <수학>

논제 Ⅳ에서는 타원의 접선의 방정식을 구하고, 이 접선의 일부분을 선분으로 하는 직각삼각형의 넓이의 최댓값을 여러 가지 미분법과 도함수의 활용을 이용하여 계산할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 미적분	고성은 외 5인	좋은책 신사고	2020	102	제시문[다]	×
고등학교 기하	김원경 외 14인	비상교육	2020	41	제시문[사]	×

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

논제 Ⅳ <수학>

(1) <7점> 점 A와 점 B의 좌표를 찾는다.

<3점> 삼각형 ABC의 넓이를 찾는다.

(2) <5점> 넓이의 도함수를 찾는다.

<10점> 도함수를 이용하여 최댓값을 찾는다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 Ⅳ]

(1) 접점이 제1사분면에 있으므로 $0 < p < a$, $0 < q < 1$이다.

타원 $\dfrac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 위의 점 (p, q)에서 접선의 방정식은 $\dfrac{px}{a^2} + qy = 1$이다.

접선의 기울기는 $\dfrac{dq}{dp} = -\dfrac{p}{a^2 q}$이다.

$x = a$일 때, $\dfrac{p}{a} + qy = 1$이므로, $\mathrm{A}\left(a, \dfrac{-p+a}{aq}\right)$이고, $y = 1$일 때, $\dfrac{px}{a^2} + q = 1$이므로, $\mathrm{B}\left(\dfrac{a^2(-q+1)}{p}, 1\right)$이다.

삼각형 ABC의 넓이는

$$S = \frac{1}{2} \cdot \overline{\mathrm{AC}} \cdot \overline{\mathrm{BC}} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{-p+a}{aq}\right)\left\{a - \frac{a^2(-q+1)}{p}\right\} = \frac{(p+aq-a)^2}{2pq}$$ 이다.

(2) 삼각형 ABC의 넓이 S를 p에 대하여 미분하면 (여기서, $\dfrac{p^2}{a^2} + q^2 = 1$를 이용)

$$\frac{dS}{dp} = \frac{2(p+aq-a)\left(1 + a\dfrac{dq}{dp}\right)pq - (p+aq-a)^2\left(q + p\dfrac{dq}{dp}\right)}{2p^2q^2}$$ 이고,

$\frac{dq}{dp}=-\frac{p}{a^2q}$와 $\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$를 이용하여 이를 정리하면

$\frac{dS}{dp}=\frac{(p+aq-a)\left(-2p^2+ap-a^2q+a^2\right)}{2ap^2q^3}=\frac{(p-a)(q-1)(aq-p)}{p^2q^3}$ 이다.

$0<p<a$이고 $0<q<1$이므로 $p=\frac{a}{\sqrt{2}}$에서만 $\frac{dS}{dp}=0$이고, $p=\frac{a}{\sqrt{2}}$에서 $\frac{dS}{dp}$의 부호가 양에서 음으로 바뀐다. 따라서, 삼각형 ABC의 넓이는 $p=\frac{a}{\sqrt{2}}$에서 최댓값 $S=(3-2\sqrt{2})a$을 가진다.

2022학년도 신입생 수시모집

논술고사 문제지(의학계-수학)

경희대학교 [11월 20일(토) 오후]

지원학부(과) (   ) 수험번호 | | | | | | | | | | 성 명 (   )

<유의사항 : 아래 내용 위반시 감점 또는 0점 처리함>

1. **수학은 필수, 과학 선택과목(물리학, 화학, 생명과학 중 택일)은 수험생이 원하는 과목을 선택하여 응시하시오.**
2. 답안의 작성과 정정은 반드시 본교에서 지급한 펜을 사용하시고, 다른 펜으로 답안을 작성한 경우 공란으로 처리하므로 유의하시오.
3. 답안지에 제목을 쓰지 말고, 특별한 표시를 하지 마시오.
4. 답안지에 답안과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마시오(예: 감사합니다 등).
5. 답안 작성 시 논제번호(예: Ⅰ, Ⅱ…)에 맞춰 답안을 작성하며, 논제별 소문항번호[예: (1), (2)…]를 쓰고 이어서 논술하시오.
6. 답안 정정 시에는 두 줄을 긋고 작성하며, 수정도구(수정액 또는 수정테이프) 사용은 절대 불가하므로 유의하시오.
7. 논제별 분량 제한을 준수하고 답안지는 반드시 1장만 사용하시오.
8. 지정된 답안의 작성 영역을 벗어나지 않도록 각별히 유의하시오.
9. **의학계 문제지는 총 5장 9쪽입니다.**

I. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (60점)

[가] 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} + \cdots \ (a \neq 0)$은 $|r| < 1$일 때, 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$이다.

[나] 좌표평면의 원점 O와 점 $\mathrm{P}(x, y)$에 대하여, 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ, $\overline{\mathrm{OP}}$를 r이라 하면

$$\sin\theta = \frac{y}{r},\ \cos\theta = \frac{x}{r},\ \tan\theta = \frac{y}{x}\,(x \neq 0),$$

$$\csc\theta = \frac{r}{y}\,(y \neq 0),\ \sec\theta = \frac{r}{x}\,(x \neq 0),\ \cot\theta = \frac{x}{y}\,(y \neq 0)$$

[다] 삼각함수의 덧셈정리

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta,\ \sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta,$$

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta,\ \cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

[라] 매개변수 t로 나타낸 함수 $x = f(t)$, $y = g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고 $f'(t) \neq 0$이면 $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$이다.

[마] 좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x, y)$의 위치를 매개변수 t에 관한 함수 $x = f(t)$, $y = g(t)$로 나타내면, $t = a$에서 $t = b$까지 점 P가 움직인 거리는 $\int_a^b \sqrt{\{f'(t)\}^2 + \{g'(t)\}^2}\,dt$이다.

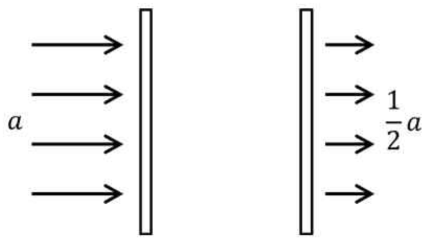
[바] $\lim_{n\to\infty} a_n = L$, $\lim_{n\to\infty} b_n = M$ (L, M은 실수)일 때, 모든 자연수 n에 대하여

① $a_n \leq b_n$이면 $L \leq M$

② $a_n \leq c_n \leq b_n$이고 $L = M$이면 $\lim_{n\to\infty} c_n = L$

< 다음 면에 계속 >

[논제 I-1] 들어오는 빛의 양 a 중에서 ra만 통과시키고 나머지는 모두 반사시키는 유리창이 있다. (단, $0<r<1$이고, 다른 조건은 고려하지 않는다.)



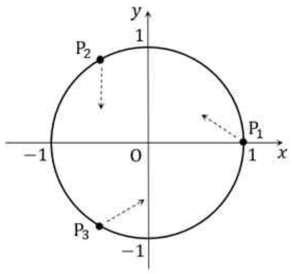
<그림 1>

(1) <그림 1>과 같이 빛의 양 a가 이러한 유리창 두 장을 통과하여 $\frac{1}{2}a$가 되었다. 이때, 유리창 한 장이 빛을 통과시키는 비율 r의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 빛의 양 a가 이러한 유리창 n장을 통과하여 p_n이 되었다. p_n을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (20점)

[논제 I-2]

(1) <그림 2>와 같이 중심이 원점 O이고 반지름이 1인 원 위에 같은 간격으로 놓여 있는 세 개 이상의 점 $P_1, \cdots, P_n$이 있다. 매순간 점 P_k $(k<n)$는 점 P_{k+1}을 향하여 움직이고, 점 P_n은 점 P_1을 향하여 움직인다. $\overline{OP_1}=\overline{OP_2}=\cdots=\overline{OP_n}>0$와 $\angle P_1OP_2=\cdots=\angle P_{n-1}OP_n=\angle P_nOP_1$는 항상 성립한다고 할 때, 점 P_1이 점 $(1,0)$에서 출발하여 처음으로 y축을 만날 때까지 움직인 거리를 $\alpha=\dfrac{1-\cos\frac{2\pi}{n}}{\sin\frac{2\pi}{n}}$ 를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (15점)



<그림 2: $n=3$인 경우>

(2) 점 $A\left(a, \frac{1}{a}\right)$ $(a>0)$을 지나고 기울기가 음수인 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 접하지 않는다. 이 직선이 y축과 만나는 점을 P, x축과 만나는 점을 Q, 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 원점을 O라 하자. $\overline{AB}=1$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이 $S(a)$에 대하여 $\lim_{a\to\infty}S(a)$와 $\lim_{a\to 0}S(a)$의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

< 수학 끝 >

2022학년도 신입생 수시모집

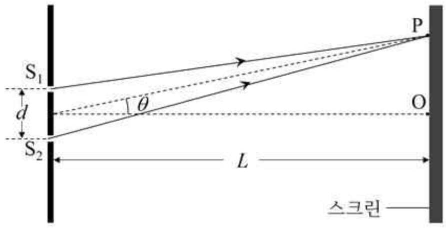
논술고사 문제지(의학계-과학-물리)

[11월 20일(토) 오후]

지원학부(과) (   )   수험번호 | | | | | | | | | | | 성 명 (   )

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (40점)

[가] 오른쪽 그림과 같이 파장 λ의 빛이 간격 d의 두 슬릿 S_1, S_2에 같은 위상으로 입사한 후 스크린의 중심 O에서 각도 θ만큼 떨어진 점 P에서 만난다고 하자. 슬릿과 스크린 사이의 거리 L이 d보다 매우 클 때, P에서 보강 간섭 또는 상쇄 간섭 현상이 나타나기 위한 조건은 다음과 같다.



보강 간섭: $d\sin\theta = m\lambda \ (m=0, \pm1, \pm2, \cdots)$

상쇄 간섭: $d\sin\theta = \left(m+\frac{1}{2}\right)\lambda \ (m=0, \pm1, \pm2, \cdots)$

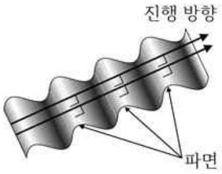
[나] 파원과 관찰자가 상대 운동을 할 때, 관찰자가 파동의 진동수를 파원의 진동수와 다르게 측정하는 현상을 도플러 효과라고 한다. 파원이 속력 v_s로 운동하는 경우, 정지한 관찰자가 측정하는 파동의 진동수 f'는 다음과 같다. 여기서 f와 v는 각각 정지한 파원에서 전파되는 파동의 진동수와 파동의 전파 속력이다.

파원이 관찰자에게 가까워질 때: $f' = \left(\frac{v}{v-v_s}\right)f$

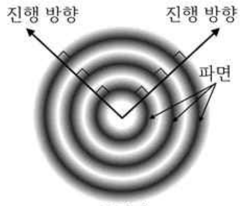
파원이 관찰자에게서 멀어질 때: $f' = \left(\frac{v}{v+v_s}\right)f$

[다] 모든 파동은 한 번 진동하는 동안 한 파장의 거리를 진행한다. 그러므로 파동의 진동수를 f, 파장을 λ라고 할 때, 파동의 전파 속력 $v=f\lambda$이다.

[라] 파동이 매질 내를 진행할 때 매질의 여러 지점 중에서 위상이 같은 지점들을 연결한 선이나 면을 파면이라고 한다. 이때 파동의 진행 방향은 파면에 수직이다. 아래 그림은 파면이 직선이거나 평면인 평면파와 파면이 원이거나 구면인 구면파가 진행하는 모습을 각각 나타낸 것이다.



평면파



구면파

[마] 케플러 제1법칙은 행성이 태양을 하나의 초점으로 하는 타원 궤도를 그리면서 공전한다는 것이다. 타원은 두 초점에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합이다. 케플러 제2법칙은 행성과 태양을 연결하는 가상적인 선분이 같은 시간동안 쓸고 지나가는 면적이 항상 같다는 것이다. 케플러 제3법칙은 행성의 공전 주기의 제곱이 타원 궤도 긴반지름의 세제곱에 비례한다는 것이다.

[바] 물체가 일정한 속력으로 원궤도를 도는 운동을 등속 원운동이라고 한다. 물체가 단위시간 동안 회전하는 각도를 각속도라고 하며, 각속도 $\omega=2\pi/T$이고 주기 T는 원 둘레를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간이다.

< 다음 면에 계속 >

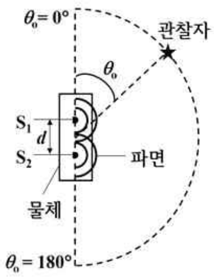
[논제 Ⅱ-1] 제시문 [가], [나], [다], [라]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

<그림 1>은 물체에 고정된 두 개의 사이렌 S_1, S_2에서 진동수 f의 반원 모양의 파면을 가지는 음파가 같은 시각에 같은 위상으로 퍼져 나가는 모습을 위에서 바라본 것이다. S_1과 S_2의 간격 d는 0.5 m이고, 관찰자와 사이렌 사이의 거리는 d에 비해 매우 크며, 관찰자의 위치는 각도 θ_0로 나타낸다. 음파의 전파 속력은 340 m/s이고, 사이렌의 크기는 무시한다.

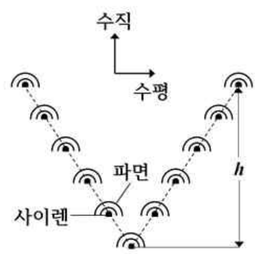
(1) 모든 $\theta_0(0° \le \theta_0 \le 180°)$에 대해 관찰자가 정지한 채 중첩된 음파를 측정한다. $f \ge f_c$일 때는 특정 θ_0에서 음파가 관측되지 않지만, $f < f_c$일 때는 모든 θ_0에서 음파가 관측된다. f_c를 구하고, 그 근거를 논술하시오. 단, 물체는 정지해 있다. (5점)

(2) $\theta_0 = 0°$에 정지해 있는 관찰자가 정지해 있는 물체에서 발생한 음파의 진동수를 측정하니 2040 Hz 이었다. 이때 물체가 $\theta_0 = 0°$ 또는 $\theta_0 = 180°$를 향해 v_s의 속력으로 운동하기 시작한다. 운동하는 물체가 $\theta_0 = 0°$에 정지해 있는 관찰자에게 가까워질 때와 관찰자에게서 멀어질 때를 구분하여 중첩된 음파가 관찰자에게 관측되지 않게 하는 v_s의 최솟값을 각각 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(3) <그림 2>와 같이 여러 개의 사이렌을 V자 모양으로 배치한다. 각 사이렌에서 진동수 f의 반원 모양의 파면을 가지는 음파가 같은 시각에 같은 위상으로 퍼져 나갈 때, 중첩된 음파의 진행 방향에 대해 설명하고, 그 근거를 논술하시오. 단, 각 사이렌의 수평 및 수직 간격은 일정하고, 가운데와 끝에 위치한 사이렌 사이의 수직 간격 h는 $\frac{340}{f}$ m보다 작다. (5점)



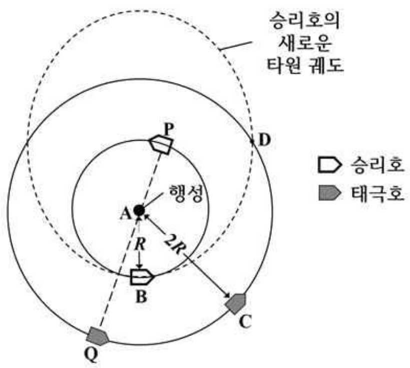
<그림 1>



<그림 2>

[논제 Ⅱ-2] 제시문 [마], [바]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

<그림 3>과 같이 인공위성 승리호와 태극호가 A에 위치한 행성 주위를 같은 평면 위에 있는 원궤도를 따라 시계 반대 방향으로 돌고 있고, 원궤도의 반지름은 각각 R과 $2R$이다. 승리호가 등속 원운동을 하다가 B에 도착했을 때, 짧은 시간 동안 로켓이 작동하여 운동 방향은 유지하면서 속력이 증가하였다. 승리호가 B에서 새로운 타원 궤도를 따라 출발한 순간 태극호는 C에 있었고, 두 인공위성은 동시에 D를 지나간다. 승리호가 B를 지날 때의 운동 방향과 D를 지날 때의 운동 방향은 서로 수직이다. 행성의 질량은 M, 두 인공위성의 질량은 모두 m이고, 승리호의 새로운 타원 궤도에 의해 둘러싸인 넓이는 $2\sqrt{3}\pi R^2$이다. 단, 인공위성의 크기는 무시하고, 로켓의 작동 시점을 제외하면 두 인공위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.



<그림 3>

(1) ∠CAB를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 승리호와 태극호가 각각 B와 C에 도착하기 전 어느 시점에 P와 Q에 위치한다. P, A, Q는 일직선상에 있다. 승리호와 태극호는 원궤도를 따라 도는 동안 x 시간마다 승리호, 행성, 태극호의 순서로 일직선상에 놓인다. 승리호와 태극호가 각각 P와 Q에서 출발한 후 각각 B와 C까지 이동하는 데 y 시간이 걸린다. x와 y를 구하고, 그 근거를 논술하시오. 단, 태극호의 공전 주기는 27시간이고, $\pi \fallingdotseq 3$, $\sqrt{2} \fallingdotseq 1.4$이다. (10점)

< 물리 끝 >

경희대학교

2022학년도 신입생 수시모집

논술고사 문제지(의학계-과학-화학)

[11월 20일(토) 오후]

지원학부(과) (　　　　　　　) 수험번호 | | | | | | | | | | 성 명 (　　　　)

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (40점)

[가] 원자는 실제 질량이 매우 작아 실제 질량보다는 상대적 질량을 사용한다. 원자의 상대적 질량은 질량수가 12인 탄소(^{12}C) 원자의 질량을 12로 정하고, 이를 기준으로 다른 원자들의 질량을 환산한 값으로 정하는데, 이를 원자량이라고 한다. 분자는 원자로 이루어져 있으므로 분자의 상대적 질량은 분자를 이루는 모든 원자의 원자량 합으로 나타내는데, 이를 분자량이라고 한다. 원자나 분자와 같이 매우 많은 수를 나타내기 위하여 몰(mole)이라는 단위를 사용하는데, 1몰은 탄소(^{12}C) 12 g 속에 들어 있는 탄소 원자의 수와 같은 물질의 양으로 정의한다. 이 수는 대략 6.02×10^{23}이며, 아보가드로수(N_A)라고 한다.

[나] 화학 반응은 본래의 물질과 성질이 전혀 다른 새로운 물질이 생성되는 현상이다. 화학 반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 관계를 화학식을 이용하여 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화살표(→)를 기준으로 반응물의 화학식은 왼쪽에 쓰고 생성물의 화학식은 오른쪽에 쓰며, 반응물이나 생성물이 두 가지 이상이면 '+'로 연결한다. 화학식의 계수는 가장 간단한 정수로 나타내고, 1이면 생략한다. 한편, 화학 반응식을 쓸 때 반응물과 생성물의 상태를 화학식 뒤의 괄호 안에 약자를 써서 표시하기도 한다. 고체(solid)는 *s*, 액체(liquid)는 *l*, 기체(gas)는 *g*, 수용액(aqueous solution)은 *aq*로 나타낸다. 예시 화학 반응식은 다음과 같다.

$$Ca(OH)_2(aq) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s) + H_2O(l)$$

[다] 연료 전지는 연료를 공급하여 화학 에너지를 전기 에너지로 전환하는 장치이다. 연료 전지가 산화 환원 반응을 이용하여 전기 에너지를 얻는 방식은 일반적인 화학 전지와 같지만, 반응물이 외부에서 지속적으로 공급되는 점이 다르다. 대표적인 연료 전지는 우주 왕복선에서 전력 공급원으로 사용된 수소 연료 전지가 있다. 수소 연료 전지는 2개의 전극과 전해질로 구성되며, (-)극(산화 전극)과 (+)극(환원 전극)에는 각각 수소(H_2) 기체와 산소(O_2) 기체가 공급된다. (-)극에서 수소 기체가 전자를 잃고 산화되고, 이때 발생한 전자가 외부 도선을 따라 (+)극으로 이동하며, (+)극에서 산소 기체가 그 전자를 얻어 환원된다.

[라] 화학 반응식에서 오른쪽으로 진행되는 반응을 정반응, 왼쪽으로 진행되는 반응을 역반응이라고 한다. 정반응과 역반응이 모두 일어날 수 있는 반응을 가역 반응이라고 하며, ⇄ 기호로 나타낸다. 가역 반응에서 반응물과 생성물의 농도가 더 이상 변하지 않고 일정하게 유지되는 것을 화학 평형이라 하며, 물질이 평형에 있을 때의 농도를 평형 농도라고 한다. A와 B로부터 C와 D가 생성되는 화학 반응의 평형 상수 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$aA + bB \rightleftarrows cC + dD$$

$$K = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$$

이때, K를 평형 상수라고 하며, [A], [B], [C], [D]는 평형 상태에서의 각 물질의 농도에 해당된다. K는 동일한 온도에서는 농도에 관계없이 일정한 값을 나타낸다.

< 다음 면에 계속 >

[마] 평형 상수 식에 평형 농도가 아닌 임의의 농도를 대입하여 얻은 값을 반응 지수(Q)라고 한다. 시간 t에서의 농도를 $[A]_t$, $[B]_t$, $[C]_t$, $[D]_t$라고 하면, 반응 지수는 다음과 같다.

$$Q = \frac{[C]_t^c [D]_t^d}{[A]_t^a [B]_t^b}$$

반응 지수(Q)와 평형 상수(K)의 크기를 비교하여 반응의 진행 방향을 예측할 수 있다. 가역 반응은 평형을 이루는 방향으로 진행되므로 반응이 진행됨에 따라 Q가 K에 가까워진다.

[바] 산이나 염기는 종류에 따라 수용액에서 이온화하는 정도가 다르다. 이온화하는 정도가 큰 산의 수용액은 H^+의 농도가 커서 강한 산성을 나타내고, 이온화하는 정도가 큰 염기의 수용액은 OH^-의 농도가 크므로 강한 염기성을 나타낸다. 산이나 염기가 수용액에서 이온화하는 정도를 이온화도(α)라 한다. 이온화도는 수용액 속에 용해한 산이나 염기의 전체 몰수와 이온화한 산이나 염기의 몰수의 비이다.

[사] 약산 HA는 수용액에서 다음과 같이 이온화한다.

$$HA(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons A^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

이 반응의 평형 상수(K)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA][H_2O]}$$

약산의 묽은 수용액에서는 물(H_2O)이 다른 물질에 비해 매우 많이 존재하므로 이온화 반응 과정에서 농도는 변화하지 않고 거의 일정한 값을 가진다고 할 수 있다. 따라서 평형 상수 양변에 물의 농도 $[H_2O]$를 곱하여 새로운 상수 K_a를 얻을 수 있다.

$$K_a = K[H_2O] = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$$

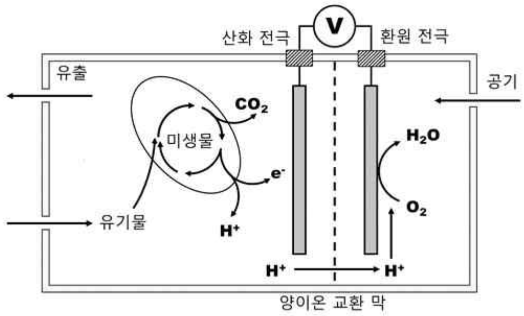
이때 K_a를 산의 이온화 상수라고 한다.

[아] 약산과 그 약산의 짝염기를 갖는 염이나 약염기와 그 약염기의 짝산으로 된 염을 용해하여 만든 용액을 완충 용액이라고 한다. 완충 용액에 산이나 염기를 가해도 용액의 pH가 거의 일정하게 유지된다.

< 다음 면에 계속 >

[논제 Ⅱ-1] 제시문 [가]~[다]를 참고하여 다음 질문에 답하시오.

미생물 연료 전지는 미생물의 촉매 작용을 이용하여 유기물에 함유된 화학 에너지를 전기 에너지로 직접 변환시키는 새로운 형태의 에너지 변환 장치이다. 미생물 연료 전지는 산화 전극과 환원 전극을 각각 포함하고 있는 2개 반응 용기, 이를 공간적으로 분리하고 양이온을 통과시키는 양이온 교환 막, 2개 전극을 도선으로 연결한 회로로 구성된다 (<그림 1>). 미생물 연료 전지에서 유기물은 산화 전극을 포함하는 반응 용기로 유입되어 산화 전극의 표면에 생물막(biofilm) 형태로 존재하는 미생물의 대사 과정을 통하여 물과 반응하여 전자, 수소 이온(H^+) 및 이산화탄소를 생성한다. 이때 생성된 전자는 도선을 통하여 환원 전극으로 이동하고, 수소 이온(H^+)은 양이온 교환 막을 통하여 환원 전극으로 이동한다. 환원 전극에서는 전자, 수소 이온(H^+), 공기 중의 산소가 반응하여 물을 형성한다.



<그림 1> 미생물 연료 전지의 구조

(1) 포도당($C_6H_{12}O_6$)을 미생물 연료 전지의 유기물로 사용할 때, 산화 전극과 환원 전극 및 전체 반응의 화학 반응식에 대해 물질의 상태를 포함하여 각각 논술하시오. (12점)

(2) 위의 미생물 연료 전지에서 1.8 kg의 포도당이 모두 사용된다고 가정할 때, 생산되는 총 전자(e^-) 수에 대해 논술하시오. (단, H, C, O의 원자량은 각각 1, 12, 16이다.) (6점)

(3) 수소 연료 전지와 비교하여 미생물 연료 전지의 대표적인 장·단점에 대해 각각 논술하시오. (2점)

[논제 Ⅱ-2] 제시문 [라]~[아]를 참조하여 다음 질문에 답하시오.

(1) 25 ℃에서 0.5 M 약산 HA 수용액 200 mL의 pH와 이온화도(α)에 대하여 각각 논술하시오. (단, 25 ℃에서 HA의 이온화 상수(K_a)는 2.0×10^{-6}이다.) (4점)

(2) 25 ℃에서 0.5 M 약산 HA 수용액 200 mL(<용액 A>)에 물(H_2O)을 가하여 2 L의 HA 수용액(<용액 B>)을 만들었을 때, <용액 B>의 이온화도(α)는 <용액 A>와 비교하여 증가 혹은 감소되었는지 예측하고, 반응 지수(Q)와 평형 상수(K)를 이용하여 농도 변화에 따른 이온화도의 변화에 대해 논술하시오. (8점)

(3) 25 ℃에서 0.5 M 아세트산(CH_3COOH) 수용액 500 mL와 0.5 M 아세트산 나트륨(CH_3COONa) 수용액 500 mL를 혼합한 용액 1 L(<용액 C>)를 만들었다. <용액 C>에 강염기 수산화 나트륨(NaOH) 0.01 mol을 첨가한 <용액 D>를 만들어 pH를 측정하니 pH에 큰 변화가 일어나지 않음을 확인하였다. <용액 C>의 pH를 구하고, <용액 C>와 비교하여 <용액 D>의 pH가 거의 일정하게 유지된 이유에 대해 논술하시오. (단, 온도는 25 ℃로 일정하고, 아세트산(CH_3COOH)의 이온화 상수(K_a)는 1.0×10^{-5}로 가정한다.) (8점)

< 화학 끝 >

논술고사 문제지(의학계-과학-생명과학)

경희대학교

[11월 20일(토) 오후]

지원학부(과) (   )   수험번호 | | | | | | | | | | | 성 명 (   )

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (40점)

[가] 생물이 지닌 고유한 특징을 형질이라고 하며, 그중 부모에게서 자손으로 전달되는 것을 유전 형질이라고 한다. 상동 염색체의 같은 위치에 존재하는 유전자는 같은 형질을 결정하는데, 이러한 유전자를 대립유전자라고 한다. 대립유전자의 조합에 따라 표현형이 다르게 나타난다. 우열 관계가 분명한 유전 형질에서 이형 접합자는 우성 표현형을 나타낸다. 부모가 가진 한 쌍의 대립유전자는 감수 분열 시 분리되어 이 중 하나가 자손에게 전달된다.

[나] 이상적인 특정 조건을 만족하는 멘델 집단에서는 대를 거듭하여도 대립유전자 빈도와 유전자형 빈도가 변하지 않고 유전적 평형이 유지되는데, 이를 하디-바인베르크 법칙이라고 한다. 멘델 집단이 되기 위해서는 집단이 충분히 커야 하며 집단의 개체 사이에서 무작위로 교배가 일어나야 하고, 돌연변이나 집단 사이의 유전자 흐름, 자연 선택이 없어야 한다.

[다] 세포는 세포막으로 둘러싸여 있으므로 생명 현상을 유지하기 위해서 물질의 특성에 따라 세포막을 통한 물질의 이동이 선택적으로 일어난다. 크기가 큰 분자나 이온과 같이 친수성인 물질은 인지질 2중층을 직접 통과하기 어려워 막 단백질의 도움을 받아 세포막을 통과한다. 막 단백질을 통해 농도 기울기에 따라 물질이 이동하는 현상을 촉진 확산이라 한다. 농도 기울기를 거슬러서 물질이 이동하기도 하는데, 이러한 현상을 능동 수송이라고 한다. 능동 수송에서는 막 단백질이 사용되며, 에너지가 소모된다.

[라] 단백질은 수많은 아미노산이 펩타이드 결합으로 연결된 것인데, 생명체에는 20종의 아미노산이 있다. 모든 아미노산은 공통된 구조를 가지고 있는데, 아미노산의 중심에는 탄소가 있고, 여기에 아미노기($-NH_2$), 카복실기($-COOH$), 수소 원자(H)와 곁사슬(R)이 연결되어 있다. 생체 내에 존재하는 아미노산 중에는 개시 코돈(AUG)이 지정하는 아미노산인 메싸이오닌처럼 곁사슬에 황(S)이 포함되기도 한다.

[마] 핵산은 많은 수의 뉴클레오타이드가 결합하여 형성된 폴리뉴클레오타이드이다. 뉴클레오타이드는 염기, 당, 인산이 1:1:1로 결합되어 있는데, 이 중에 디옥시리보핵산(DNA)을 구성하는 당은 디옥시리보스이고, 리보핵산(RNA)을 구성하는 당은 리보스이다.

[바] 유전 물질은 ① 세포와 개체의 생명 활동에 필요한 정보를 저장하고 있으며, ② 세포 분열 동안 정확하게 복제된 후 다음 세대로 안정적으로 전달되고, ③ 돌연변이가 일어나 진화에 필요한 유전적 변이(다양성)를 제공한다는 특징을 가지고 있다.

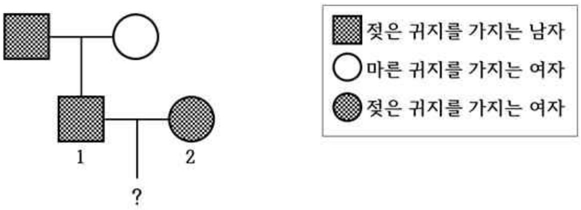
[사] 1900년대 초에 유전 인자가 염색체에 존재한다는 염색체설이 제안된 이후로 염색체의 주요 구성 물질인 DNA와 단백질 중 어느 하나가 유전 물질일 것으로 추정되었다. 유전 형질은 매우 다양하므로 당대의 과학자들은 구조가 단순한 DNA보다 다양한 구조를 나타낼 수 있는 단백질이 유전 물질일 가능성이 크다고 생각했는데, 그리피스와 에이버리의 실험을 비롯한 여러 실험적 증거에도 불구하고 여전히 유전 물질의 정체에 대한 논란이 지속되었다.

< 다음 면에 계속 >

[논제II-1] 제시문 [가]~[다]를 읽고 다음 논제에 답하시오.

(1) 사람의 귀지는 젖은 형태 또는 마른 형태로 관찰된다. 동아시아 인종은 주로 마른 귀지를 가지고 있으며, 유럽 백인은 젖은 귀지가 빈번하다. 2006년 한 연구팀은 귀지의 형태를 결정하는 한 쌍의 대립유전자 G와 A가 상염색체 내 유전자 *ABCC11*에 존재하는 것을 최초로 규명하였다. 젖은 귀지는 대립유전자 G에 의해, 마른 귀지는 대립유전자 A에 의해 결정된다. G는 A에 대해 완전 우성이다.

다음은 어느 가족의 귀지 형질에 대한 가계도를 나타낸 것이다. 이 가족의 구성원이 포함된 집단은 이상적인 멘델 집단이며, 이 집단에서 마른 귀지를 가진 사람의 빈도는 4%이다.



위의 가계도에서 1번 남자와 2번 여자의 자손이 마른 귀지를 가지는 확률에 관해 논술하시오. (단, 돌연변이는 고려하지 않는다.) (10점)

(2) 유전자 *ABCC11*로부터 합성되는 MRP8 단백질은 ATP를 사용하여 물질 X를 세포 바깥으로 보내는 막 단백질이다. MRP8 단백질을 세포막에 가지고 있는 정상 세포를 이용하여 다음의 순서로 실험하였다.

① 세포 안과 동일한 농도의 물질 X가 들어있는 배양액(ATP 합성에 필요한 물질을 포함)에 세포를 넣었다. ② 일정 시간 후 ATP 합성을 막는 저해제를 첨가해 주었다.

이 실험에서 물질 X의 세포 안 농도의 변화를 시간에 따라 논술하시오. (단, 물질 X는 스스로 세포막을 통과하지 못하나, 상대적으로 적은 양의 물질 X를 에너지 사용 없이 수송하는 막 단백질이 세포에 존재한다고 가정한다.) (10점)

[논제 II-2] 제시문 [라]~[사]를 읽고 다음 논제에 답하시오.

허시와 체이스의 실험: 박테리오파지는 세균을 감염시키는 바이러스로서 DNA와 이를 감싸고 있는 단백질 껍질로 이루어져 있는데, 스스로 증식하지 못하고 세균 내부에서만 증식한다. 1952년 허시와 체이스는 다음과 같은 박테리오파지 증식 실험을 수행하였다.

① 방사성 동위 원소 ^{32}P를 포함한 배지와 ^{35}S를 포함한 배지에서 각각 증식시킨 두 종류의 박테리오파지를 준비하였다.

② 두 종류의 박테리오파지를 방사성 동위 원소가 없는 곳에서 배양한 대장균에 각각 감염시키고, 일정 시간이 지난 후 대장균 표면에 붙어 있는 파지 성분을 믹서로 분리시킨 다음, 원심 분리기로 대장균만 침전시켰다.

③ 원심 분리하여 얻은 침전물과 상층액에서 방사능의 검출 여부를 조사한 결과는 다음과 같았다.

구분	침전물	상층액
^{32}P를 포함한 배지에서 증식시킨 박테리오파지로 감염시킨 경우	○	×
^{35}S를 포함한 배지에서 증식시킨 박테리오파지로 감염시킨 경우	×	○

(○: 검출됨, ×: 검출 안 됨)

(1) 허시와 체이스의 실험에서 방사성 동위 원소 ^{32}P와 ^{35}S가 사용된 이유에 대해 논술하시오. (10점)

(2) 허시와 체이스의 실험 결과를 해석하고, 이 연구가 갖는 의의에 대해 논술하시오. (10점)

< 생명과학 끝 >

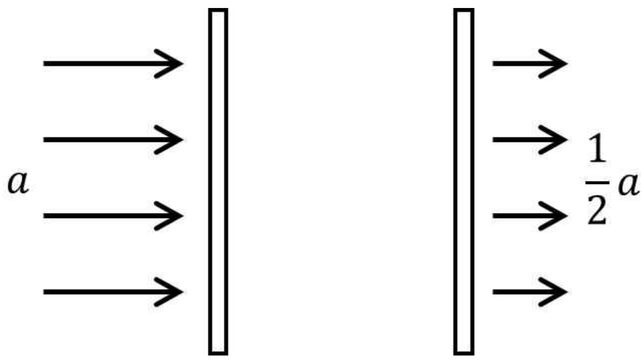
1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(수학) / (I-I)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[가] 등비급수 $\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} + \cdots \ (a \neq 0)$은 $|r| < 1$일 때, 수렴하고 그 합은 $\frac{a}{1-r}$이다.

[논제 I-1] 들어오는 빛의 양 a 중에서 ra만 통과시키고 나머지는 모두 반사시키는 유리창이 있다. (단, $0 < r < 1$이고, 다른 조건은 고려하지 않는다.)



<그림 1>

(1) <그림 1>과 같이 빛의 양 a가 이러한 유리창 두 장을 통과하여 $\frac{1}{2}a$가 되었다. 이때, 유리창 한 장이 빛을 통과시키는 비율 r의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 빛의 양 a가 이러한 유리창 n장을 통과하여 p_n이 되었다. p_n을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (20점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

[논제I-1]에서는 고등학교 교육과정의 등비급수의 기본 개념을 종합적으로 잘 이해하고 응용할 수 있는지를 파악할 수 있는 논제를 출제하였다. 주어진 조건으로부터 수학적으로 추론하고 단순한 공식의 적용보다는 주어진 상황을 수학적으로 표현하여 문제해결을 위한 논리적인 방향을 제시하고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖추고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

논제 I 수학의 [논제 I-1]에서는 등비급수의 합과 수열의 일반항을 이용하여 제시된 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.

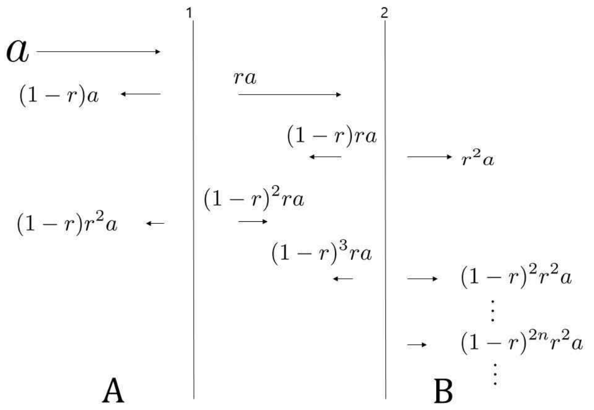
도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
미적분	황선욱 외 8명	미래엔	2021	35	제시문[가]	X

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

논제 I <수학>
[논제 I-1]
(1)
<5점> 첫째항, 공비를 찾는다.
<5점> 주어진 조건에 맞는 빛을 통과시키는 비율 r을 구한다.
(2)
<6점> 빛을 통과시키는 비율이 q_1, q_2인 두 장의 유리창을 한 장으로 보았을 때, 통과시키는 비율을 구한다.
<6점> 일반적으로 n장의 유리창이 있을 때, 두 장의 유리창인 경우처럼 나누어서 일반항의 규칙을 구한다.
<8점> 등차수열의 일반항을 구하고, 이로부터 n장의 유리창의 통과시키는 비율을 찾아 답을 구한다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제I-1]
(1) 아래 그림과 같이 유리창1로 빛이 들어오는 구역을 A, 유리창2에서 빛이 통과하여 나가는 구역을 B라 두자. 유리창1로 들어오는 빛의 양 a는 $(1-r)a$는 A로 반사되고, ra는 유리창1을 통과한다. 유리창2에 ra가 들어가면 $(1-r)ra$는 반사되고, r^2a는 통과하여 B쪽으로 간다. 유리창2에서 반사된 $(1-r)ra$는 다시 유리창1로 들어가고, $(1-r)r^2a$는 유리창1을 통과하여 A쪽으로 가고, $(1-r)^2ra$는 반사된다. 반사된 $(1-r)^2ra$는 다시 유리창2로 들어가고, $(1-r)^2r^2a$는 유리창2를 통과하여 B쪽로 가고, $(1-r)^3ra$는 반사된다. 이 과정을 계속 반복하면, 유리창2를 통과한 빛의 양은 첫째항이 r^2a이고 공비가 $(1-r)^2$인 등비급수의 합이 된다.
따라서, B에서 빛의 양 S는 $S=\dfrac{r^2a}{1-(1-r)^2}$이고 $S=\dfrac{1}{2}a$를 풀면, $r=\dfrac{2}{3}$이다.



(2) 빛을 통과시키는 비율이 q_1, q_2인 유리창 2개가 있다고 하자. (논제I-1)에서와 같은 방법을 적용하여 빛의 양 a가 빛을 통과시키는 비율이 q_1, q_2인 유리창을 통과하여, B에 도달하는 양을 구할 수 있다. 즉, B에 도달하는 빛의 양 S는 첫째항이 q_1q_2a, 공비가 $(1-q_1)(1-q_2)$인 등비급수의 합이 된다.

$$S=\frac{q_1q_2}{1-(1-q_1)(1-q_2)}a=\frac{q_1q_2}{q_1+q_2-q_1q_2}a=\frac{1}{\frac{1}{q_1}+\frac{1}{q_2}-1}a$$

즉, 빛을 통과시키는 비율이 q_1, q_2인 두 개의 유리창을 하나로 보았을 때, 이 유리창이 빛을 통과시키는 비율 r은 $r=\dfrac{1}{\frac{1}{q_1}+\frac{1}{q_2}-1}$이 된다.

n개의 유리창이 있을 때, 첫 번째 유리창이 빛을 통과시키는 비율을 q_1이라두고, 두 번째에서 n번째까지 $n-1$개의 유리창을 하나로 보고 빛을 통과시키는 비율을 q_2로 둘 수 있다. $q_1=\dfrac{2}{3}$이고 $q_2=r_{n-1}$이므로, (r_{n-1}을 유리창 $n-1$개를 하나로 보았을 때 빛을 통과시키는 비율이라 하자.) 위에서 계산한 식에 q_1, q_2를 대입하여 r_n을 구하면

$$r_n=\frac{1}{\frac{3}{2}+\frac{1}{r_{n-1}}-1}=\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{r_{n-1}}}$$ 이다.

이 식을 이용하면, $\dfrac{1}{r_n}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{r_{n-1}}$ 이고, $a_n=\dfrac{1}{r_n}$은 첫째항이 $a_1=\dfrac{3}{2}$이고 공차가 $\dfrac{1}{2}$인 등차수열이다. 즉, $a_n=\dfrac{n+2}{2}$이고 $r_n=\dfrac{2}{n+2}$이다. r_n은 n개의 유리창을 하나로 보았을 때 빛을 통과시키는 비율이므로, 빛의 양 a가 n개의 유리창을 통과한 후의 양 $p_n=r_na=\dfrac{2}{n+2}a$이다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(수학) / (I-2)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[제시문]

[나] 좌표평면의 원점 O와 점 $\mathrm{P}(x,y)$에 대하여, 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ, $\overline{\mathrm{OP}}$를 r이라 하면

$$\sin\theta=\frac{y}{r},\ \cos\theta=\frac{x}{r},\ \tan\theta=\frac{y}{x}\,(x\neq 0),$$

$$\csc\theta=\frac{r}{y}\,(y\neq 0),\ \sec\theta=\frac{r}{x}\,(x\neq 0),\ \cot\theta=\frac{x}{y}\,(y\neq 0)$$

[다] 삼각함수의 덧셈정리

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,\ \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta,$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta,\ \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

[라] 매개변수 t로 나타낸 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고 $f'(t)\neq 0$이면 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\dfrac{g'(t)}{f'(t)}$이다.

[마] 좌표평면 위를 움직이는 점 $\mathrm{P}(x,y)$의 위치를 매개변수 t에 관한 함수 $x=f(t)$, $y=g(t)$로 나타내면, $t=a$에서 $t=b$까지 점 P가 움직인 거리는 $\displaystyle\int_a^b\sqrt{\{f'(t)\}^2+\{g'(t)\}^2}\,dt$이다.

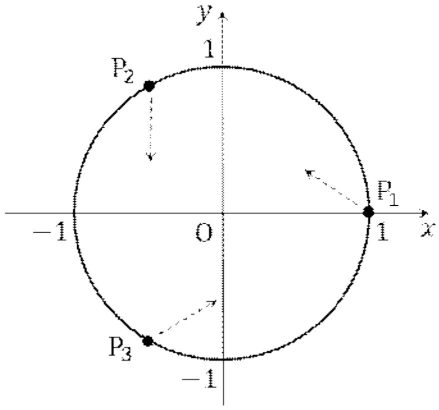
[바] $\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n=L$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}b_n=M$ (L, M은 실수)일 때, 모든 자연수 n에 대하여

① $a_n\le b_n$이면 $L\le M$

② $a_n\le c_n\le b_n$이고 $L=M$이면 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}c_n=L$

[논제 I-2]

(1) <그림 2>와 같이 중심이 원점 O이고 반지름이 1인 원 위에 같은 간격으로 놓여 있는 세 개 이상의 점 $\mathrm{P}_1, \cdots, \mathrm{P}_n$이 있다. 매순간 점 P_k $(k<n)$는 점 P_{k+1}을 향하여 움직이고, 점 P_n은 점 P_1을 향하여 움직인다. $\overline{\mathrm{OP}_1}=\overline{\mathrm{OP}_2}=\cdots=\overline{\mathrm{OP}_n}>0$와 $\angle\mathrm{P}_1\mathrm{OP}_2=\cdots=\angle\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{OP}_n=\angle\mathrm{P}_n\mathrm{OP}_1$는 항상 성립한다고 할 때, 점 P_1이 점 $(1,0)$에서 출발하여 처음으로 y축을 만날 때까지 움직인 거리를 $\alpha=\dfrac{1-\cos\frac{2\pi}{n}}{\sin\frac{2\pi}{n}}$를 이용하여 나타내고, 그 근거를 논술하시오. (15점)



<그림 2: $n=3$인 경우>

(2) 점 $\mathrm{A}\left(a,\ \frac{1}{a}\right)$ $(a>0)$을 지나고 기울기가 음수인 직선이 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 접하지 않는다. 이 직선이 y축과 만나는 점을 P, x축과 만나는 점을 Q, 곡선 $y=\frac{1}{x}$과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 원점을 O라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=1$일 때, 삼각형 OPQ의 넓이 $S(a)$에 대하여 $\lim_{a\to\infty}S(a)$와 $\lim_{a\to 0}S(a)$의 값을 구하고, 그 근거를 논술하시오. (15점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

논제 I-2에서는 고등학교 수학 교육과정의 삼각함수, 직선과 원의 방정식, 삼각함수의 덧셈정리, 속도와 가속도, 속도와 거리, 극한 등의 내용을 바탕으로 제시된 상황을 종합적으로 이해하여 수학적으로 표현하고 논리적으로 해결할 수 있는지에 대한 능력을 평가하고자 하였다. 논제 I-2-(1)에서는 고등학교 수학 교육과정의 삼각함수의 정의와 덧셈정리, 매개변수로 표시된 함수의 미분법 및 좌표평면 위의 점이 움직인 거리를 구하는 적분법을 활용하여 조건을 만족시키는 점이 움직인 거리를 구하는 문제를 출제하여 논리적으로 사고하고 수학적으로 추론할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 단편적인 수학의 공식의 활용 능력보다는 주어진 조건을 종합적으로 이해하여 주어진 상황을 수학적 문제로 해석하고, 그 문제를 체계적이고 합리적으로 해결할 수 있는 능력을 갖고 있는지를 평가하고자 하였다.논제 I-2-(2)에서는 유리함수의 개형을 파악하고, 접선의 의미를 이해하며, 직선과 곡선 사이의 관계를 이용해서 주어진 상황을 수학적으로 해결할 수 있는 능력을 가지고 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

논제 I-2의 (1)에서는 ‘수학’의 ‘원의 방정식’ 또는 ‘기하’의 ‘직선과 원의 방정식’ 등의 단원에서 배우는 내용과 ‘수학I’의 ‘삼각함수’ 또는 ‘미적분’의 ‘삼각함수의 덧셈정리’ 단원에서 배우는 삼각함수 내용을 이용하여 점의 위치를 적절한 매개변수로 나타낼 수 있는지를 묻는다. 주어진 문제를 해결하기 위해 ‘미적분’의 ‘매개변수로 나타낸 함수의 미분법’과 ‘치환적분법’ 단원의 내용을 이용할 수 있어야 한다. 좌표평면 위의 점의 위치를 매개변수로 표현된 삼각함수를 이용하여 표현하고, 점이 만드는 곡선의 접선의 기울기를 매개변수로 표현된 곡선의 미분법을 사용하여 구할 수 있다. 또한 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 평면 위의 두 점 사이의 관계를 표시하고, 치환적분 및 좌표평면 위에서 점이 움직인 거리를 적분으로 표시하여 계산한다. 논제 I-2의 (2)에서는 ‘수학’의 ‘유리함수와 무리함수’ 단원에서 학습하는 내용을 바탕으로 유리함수의 개형을 파악할 수 있어야 하고, ‘수학II’ 또는 ‘미적분’의 ‘접선의 방정식’ 단원에서 학습하는 내용을 바탕으로 주어진 점 A에서의 접선의 의미를 이해할 수 있어야 하고, ‘수학’의 ‘두 점 사이의 거리’ 단원의 내용을 이용해서 점 A와 점 B 사이의 거리를 표현할 수 있어야 한다. 곡선과 직선이 만나는 점을 각각의 방정식을 이용해서 구할 수 있어야 하고, 좌표 a와 b 사이의 관계를 이용하여 적절한 방법을 통해 극한값을 구할 수 있어야 한다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
수학I	김원경 외 14인	비상교육	2021	71	제시문[나]	X
미적분학	박교식 외 19인	동아출판	2021	65	제시문[다]	X
미적분학	박교식 외 19인	동아출판	2021	92	제시문[라]	X
미적분학	박교식 외 19인	동아출판	2021	163	제시문[마]	X
미적분	이준열 외 7인	(주)천재교육	2019	19	제시문[바]	X

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 I-2]

(1) (15점)

<5점> 점 P_1이 만족하는 조건을 찾는다.

<5점> 점 P_1의 위치를 매개변수로 나타낸 함수로 표시한다.

<5점> 점 P_1이 움직인 거리를 구한다.

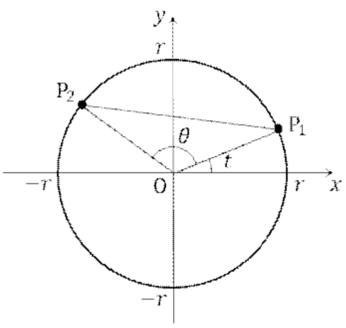
(2) (15점)

<5점> 직선의 방정식을 구할 수 있고 이를 이용하여 점 P와 점 Q의 좌표를 구할 수 있다.

<10점> a와 b 사이의 관계와 극한의 대소관계를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 I-2]



(1) $\theta = \dfrac{2\pi}{n} = \angle \mathrm{P}_1\mathrm{OP}_2 = \cdots = \angle \mathrm{P}_{n-1}\mathrm{OP}_n = \angle \mathrm{P}_n\mathrm{OP}_1$이라 하자. 매개변수 t가 동경 OP_1이 나타내는 각의 크기일 때, 점 P_1의 좌표 (x_1, y_1)을 나타내는 함수는 $x_1 = f_1(t)$, $y_1 = g_1(t)$이고, 점 P_2의 좌표 (x_2, y_2)를 나타내는 함수는 $x_2 = f_2(t)$, $y_2 = g_2(t)$이다. 그림과 같이 $r = \overline{\mathrm{OP}_1} = \overline{\mathrm{OP}_2}$이라 하면 $f_1(t) = r\cos t$, $g_1(t) = r\sin t$, $f_2(t) = r\cos(t+\theta)$, $g_2(t) = r\sin(t+\theta)$이다. 삼각함수의 덧셈정리에 의해,

$f_2 = r\cos t\cos\theta - r\sin t\sin\theta = f_1\cos\theta - g_1\sin\theta$, $g_2 = r\sin t\cos\theta + r\cos t\sin\theta = g_1\cos\theta + f_1\sin\theta$이다.

$\dfrac{dy_1}{dx_1} = \dfrac{g_1{}'}{f_1{}'}$이 직선 P_1P_2의 기울기 $\dfrac{-g_1(1-\cos\theta)+f_1\sin\theta}{-f_1(1-\cos\theta)-g_1\sin\theta}$와 같으므로,

$(f_1{}'g_1 - f_1g_1{}')(1-\cos\theta) = (f_1{}'f_1 + g_1{}'g_1)\sin\theta$이다. $f_1{}'(t) = r'\cos t - r\sin t$, $g_1{}'(t) = r'\sin t + r\cos t$이므로

$f_1{}'g_1 - f_1g_1{}' = -r^2$이고 $f_1{}'f_1 + g_1{}'g_1 = r'r$이므로, $-r^2(1-\cos\theta) = r'r\sin\theta$이다.

$r>0$이므로, $\dfrac{r'}{r} = -\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}$이고, $\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta} = \dfrac{1-\cos\dfrac{2\pi}{n}}{\sin\dfrac{2\pi}{n}} = \alpha$이므로 양변을 치환적분하면 $r = ke^{-\alpha t}$이고,

$t=0$일 때 $r=1$이므로, $k=1$이다. 따라서, $f_1(t) = e^{-\alpha t}\cos t$, $g_1(t) = e^{-\alpha t}\sin t$이고, 점 P_1이 y축과 처음으로

만날 때는 $t = \dfrac{\pi}{2}$일 때이므로, 점 P_1이 움직인 거리는

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\{f_1{}'(t)\}^2 + \{g_1{}'(t)\}^2}\,dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\alpha^2+1}\,e^{-\alpha t}dt = \frac{\sqrt{\alpha^2+1}}{\alpha}\left(1-e^{\frac{-\pi\alpha}{2}}\right)$$이다.

(2) 점 B의 좌표를 $B\left(b, \dfrac{1}{b}\right)$라 하자. 점 A와 B를 지나는 직선의 방정식은 $y = -\dfrac{1}{ab}x + \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$이다. 따라서 점들의 좌표 $P\left(0, \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$와 $Q(a+b, 0)$을 얻을 수 있다. 따라서

$$\overline{AB} = \sqrt{(a-b)^2 + \left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)^2} = \frac{|a-b|}{ab}\sqrt{1+a^2b^2}$$

이고, 점 B가 $\overline{AB}=1$을 만족하는 경우,

$$|a-b| = \frac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}}$$

를 얻는다. 이때 $a>b$이면 $a = b + \dfrac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}}$이고, $a<b$이면 $b = a + \dfrac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}}$이므로, 이를 다시 쓰면

$$\frac{b}{a} = \begin{cases} 1 - \dfrac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a>b) \\ 1 + \dfrac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a<b) \end{cases}$$

이다. 여기서 $0 < \dfrac{ab}{\sqrt{1+a^2b^2}} < 1$이므로, $0 < \dfrac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}} < \dfrac{1}{a}$이고, 극한값 $\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{b}{\sqrt{1+a^2b^2}} = 0$을 얻는다. 따라서

극한값 $\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{b}{a} = 1$을 얻고, 삼각형 OPQ의 넓이는

$$S(a) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)(a+b) = \frac{(a+b)^2}{2ab} = \frac{\left(1+\dfrac{b}{a}\right)^2}{2\dfrac{b}{a}}$$

이므로, 극한값 $\displaystyle\lim_{a\to\infty}S(a) = 2$를 얻는다. 위 식을 $\dfrac{a}{b}$에 대해서 정리하면

$$\frac{a}{b} = \begin{cases} 1 + \dfrac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a>b) \\ 1 - \dfrac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}} & (a<b) \end{cases}$$

이다. 여기서 $0 < \dfrac{1}{\sqrt{1+a^2b^2}} < 1$이므로, $0 < \dfrac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}} < a$이고, 극한값 $\displaystyle\lim_{a\to 0}\frac{a}{\sqrt{1+a^2b^2}} = 0$을 얻는다. 따라서

극한값 $\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{a}{b} = 1$을 얻을 수 있고, 이를 이용하면

$$\lim_{a \to 0} S(a) = \lim_{a \to 0} \frac{\left(1 + \frac{a}{b}\right)^2}{2\frac{a}{b}} = 2$$

를 얻는다.

1. 일반정보

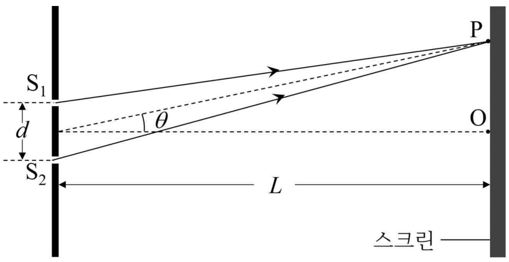
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(과학-물리) / (Ⅱ-1)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[가] 오른쪽 그림과 같이 파장 λ의 빛이 간격 d의 두 슬릿 S_1, S_2에 같은 위상으로 입사한 후 스크린의 중심 O에서 각도 θ만큼 떨어진 점 P에서 만난다고 하자. 슬릿과 스크린 사이의 거리 L이 d보다 매우 클 때, P에서 보강 간섭 또는 상쇄 간섭 현상이 나타나기 위한 조건은 다음과 같다.

보강 간섭: $d\sin\theta = m\lambda \ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$

상쇄 간섭: $d\sin\theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \ (m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots)$



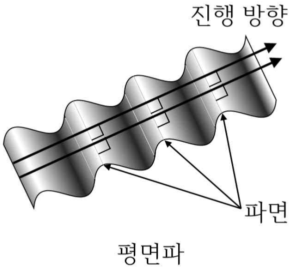
[나] 파원과 관찰자가 상대 운동을 할 때, 관찰자가 파동의 진동수를 파원의 진동수와 다르게 측정하는 현상을 도플러 효과라고 한다. 파원이 속력 v_s로 운동하는 경우, 정지한 관찰자가 측정하는 파동의 진동수 f'는 다음과 같다. 여기서 f와 v는 각각 정지한 파원에서 전파되는 파동의 진동수와 파동의 전파 속력이다.

파원이 관찰자에게 가까워질 때: $f' = \left(\frac{v}{v - v_\mathrm{s}}\right)f$

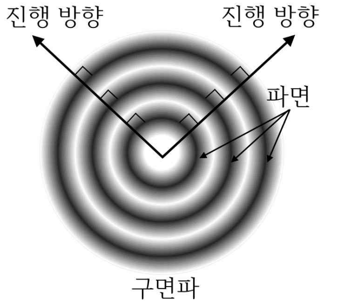
파원이 관찰자에게서 멀어질 때: $f' = \left(\frac{v}{v + v_\mathrm{s}}\right)f$

[다] 모든 파동은 한 번 진동하는 동안 한 파장의 거리를 진행한다. 그러므로 파동의 진동수를 f, 파장을 λ라고 할 때, 파동의 전파 속력 $v = f\lambda$이다.

[라] 파동이 매질 내를 진행할 때 매질의 여러 지점 중에서 위상이 같은 지점들을 연결한 선이나 면을 파면이라고 한다. 이때 파동의 진행 방향은 파면에 수직이다. 아래 그림은 파면이 직선이거나 평면인 평면파와 파면이 원이거나 구면인 구면파가 진행하는 모습을 각각 나타낸 것이다.



평면파



구면파

[논제 II-1] 제시문 [가], [나], [다], [라]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

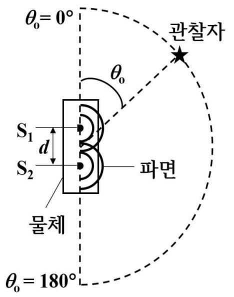
<그림 1>은 물체에 고정된 두 개의 사이렌 S_1, S_2에서 진동수 f의 반원 모양의 파면을 가지는 음파가 같은 시각에 같은 위상으로 퍼져 나가는 모습을 위에서 바라본 것이다. S_1과 S_2의 간격 d는 0.5 m이고, 관찰자와 사이렌 사이의 거리는 d에 비해 매우 크며, 관찰자의 위치는 각도 θ_o로 나타낸다. 음파의 전파 속력은 340 m/s이고, 사이렌의 크기는 무시한다.

(1) 모든 $\theta_\mathrm{o}(0^\circ \le \theta_\mathrm{o} \le 180^\circ)$에 대해 관찰자가 정지한 채 중첩된 음파를 측정한다. $f \ge f_c$일 때는 특정 θ_o에서 음파가 관측되지 않지만, $f < f_c$일 때는 모든 θ_o에서 음파가 관측된다. f_c를 구하고, 그 근거를 논술하시오. 단,

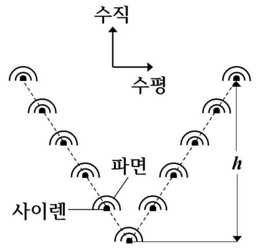
물체는 정지해 있다. (5점)

(2) $\theta_o = 0^\circ$에 정지해 있는 관찰자가 정지해 있는 물체에서 발생한 음파의 진동수를 측정하니 $2040\,\mathrm{Hz}$ 이었다. 이때 물체가 $\theta_o = 0^\circ$ 또는 $\theta_o = 180^\circ$를 향해 v_s의 속력으로 운동하기 시작한다. 운동하는 물체가 $\theta_o = 0^\circ$에 정지해 있는 관찰자에게 가까워질 때와 관찰자에게서 멀어질 때를 구분하여 중첩된 음파가 관찰자에게 관측되지 않게 하는 v_s의 최솟값을 각각 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(3) <그림 2>와 같이 여러 개의 사이렌을 VVV자 모양으로 배치한다. 각 사이렌에서 진동수 f의 반원 모양의 파면을 가지는 음파가 같은 시각에 같은 위상으로 퍼져 나갈 때, 중첩된 음파의 진행 방향에 대해 설명하고, 그 근거를 논술하시오. 단, 각 사이렌의 수평 및 수직 간격은 일정하고, 가운데와 끝에 위치한 사이렌 사이의 수직 간격 h는 $\dfrac{340}{f}\,\mathrm{m}$ 보다 작다. (5점)



<그림 1>



<그림 2>

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

논제 II 과학-물리에서는 고등학교 물리학I과 물리학 II에서 다루고 있는 ‘파동의 간섭’, ‘도플러 효과’, ‘케플러 법칙’ 등의 개념을 이용하여 생활 주위에서 발견되는 여러 문제들에 대한 해결책을 논리적으로 찾는 능력을 시험하였다. 물리 법칙 또는 공식을 평면적으로 대입하는 방식으로 해답을 구하는 종래의 평가 방안을 탈피하고자 하였고, 제시문과 문제에서 제공된 정보를 토대로 문제의 해결책을 체계적으로 탐색하는 과정을 평가할 수 있도록 출제하였다. 논제 II-1은 파동의 간섭 현상을 활용하여 음파의 진행 방향이 음파의 주파수, 음원 간의 간격에 의존함을 규명하는 문제이다. 또한, 도플러 효과에 의해 음원의 운동 상태에 따라 음파의 진행 방향이 변할 수 있다는 사실에 대한 이해가 필요하다. ‘파동의 간섭’, ‘도플러 효과’ 등은 가까운 미래에 등장할 사물인터넷(IoT) 및 자율주행기술 산업의 핵심 개념이다. 예를 들어, 심박수, 혈류 속도를 계량하는 IoT 생체 진단 센서는 도플러 효과를 기반으로 하고 있으며, 자율주행기술의 LiDar는 빛의 간섭 현상을 이용하여 차량 주위에 위치한 사물의 형태를 파악한다. 즉, 논제 II-1의 해결에 요구되는 물리 개념과 지식은 현재 개발되는 첨단 기술의 근간이 된다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

과학-물리의 논제 II-1에서는 같은 진동수의 음파를 발생하는 두 사이렌의 간섭 현상에 관한 문제를 출제하였다. 음파는 빛과 마찬가지로 간섭 현상이 나타나는 파동이므로, 두 사이렌은 이중 슬릿의 역할을 수행한다. (1)번 문항에서는 음파의 진동수가 작아질수록 이웃한 간섭 지점 사이의 각도 차이가 커진다는 사실의 인지가 선행되어야 한다. 이 논리를 바탕으로 사이렌의 진동수가 특정 값보다 작아지면 어떤 각도에서도 상쇄 간섭 현상이 나타나지 않음을 도출한다. (2)번 문항에서는 도플러 효과에 의해 관측자가 측정하는 파장이 변하므로, 파원이 정지한 상태에서 보강 간섭이 나타나는 각도에서도 파원이 운동하면 상쇄 간섭으로 나타날 수 있음을 인지한다. 보강 간섭 현상이 상쇄 간섭 현상으로 반전되려면, 반 파장의 홀수 배($\dfrac{\lambda}{2}\times(2m+1),\, m=0,1,2,\cdots$)에 해당하는 위상 변화가 필요하다. 도플러 효과에 의한 파장 편이의 정도는 파원의 속력에 비례하므로 논제의 상황을 만족하는 파원의 속력은 최솟값이 존재한다. 즉, 파원의 속력이 최솟값을 가질 때, 반 파장의 1배($m=0$)에 해당하는 위상 변화가 일어난다. (3)번 문항에서는 파동의 진행 방향과 파면이 수직이라는 기초 사실을 이용하여 다수의 파원이 간섭을 일으키는 복잡 상황에서도 파동의 진행 방향을 예측할 수 있다. 각 사이렌이 일정한 간격으로 배치되어 있으므로 각 사이렌에서 발생되는 파면을 겹쳐 그렸을 때, 각 파면에 동시에 접하는 새로운

파면을 찾을 수 있다. 이러한 기하학적 기법을 이용하여 파동의 진행 방향을 설명할 수 있다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학고 물리학II	김영민 외 7인	교학사	2019	162	제시문 [가]	O
고등학고 물리학II	강남화 외 5인	천재	2018	155	제시문 [나]	O
고등학고 물리학I	김영민 외 7인	교학사	2019	165	제시문 [다]	O
고등학고 물리학II	강남화 외 5인	천재	2018	150	제시문 [라]	O

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 II-1]

(1) (5점) 다음의 각 내용이 논리적으로 서술되어 있으면 부분 점수를 부여한다.

<1점> 논제의 상황과 빛의 이중 슬릿을 통과하는 상황이 동일함을 설명한다.

<1점> 음파가 관측되지 않는 지점에서 상쇄 간섭 현상이 나타남을 설명한다.

<1점> 사이렌의 진동수가 특정 값보다 작아질 경우 어떠한 각도에서도 상쇄 간섭이 나타나지 않음을 설명한다.

<1점> $m=0$에서의 상쇄 간섭이 $\theta=90^\circ$(논제의 경우 $\theta_0=0^\circ$)에 나타나는 등식을 세운다.

<1점> $f_c=340\,\mathrm{Hz}$ 임을 서술한다.

문제의 풀이 방법은 예시 답안의 서술에 국한되지 않고, 제시한 다른 풀이 방법이 논리적으로 정당한 경우 전체 또는 부분 점수를 부여할 수 있다.

(2) (10점) 다음의 각 내용이 논리적으로 서술되어 있으면 부분 점수를 부여한다.

<2점> 도플러 효과에 의해 파원이 정지한 상태에서 보강 간섭이 나타나는 각도에서도 파원의 운동 상태에 따라 상쇄 간섭이 나타날 수 있음을 설명한다.

<2점> 보강 간섭이 상쇄 간섭으로 바뀌기 위해서는 반 파장의 홀수 배($\frac{\lambda}{2}\times(2m+1),\ m=0,1,2,\cdots$)에 해당하는 위상 변화가 필요함을 설명하고, 이에 맞추어 등식을 세운다.

<2점> 논제의 상황에서 v의 최솟값이 존재하는 이유를 설명한다.

<2점> 물체가 관찰자에게 가까워지는 경우 v의 최솟값이 $\frac{340}{7}\,m/s$ 임을 서술한다.

<2점> 물체가 관찰자에게서 멀어지는 경우 v의 최솟값이 $68\,\mathrm{m/s}$ 임을 서술한다.

문제의 풀이 방법은 예시 답안의 서술에 국한되지 않고, 제시한 다른 풀이 방법이 논리적으로 정당한 경우 전체 또는 부분 점수를 부여할 수 있다.

(3) (5점) 다음의 각 내용이 논리적으로 서술되어 있으면 부분 점수를 부여한다.

<1점> 각 사이렌에서 발생하는 파면을 겹쳐 그린다.

<1점> 각 파면이 공통으로 만나는 새로운 파면을 찾는다.

<1점> 새로운 파면에 수직 방향으로 파동이 진행함을 설명한다.

<2점> 중첩된 파동의 진행 방향을 설명한다.

문제의 풀이 방법은 예시 답안의 서술에 국한되지 않고, 제시한 다른 풀이 방법이 논리적으로 정당한 경우 전체 또는 부분 점수를 부여할 수 있다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 II-1]

(1) 제시문 [가]에서 설명한 이중 슬릿에 의한 빛의 보강 간섭과 상쇄 간섭 조건은 다음과 같다. 여기서 λ는 빛의 파장이고, d는 두 슬릿 사이의 간격이며, θ는 스크린 중심으로부터의 각도이다.

보강 간섭: $d\sin\theta=m\lambda\ (m=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

상쇄 간섭: $d\sin\theta=(m+\frac{1}{2})\lambda\ (m=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

음파는 빛과 마찬가지로 간섭 현상이 나타나는 파동이고, 논제에서 등장하는 두 개의 사이렌은 빛이 이중 슬릿을 통과할 때 나타나는 간섭 현상을 나타낸다. 위에 기술된 간섭에 관한 등식에 따르면, $m=0$일 때, $\theta=0^\circ$(논제의

경우 $\theta_o = 90^\circ$)에서 항상 보강 간섭이 나타난다. 또한, 음파의 파장이 길어질수록 (진동수가 작아질수록), 이웃한 보강 간섭 또는 상쇄 간섭 지점 사이의 각도 차이가 벌어진다. 즉, 사이렌의 진동수가 클 경우 중첩된 음파가 측정되지 않는 상쇄 간섭 지점이 여러 각도에서 나타나지만, 사이렌의 진동수가 특정 값보다 작아질 경우 음파가 측정되지 않는 상쇄 간섭이 어떠한 각도(논제의 경우 $0^\circ \le \theta_o \le 180^\circ$)에서도 나타나지 않는다. m이 커짐에 따라 θ가 커지므로, 사이렌의 진동수가 f_c일 때, $m=0$에서의 상쇄 간섭이 $\theta = 90^\circ$(논제의 경우 $\theta_o = 0^\circ$)에서 나타난다.

$$0.5 \times sin90^\circ = (0+\frac{1}{2})\frac{340}{f_c} \ (\because \lambda = \frac{v}{f}) \qquad \therefore f_c = 340\,\text{Hz}$$

(2) $\theta_o = 0^\circ$는 (1)번 풀이에 기술된 간섭 조건에서 $\theta = 90^\circ$에 해당된다. 따라서 사이렌의 진동수가 $2040\,\text{Hz}$일 때, $\theta_o = 0^\circ$에서 $m=3$인 보강 간섭이 나타난다. 한편, 물체가 속력 v_s로 운동하기 시작하면, 도플러 효과에 의해 관찰자가 측정하는 음파의 파장이 달라진다. 제시문 [나]와 [다]를 활용하면 파장이 λ이고, 전파 속력이 v인 파동을 발생하는 파원이 속력 v_s로 이동할 때, 관찰자가 측정하는 파동의 파장 λ'를 다음과 같이 구할 수 있다.

파원이 관찰자에게 가까워질 때: $\lambda' = (\frac{v-v_s}{v})\lambda$

파원이 관찰자에게서 멀어질 때: $\lambda' = (\frac{v+v_s}{v})\lambda$

즉, 운동하는 물체(파원)가 관찰자에게 가까워지는 경우 관찰자가 측정하는 음파의 파장이 짧아진다. 관찰자가 측정하는 음파의 파장이 λ'이고, 정지해 있는 물체가 발생한 음파의 파장이 λ이면, 다음의 식이 성립한다.

$d\sin\theta = m\lambda$ (보강 간섭)

$d\sin\theta = (m' + \frac{1}{2})\lambda'$ (상쇄 간섭)

논제에서 $\theta = 90^\circ$($\theta_o = 0^\circ$)이고, $m=3$이다. 따라서 $m'=3$인 상쇄 간섭이 $\theta_o = 0^\circ$에서 나타날 때, v_s가 최솟값 $v_{\min}$을 가진다 ($\because m'$이 커질수록 λ'이 짧아지므로 v_s가 증가한다). 즉, 다음의 등식이 성립하게 된다.

$$\lambda = \frac{d}{m} = \frac{d}{3},\ \lambda' = \frac{d}{m'+\frac{1}{2}} = \frac{d}{3+\frac{1}{2}} \quad \therefore \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{3}{3+\frac{1}{2}} = \frac{6}{7}$$

위에 기술된 도플러 효과에 관한 식을 이용하면, $v_{\min}$을 다음과 같이 구할 수 있다.

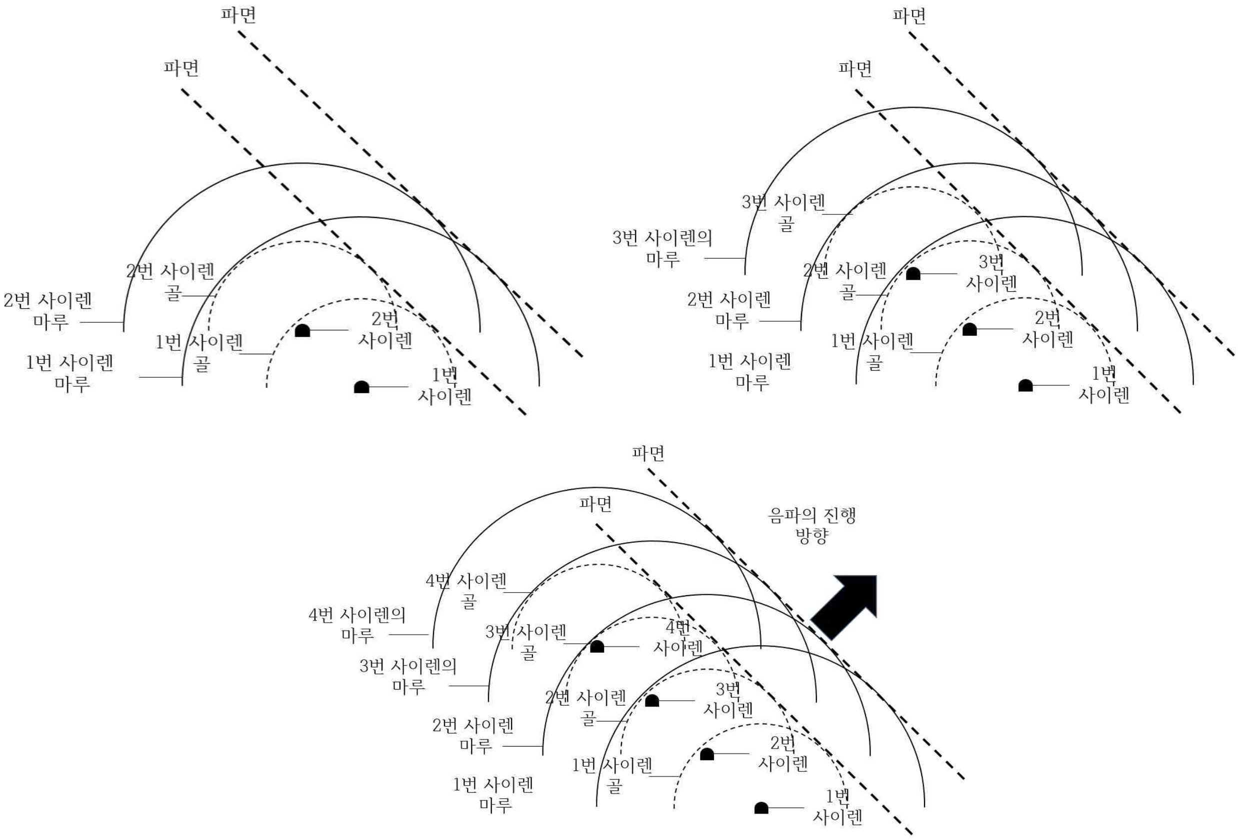
$$\frac{\lambda'}{\lambda} = (\frac{v-v_{\min}}{v}) = \frac{6}{7} \quad \therefore v_{\min} = \frac{340}{7}\,\text{m/s} \ (\because v = 340\,\text{m/s})$$

운동하는 물체가 관찰자에게서 멀어지는 경우에는 관찰자가 측정하는 음파의 파장이 길어진다. 같은 방법을 이용하면, $m'=2$인 상쇄 간섭이 $\theta_o = 0^\circ$에서 나타날 때, v_s가 최솟값 $v_{\min}$을 가진다 ($\because m'$이 작아질수록 λ'이 길어지고 v_s가 증가한다). 즉, 다음의 등식이 성립하게 된다.

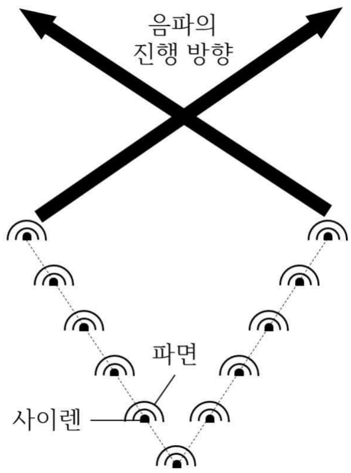
$$\lambda = \frac{d}{m} = \frac{d}{3},\ \lambda' = \frac{d}{m'+\frac{1}{2}} = \frac{d}{2+\frac{1}{2}} \quad \therefore \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{3}{2+\frac{1}{2}} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = (\frac{v+v_{\min}}{v}) = \frac{6}{5} \quad \therefore v_{\min} = \frac{340}{5} = 68\,\text{m/s}$$

(3) 편의를 위해 V자의 왼쪽에 배치된 사이렌의 개수를 늘려가면서 사이렌에서 발생하는 반원 모양의 파면을 겹쳐서 그려보면 [그림 1]과 같다. 먼저 1번 사이렌과 2번 사이렌에서 발생하는 반원 모양의 파면을 그렸을 때, 중첩된 음파에 대해 위상이 같은 점들을 연결한, 개별 파면에 접하는 선들을 찾을 수 있다. 원의 형태는 대칭이므로, 사이렌의 개수를 늘리더라도 일정한 간격으로 배치된 다른 사이렌이 발생하는 파면 역시 이 선들을 반드시 만나게 된다. 제시문 [라]에 서술된 설명에 따르면, 파동의 진행 방향은 파면에 수직이므로, 중첩된 음파의 진행 방향은 오른쪽 위쪽을 향한다. 같은 방법을 적용하면, V자의 오른쪽에 배치된 여러 개의 사이렌이 발생하는 음파가 중첩되면, 음파의 진행 방향은 왼쪽 위쪽을 향함을 알 수 있다. 이를 종합하면, 일정한 간격으로 V자로 배치된 여러 개의 사이렌이 만드는 음파는 [그림 2]와 같이 특정 지점에 모였다가 다시 퍼져 나가게 된다. 즉, 이는 광축과 평행하게 입사한 빛이 볼록 렌즈를 지날 때의 상황과 비슷하다.


파면
파면
2번 사이렌 골
2번 사이렌 마루
1번 사이렌 골
1번 사이렌 마루
2번 사이렌
1번 사이렌
파면
파면
3번 사이렌 골
3번 사이렌의 마루
2번 사이렌 골
3번 사이렌
2번 사이렌 마루
1번 사이렌 골
2번 사이렌
1번 사이렌 마루
1번 사이렌
파면
파면
음파의 진행 방향
4번 사이렌 골
4번 사이렌의 마루
3번 사이렌 골
4번 사이렌
3번 사이렌의 마루
2번 사이렌 골
3번 사이렌
2번 사이렌 마루
1번 사이렌 골
2번 사이렌
1번 사이렌 마루
1번 사이렌

[그림 1]


음파의 진행 방향
파면
사이렌

[그림 2]

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(과학-물리) / (Ⅱ-2)문항

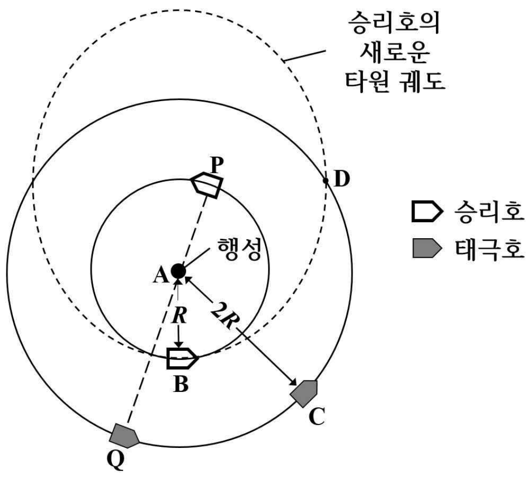
2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

[마] 케플러 제1법칙은 행성이 태양을 하나의 초점으로 하는 타원 궤도를 그리면서 공전한다는 것이다. 타원은 두 초점에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합이다. 케플러 제2법칙은 행성과 태양을 연결하는 가상적인 선분이 같은 시간동안 쓸고 지나가는 면적이 항상 같다는 것이다. 케플러 제3법칙은 행성의 공전 주기의 제곱이 타원 궤도 긴반지름의 세제곱에 비례한다는 것이다.

[바] 물체가 일정한 속력으로 원궤도를 도는 운동을 등속 원운동이라고 한다. 물체가 단위시간 동안 회전하는 각도를 각속도라고 하며, 각속도 $\omega=2\pi/T$ 이고 주기 T는 원 둘레를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간이다.

[논제 II-2] 제시문 [마], [바]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

<그림 3>과 같이 인공위성 승리호와 태극호가 A에 위치한 행성 주위를 같은 평면 위에 있는 원궤도를 따라 시계 반대 방향으로 돌고 있고, 원궤도의 반지름은 각각 R과 $2R$이다. 승리호가 등속 원운동을 하다가 B에 도착했을 때, 짧은 시간 동안 로켓이 작동하여 운동 방향은 유지하면서 속력이 증가하였다. 승리호가 B에서 새로운 타원 궤도를 따라 출발한 순간 태극호는 C에 있었고, 두 인공위성은 동시에 D를 지나간다. 승리호가 B를 지날 때의 운동 방향과 D를 지날 때의 운동 방향은 서로 수직이다. 행성의 질량은 M, 두 인공위성의 질량은 모두 m이고, 승리호의 새로운 타원 궤도에 의해 둘러싸인 넓이는 $2\sqrt{3}\pi R^2$이다. 단, 인공위성의 크기는 무시하고, 로켓의 작동 시점을 제외하면 두 인공위성에는 행성에 의한 중력만 작용한다.



<그림 3>

(1) $\angle$CAB를 구하고, 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 승리호와 태극호가 각각 B와 C에 도착하기 전 어느 시점에 P와 Q에 위치한다. P, A, Q는 일직선상에 있다. 승리호와 태극호는 원궤도를 따라 도는 동안 x 시간마다 승리호, 행성, 태극호의 순서로 일직선상에 놓인다. 승리호와 태극호가 각각 P와 Q에서 출발한 후 각각 B와 C까지 이동하는 데 y 시간이 걸린다. x와 y를 구하고, 그 근거를 논술하시오. 단, 태극호의 공전 주기는 27시간이고, $\pi \fallingdotseq 3$, $\sqrt{2} \fallingdotseq 1.4$ 이다. (10점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

논제 II 과학-물리에서는 고등학교 물리학I과 물리학 II에서 다루고 있는 ‘파동의 간섭’, ‘도플러 효과’, ‘케플러 법칙’ 등의 개념을 이용하여 생활 주위에서 발견되는 여러 문제들에 대한 해결책을 논리적으로 찾는 능력을 시험하였다. 물리 법칙 또는 공식을 평면적으로 대입하는 방식으로 해답을 구하는 종래의 평가 방안을 탈피하고자 하였고, 제시문과 문제에서 제공된 정보를 토대로 문제의 해결책을 체계적으로 탐색하는 과정을 평가할 수 있도록 출제하였다. 논제 II-2는 케플러 법칙을 활용하여 인공위성과 같은 우주선의 운동 궤도를 예측하는 문제이다. 예를 들어, 지구 주위를 돌고 있는 한 우주선이 다른 우주선에 물품을 전달하기 위해 접선이 필요할 때, 적절한 궤도의 선택, 접선까지의 소요 시간, 그리고 우주 공간에서 움직이는 두 물체의 상대적 운동에 대한 산술을 다루고 있다. 초기 조건이 결정되면 향후 운동이 외부 힘에 의하여 완전히 결정된다는 고전 물리학적 세계관에 대한 이해, 절대적 위치가 다르더라도 상대적 위치가 일치할 경우 같은 성질을 갖는다는 직관력이 필요하다. 논제 II-2의 해결에 요구되는 물리 개념은 물질세계를 다루는 타 기초 및 응용과학 학습에 필요한 적성이다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

과학-물리의 논제 II-2에서는 같은 중력 법칙에 따라 운동하는 천체의 궤도에 관한 문제를 출제하였다. 행성의 운동에 대한 이해는 비교적 간단한 수학적 이론을 통해 자연세계의 특정 현상을 극히 정밀하게 이해하고 예측할 수 있는 예로서 역사적인 의미도 크고 물질세계를 바라보는 현대적 관점 형성에 중요한 역할을 한다. 만유인력 법칙에 따르면 천체의 공전궤도는 일반적으로 타원을 그리며 태양과 행성을 잇는 가상의 선분이 지나가는 영역의 넓이가 일정하게 증가하고, 공전주기의 제곱이 궤도반지름의 세제곱에 비례하는 특성을 갖는다. (1)번 문항에서는 간단한 기하학적 해석을 바탕으로 케플러 법칙을 사용해서 물체의 이동에 소요되는 시간을 계산할 수 있으며 또한 역으로 특정 과거 시점의 물체 위치를 도출할 수 있다. (2)번 문항에서는 원운동의 주기, 진동수, 상대적 위치의 변화 등에 대한 개념을 사용해서 특정 배열을 이루는 데 소요되는 시간을 계산한다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
고등학교 물리학II	김성진 외 6인	미래엔	2018	48	제시문 [마]	O
고등학교 물리학II	손정우 외 5인	비상교육	2018	33	제시문 [바]	O

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

[논제 II-2]

(1) (10점) 다음의 각 내용이 논리적으로 서술되어 있으면 부분 점수를 부여한다.

<4점> 타원 궤도의 긴반지름과 짧은반지름을 구하고 케플러 제2법칙에 의해 승리호 타원운동의 주기와 태극호 원운동의 주기가 같음을 설명한다.

<6점> 부채꼴 BAD의 넓이로부터 B에서 D까지 운동하는 데 소요되는 시간을 구하고 $\angle CAB = \pi/6 + 1/2$임을 서술한다.

문제의 풀이 방법은 예시 답안의 서술에 국한되지 않고, 제시한 다른 풀이 방법이 논리적으로 정당한 경우 전체 또는 부분 점수를 부여할 수 있다.

(2) (10점) 다음의 각 내용이 논리적으로 서술되어 있으면 부분 점수를 부여한다.

<2점> 케플러 제3법칙에 의해 태극호 공전 주기가 T일 때 승리호 원운동 공전 주기가 $2^{-3/2}T$임을 서술한다.

<4점> 두 인공위성의 각속도 차이를 고려해서 $x \simeq 15$시간임을 서술한다.

<4점> 두 인공위성의 각속도 차이 및 $\angle CAB$ 값을 고려해서 $y \simeq 5$시간임을 서술한다.

문제의 풀이 방법은 예시 답안의 서술에 국한되지 않고, 제시한 다른 풀이 방법이 논리적으로 정당한 경우 전체 또는 부분 점수를 부여할 수 있다.

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[논제 II-2]

(1) $\angle$CAB를 구하려면 [그림1]에서 알 수 있듯이 $\angle$DAC를 먼저 구해야 한다. 태극호가 등속 원운동하기 때문에, $\angle$DAC는 구하려면 C에서 D까지 이동하는 데 걸리는 시간을 구해야 한다. 논제에서 태극호가 C에서 D이동하는 동안 승리호가 B에서 D까지 이동했다고 하였다. 케플러 제2법칙에 의해 타원의 부채꼴 BAD의 넓이를 구하는 것이 필요하다.

승리호의 속도는 [그림2]의 B에서 수평 방향이고 D에서 수직 방향이므로, A는 타원의 중심에서 긴반지름 위에 있고 D는 타원의 짧은반지름 위에 있다. 타원은 두 초점에서의 거리의 합이 일정한 점들의 집합이기 때문에, 초점에서 짧은반지름 끝점까지의 거리는 항상 긴반지름 길이와 같다. 따라서 승리호의 새로운 타원 궤도의 긴반지름은 선분 AD의 길이와 같으며, $2R$이다. 장축의 길이, 즉 타원궤도에서 행성에서 가장 가까운 점인 A로부터 행성으로부터 가장 멀리 떨어진 점까지의 거리가 $4R$ 이기 때문에, 행성의 위치 A에서 타원의 중심 O까지의 거리는 R이 된다. 따라서 삼각형 AOD는 직각삼각형이고 $\angle \mathrm{DAO}=60^{\circ}$ 이다.

궤도 긴반지름의 길이가 $2R$로 같으므로 케플러 제3법칙에 의해 태극호의 공전주기 T는 승리호 새로운 타원 궤도의 공전주기와 같다.

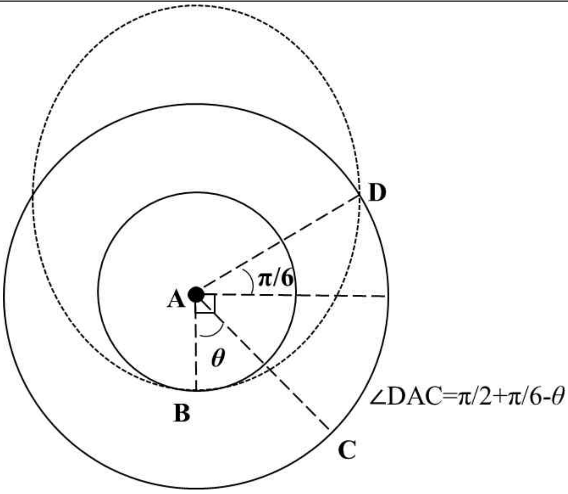
문제에서 타원의 넓이는 $2\sqrt{3}\pi R^2$이라는 정보를 주었다. 타원 넓이의 1/4에서 밑변과 높이가 $R, \sqrt{3}R$인 직각삼각형 DAO의 넓이를 빼면 B에서 D까지 가는 동안 행성과 승리호를 잇는 선분이 쓸고 지나간 영역, 즉 선분 AB, 선분 DA, 타원의 호 BD로 둘러싸인 영역의 넓이를 구할 수 있다. 타원 전체 넓이와의 비율을 고려하면 케플러 제2법칙을 사용해서 B에서 D까지 이동하는 데 걸리는 시간은 $\frac{1}{2\sqrt{3}\pi}\left(\frac{1}{4}2\sqrt{3}\pi-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)T=\frac{\pi-1}{4\pi}T$ 가 된다.

$\angle \mathrm{CAB}=\theta$ 라고 할 때, 태극호의 C에서 D까지 이동하는 데 걸리는 시간은 그림에서 $\frac{\pi/2+\pi/6-\theta}{2\pi}T$ 이다. 두 값이 같다는 조건으로부터 $\theta=\frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}$을 얻는다.

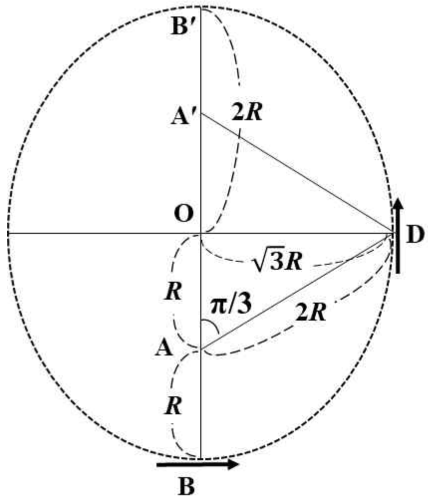
(2) 태극호의 공전 각속도는 $2\pi/T$이고, 케플러 제3법칙에 의해 승리호가 등속 원운동할 때의 공전주기는 $2^{-3/2}T$이므로 승리호 등속 원운동의 각속도는 $2^{3/2}(2\pi/T)$이다. 두 인공위성이 시계 반대 방향으로 공전하고 있고, 승리호의 각속도가 더 크기 때문에 승리호의 위치를 기준으로 삼는다면 태극호는 시계 방향으로 두 인공위성 각속도의 차이에 해당하는 각속도 $(2^{3/2}-1)(2\pi/T)$로 회전할 것이다. 즉 단위 시간당 승리호와 태극호의 회전각 차이는 $(2^{3/2}-1)(2\pi/T)$만큼 늘어난다. 따라서 상대 위치가 같아지는 사건, 예를 들어 행성을 사이에 두고 마주보며 일직선상에 놓이는 일은 $\frac{T}{2\sqrt{2}-1} \fallingdotseq \frac{27}{2.8-1}=15$, 즉 약 $x=15$시간 주기로 반복해서 일어난다.

일반적으로 승리호의 위치를 M, 태극호의 위치를 N이라고 하면 P와 Q에 있다가 B와 C까지 이동하는 동안 $\angle \mathrm{NOM}$은 π에서 θ까지 줄어들게 되므로, 소요되는 시간 y는 $(2^{3/2}-1)(2\pi y/T)=\pi-\theta$를 만족해야 한다. 아래 계산 과정을 거쳐 $y=5$ 시간을 얻는다.

$$y=\frac{T}{2\sqrt{2}-1}\left(\frac{\pi-\theta}{2\pi}\right)=\frac{T}{2\sqrt{2}-1}\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{4\pi}\right)\fallingdotseq\frac{27}{2.8-1}\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{4\cdot 3}\right)=5$$



[그림1]



[그림2]

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(과학-화학) / (II-1)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (40점)

[가] 원자는 실제 질량이 매우 작아 실제 질량보다는 상대적 질량을 사용한다. 원자의 상대적 질량은 질량수가 12인 탄소(^{12}C) 원자의 질량을 12로 정하고, 이를 기준으로 다른 원자들의 질량을 환산한 값으로 정하는데, 이를 원자량이라고 한다. 분자는 원자로 이루어져 있으므로 분자의 상대적 질량은 분자를 이루는 모든 원자의 원자량 합으로 나타내는데, 이를 분자량이라고 한다. 원자나 분자와 같이 매우 많은 수를 나타내기 위하여 몰(mole)이라는 단위를 사용하는데, 1 몰은 탄소(^{12}C) 12 g 속에 들어 있는 탄소 원자의 수와 같은 물질의 양으로 정의한다. 이 수는 대략 6.02×10^{23} 이며, 아보가드로수(N_A)라고 한다.

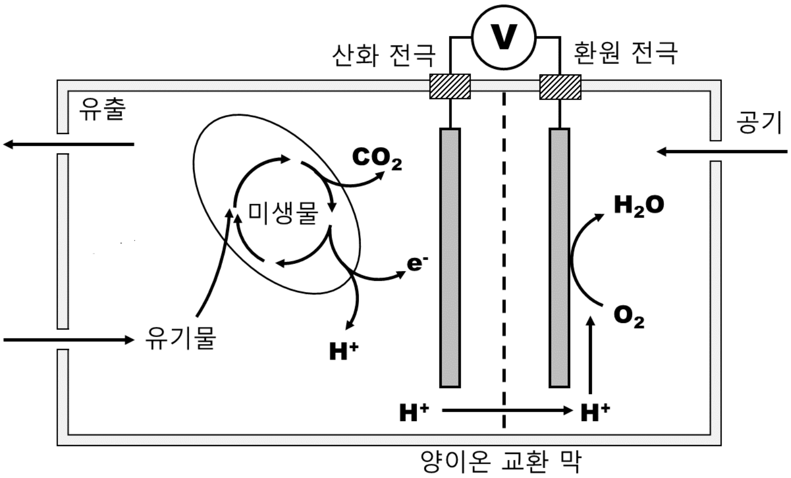
[나] 화학 반응은 본래의 물질과 성질이 전혀 다른 새로운 물질이 생성되는 현상이다. 화학 반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 관계를 화학식을 이용하여 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화살표(→)를 기준으로 반응물의 화학식은 왼쪽에 쓰고 생성물의 화학식은 오른쪽에 쓰며, 반응물이나 생성물이 두 가지 이상이면 ‘+’로 연결한다. 화학식의 계수는 가장 간단한 정수로 나타내고, 1이면 생략한다. 한편, 화학 반응식을 쓸 때 반응물과 생성물의 상태를 화학식 뒤의 괄호 안에 약자를 써서 표시하기도 한다. 고체(solid)는 *s*, 액체(liquid)는 *l*, 기체(gas)는 *g*, 수용액(aqueous solution)은 *aq*로 나타낸다. 예시 화학 반응식은 다음과 같다.

$$Ca(OH)_2(aq) + CO_2(g) \rightarrow CaCO_3(s) + H_2O(l)$$

[다] 연료 전지는 연료를 공급하여 화학 에너지를 전기 에너지로 전환하는 장치이다. 연료 전지가 산화 환원 반응을 이용하여 전기 에너지를 얻는 방식은 일반적인 화학 전지와 같지만, 반응물이 외부에서 지속적으로 공급되는 점이 다르다. 대표적인 연료 전지는 우주 왕복선에서 전력 공급원으로 사용된 수소 연료 전지가 있다. 수소 연료 전지는 2개의 전극과 전해질로 구성되며, (-)극(산화 전극)과 (+)극(환원 전극)에는 각각 수소(H_2) 기체와 산소(O_2) 기체가 공급된다. (-)극에서 수소 기체가 전자를 잃고 산화되고, 이때 발생한 전자가 외부 도선을 따라 (+)극으로 이동하며, (+)극에서 산소 기체가 그 전자를 얻어 환원된다.

[논제 II-1] 제시문 [가]~[다]를 참고하여 다음 질문에 답하시오.

미생물 연료 전지는 미생물의 촉매 작용을 이용하여 유기물에 함유된 화학 에너지를 전기 에너지로 직접 변환시키는 새로운 형태의 에너지 변환 장치이다. 미생물 연료 전지는 산화 전극과 환원 전극을 각각 포함하고 있는 2개 반응 용기, 이를 공간적으로 분리하고 양이온을 통과시키는 양이온 교환 막, 2개 전극을 도선으로 연결한 회로로 구성된다 (<그림 1>). 미생물 연료 전지에서 유기물은 산화 전극을 포함하는 반응 용기로 유입되어 산화 전극의 표면에 생물막(biofilm) 형태로 존재하는 미생물의 대사 과정을 통하여 물과 반응하여 전자, 수소 이온(H^+) 및 이산화탄소를 생성한다. 이때 생성된 전자는 도선을 통하여 환원 전극으로 이동하고, 수소 이온(H^+)은 양이온 교환 막을 통하여 환원 전극으로 이동한다. 환원 전극에서는 전자, 수소 이온(H^+), 공기 중의 산소가 반응하여 물을 형성한다.



<그림 1> 미생물 연료 전지의 구조

(1) 포도당($C_6H_{12}O_6$)을 미생물 연료 전지의 유기물로 사용할 때, 산화 전극과 환원 전극 및 전체 반응의 화학 반응식에 대해 물질의 상태를 포함하여 각각 논술하시오. (12점)

(2) 위의 미생물 연료 전지에서 1.8 kg의 포도당이 모두 사용된다고 가정할 때, 생산되는 총 전자(e^-) 수에 대해 논술하시오. (단, H, C, O의 원자량은 각각 1, 12, 16이다.) (6점)

(3) 수소 연료 전지와 비교하여 미생물 연료 전지의 대표적인 장·단점에 대해 각각 논술하시오. (2점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

화학: [논제 II-1]

논제 II-1에서는 고등학교 화학 I과 II의 교육 과정에서 다루는 원자량, 분자량, 몰, 아보가드로 수, 화학 반응식, 전기 화학 등의 기본 개념에 대한 정확한 이해력과 응용 능력에 대한 평가를 하고자 하였다. 이를 위하여 현재 환경 친화적 에너지 기술 분야에서 큰 관심과 연구가 활발하게 진행되고 있는 연료 전지 분야 특히, 포도당을 활용하는 '미생물 연료 전지'의 작동 원리, 화학 반응식의 완성 및 장·단점을 추론할 수 있는 능력을 종합적으로 평가하고자 하였다. 이는 단편적인 지식보다는 통합적인 사고와 제시문을 정확히 활용하는 능력을 파악하고자 하였으며, 교과 과정을 충실히 따르고 이해할 수 있는 학생을 위하여 각 제시문은 고등학교 교과서를 기본으로 하여 제시하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

화학: [논제 II-1]

논제 II-1은 고등학교 화학 I과 II의 교육 과정에서 다루는 원자량, 분자량, 몰, 아보가드로 수, 화학 반응식, 전기 화학 등의 기본 개념에 대한 정확한 이해력과 응용 능력에 대한 평가를 하고자 하였다. 이를 위하여 포도당을 연료를 사용하는 '미생물 연료 전지'에서,

(1) 산화-환원 반응 및 전체 반응에 대한 화학 방정식의 해결 능력

(2) 연료 전지의 반응에 참여하는 총 전자 수를 추론할 수 있는 능력

(3) '미생물 연료 전지'의 향후 상용화를 위한 장·단점에 대한 추론 능력을 종합적으로 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
화학 I	노태희 외	천재교육	2018	23-26	제시문 [가]	○
	장낙한 외	상상아카데미	2018	31-33		
	강대훈 외	와이비엠	2018	35-37		
	박종석 외	비상교육	2018	27-30		
	이상권 외	지학사	2018	27-30		
	하윤경 외	금성출판사	2018	29-32		
	황성용 외	동아출판	2018	29-33		
화학 I	노태희 외	천재교육	2018	30-39	제시문 [나]	○
	장낙한 외	상상아카데미	2018	41-43		
	강대훈 외	와이비엠	2018	47-53		
	박종석 외	비상교육	2018	34-39		
	이상권 외	지학사	2018	34-37		
	하윤경 외	금성출판사	2018	35-39		
	황성용 외	동아출판	2018	39-40		
화학 II	이상권 외	지학사	2018	198-202	제시문 [다]	○
	박종석 외	비상교육	2018	174-175		
	노태희 외	천재교육	2018	198-199		
	홍훈기 외	교학사	2018	191-193		
	장낙한 외	상상아카데미	2018	208-211		
	최미화 외	미래엔	2018	192-193		

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

화학: [논제 II-1]

(1) <총 12점>

산화 전극:	$C_6H_{12}O_6(aq) + 6H_2O(l) \rightarrow 6CO_2(g) + 24H^+(aq) + 24e^-$	(4점)
환원 전극:	$6O_2(g) + 24H^+(aq) + 24e^- \rightarrow 12H_2O(l)$	(4점)
전체 반응:	$C_6H_{12}O_6(aq) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l)$	(4점)

※ 감점기준: 물질의 상태를 표시하지 않은 경우, 각 -1점/ 화학 반응식의 계수를 정수로 표시하지 않은 경우, 각 -1점.

(2) <총 6점>

총 전자의 수 = (1,800 g/180 g·mol^{-1}) × (24 mol 전자/mol) = 240 mol 전자 = 240 mol 전자 × (6.02 × 10^{23} /mol) = 1,448 × 10^{23} 전자 ≈ 1.45 × 10^{26} 전자 (6점)

※ 감점기준: '240 mol 전자'로 중간 단계의 값을 구할 경우, -2점.

(3) <총 2점>

- 장점: 수소 연료 전지의 연료로 사용되는 수소는 고가 생산 비용과 저장 및 운송 기술의 문제점이 있는 반면, 미생물 연료 전지의 연료는 포도당 및 다양한 탄수화물 등으로 연료 수급이 매우 용이함. (1점)

- 단점: 수소 연료 전지는 부산물로서 친환경적인 순수한 물(H_2O)을 배출하는 반면, 미생물 연료 전지는 부산물로서 온실가스인 이산화 탄소(CO_2)를 배출함. (1점)

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

화학: [논제 II-1]

(1)

산화 전극에서는 미생물의 대사 과정에서 물과 반응하여 포도당 ($C_6H_{12}O_6$)을 분해하고 전자, 수소 이온(H^+) 및 이산화 탄소를 생성시킨다. 환원 전극에서는 전자, 수소 이온(H^+) 및 산소가 반응하여 물을 형성한다. 따라서 계수를 정수로 정리한 화학 반응식을 각각 나타내면 다음과 같다.

산화 전극: $C_6H_{12}O_6(aq) + 6H_2O(l) \rightarrow 6CO_2(g) + 24H^+(aq) + 24e^-$

환원 전극: $6O_2(g) + 24H^+(aq) + 24e^- \rightarrow 12H_2O(l)$

전체 반응: $C_6H_{12}O_6(aq) + 6O_2(g) \rightarrow 6CO_2(g) + 6H_2O(l)$

(2)

산화 전극에서 포도당의 화학 반응식은 다음과 같다.

$$C_6H_{12}O_6(aq) + 6H_2O(l) \rightarrow 6CO_2(g) + 24H^+(aq) + 24e^-$$

포도당 1 mol의 분자량: (6 × 12 g) + (1 × 12 g) + (16 × 6 g) = 180 g/mol
포도당 1.8 kg의 mol의 수: (1,800 g/180 g·mol^{-1}) = 10 mol
포도당 1 mol의 분자의 수: 6.02 × 10^{23} 분자/mol
포도당 1 분자에서 생산되는 전자의 수: 24 전자/분자

따라서 생산되는 총 전자의 수 = (1,800 g/180 g·mol^{-1}) × (6.02 × 10^{23} 분자/mol) × (24 전자/분자) = 1,448 × 10^{23} 전자 ≈ 1.45 × 10^{26} 전자

또는

포도당 1 mol에서 생산되는 전자의 수: 24 mol 전자/mol
포도당 1 mol의 분자량: (6 × 12 g) + (1 × 12 g) + (16 × 6 g) = 180 g/mol
포도당 1.8 kg의 mol의 수: (1,800 g/180 g·mol^{-1}) = 10 mol
아보가드로 수: 6.02 × 10^{23} /mol

따라서 생산되는 총 전자의 수 = (1,800 g/180 g·mol^{-1}) × (24 mol 전자/mol) = 240 mol 전자 = 240 mol 전자 × (6.02 × 10^{23} /mol) = 1,448 × 10^{23} 전자 ≈ 1.45 × 10^{26} 전자

(3)

'수소 연료 전지'와 비교하여 '미생물 연료 전지'의 장단점의 다음과 같음

- 장점: 수소 연료 전지의 연료로 사용되는 수소는 고가 생산 비용과 저장 및 운송 기술의 문제점이 있는 반면, 미생물 연료 전지의 연료는 포도당 및 다양한 탄수화물 등으로 연료 수급이 매우 용이함.

- 단점: 수소 연료 전지는 부산물로서 친환경적인 순수한 물(H_2O)을 배출하는 반면, 미생물 연료 전지는 부산물로서 온실가스인 이산화 탄소(CO_2)를 배출함.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(과학-화학) / (II-2)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

[라] 화학 반응식에서 오른쪽으로 진행되는 반응을 정반응, 왼쪽으로 진행되는 반응을 역반응이라고 한다. 정반응과 역반응이 모두 일어날 수 있는 반응을 가역 반응이라고 하며, ⇄ 기호로 나타낸다. 가역 반응에서 반응물과 생성물의 농도가 더 이상 변하지 않고 일정하게 유지되는 것을 화학 평형이라 하며, 물질이 평형에 있을 때의 농도를 평형 농도라고 한다. A와 B로부터 C와 D가 생성되는 화학 반응의 평형 상수 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$aA + bB \rightleftarrows cC + dD$$

$$K = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$$

이때, K를 평형 상수라고 하며, [A], [B], [C], [D]는 평형 상태에서의 각 물질의 농도에 해당된다. K는 동일한 온도에서는 농도에 관계없이 일정한 값을 나타낸다.

[마] 평형 상수 식에 평형 농도가 아닌 임의의 농도를 대입하여 얻은 값을 반응 지수(Q)라고 한다. 시간 t에서의 농도를 $[A]_t$, $[B]_t$, $[C]_t$, $[D]_t$라고 하면, 반응 지수는 다음과 같다.

$$Q = \frac{[C]_t^c[D]_t^d}{[A]_t^a[B]_t^b}$$

반응 지수(Q)와 평형 상수(K)의 크기를 비교하여 반응의 진행 방향을 예측할 수 있다. 가역 반응은 평형을 이루는 방향으로 진행되므로 반응이 진행됨에 따라 Q가 K에 가까워진다.

[바] 산이나 염기는 종류에 따라 수용액에서 이온화하는 정도가 다르다. 이온화하는 정도가 큰 산의 수용액은 H^+의 농도가 커서 강한 산성을 나타내고, 이온화하는 정도가 큰 염기의 수용액은 OH^-의 농도가 크므로 강한 염기성을 나타낸다. 산이나 염기가 수용액에서 이온화하는 정도를 이온화도(α)라 한다. 이온화도는 수용액 속에 용해한 산이나 염기의 전체 몰수와 이온화한 산이나 염기의 몰수의 비이다.

[사] 약산 HA는 수용액에서 다음과 같이 이온화한다.

$$HA(aq) + H_2O(l) \rightleftarrows A^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

이 반응의 평형 상수(K)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA][H_2O]}$$

약산의 묽은 수용액에서는 물(H_2O)이 다른 물질에 비해 매우 많이 존재하므로 이온화 반응 과정에서 농도는 변화하지 않고 거의 일정한 값을 가진다고 할 수 있다. 따라서 평형 상수 양변에 물의 농도 $[H_2O]$를 곱하여 새로운 상수 K_a를 얻을 수 있다.

$$K_a = K[H_2O] = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$$

이때 K_a를 산의 이온화 상수라고 한다.

[아] 약산과 그 약산의 짝염기를 갖는 염이나 약염기와 그 약염기의 짝산으로 된 염을 용해하여 만든 용액을 완충 용액이라고 한다. 완충 용액에 산이나 염기를 가해도 용액의 pH가 거의 일정하게 유지된다.

[논제 Ⅱ-2] 제시문 [라]~[아]를 참조하여 다음 질문에 답하시오.

(1) 25 ℃에서 0.5 M 약산 HA 수용액 200 mL의 pH와 이온화도(α)에 대하여 각각 논술하시오. (단, 25 ℃에서 HA의 이온화 상수(K_a)는 2.0×10^{-6}이다.) (4점)

(2) 25 ℃에서 0.5 M 약산 HA 수용액 200 mL(<용액 A>)에 물(H_2O)을 가하여 2 L의 HA 수용액(<용액 B>)을 만들었을 때, <용액 B>의 이온화도(α)는 <용액 A>와 비교하여 증가 혹은 감소되었는지 예측하고, 반응 지수(Q)와 평형 상수(K)를 이용하여 농도 변화에 따른 이온화도의 변화에 대해 논술하시오. (8점)

(3) 25 ℃에서 0.5 M 아세트산(CH_3COOH) 수용액 500 mL와 0.5 M 아세트산 나트륨(CH_3COONa) 수용액 500 mL를 혼합한 용액 1 L(<용액 C>)를 만들었다. <용액 C>에 강염기 수산화 나트륨(NaOH) 0.01 mol을 첨가한 <용액 D>를 만들어 pH를 측정하니 pH에 큰 변화가 일어나지 않음을 확인하였다. <용액 C>의 pH를 구하고, <용액 C>와 비교하여 <용액 D>의 pH가 거의 일정하게 유지된 이유에 대해 논술하시오. (단, 온도는 25 ℃로 일정하고, 아세트산(CH_3COOH)의 이온화 상수(K_a)는 1.0×10^{-5}로 가정한다.) (8점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

화학: [논제 II-2]

논제 II-2는 고등학교 화학 I과 II의 교육 과정에서 다루는 화학 평형과, 평형 이동의 법칙을 이용하여 화학 반응의 진행 방향을 추론하는 능력을 파악하고자 문항을 구성하였다. 또한 화학 I과 II의 교육 과정에서 다루는 산 염기의 성질들을 이해하며, 이온화 상수, 이온화도, 완충 용액의 개념을 이해하고 있는지와 이들의 적용 능력을 종합적으로 평가하고자 하였다. 각 제시문은 고등학교 교과서를 기본으로 하여 제시하였고 교육 과정을 충실히 따르고 제시문을 정확하게 이해할 수 있는 학생들을 대상으로 출제하였다. 각 영역에 대한 단편적인 지식의 습득 유무보다는 각 영역에 대한 기본적인 개념의 이해를 바탕으로 한 통합적인 사고 및 활용 능력을 파악하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

화학: [논제 II-2]

논제 II-2는 고등학교 화학 I과 II의 교육 과정에서 다루는 화학 평형, 화학 평형 이동, 산염기 평형, 완충 용액 등의 개념의 이해와 양적 관계를 설명하는 능력을 이용하여 산의 이온화 정도와 산의 세기 등을 추론하는 능력을 통합적으로 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성여부
화학 II	이상권 외 7인	지학사	2020	91-92, 94-95	제시문[라]	○
	장낙한 외 9인	상상아카데미	2019	99		
	노태희 외 6인	천재교육	2019	91		
	박종석 외 7인	비상교육	2021	79		
	홍훈기 외 6인	교학사	2019	94		
	최미화 외 6인	미래엔	2021	93		
화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2019	159		
	이상권 외 7인	지학사	2019	157		
화학 II	이상권 외 7인	지학사	2020	96-97	제시문[마]	○
	장낙한 외 9인	상상아카데미	2019	101-102		
	노태희 외 6인	천재교육	2019	93		
	홍훈기 외 6인	교학사	2019	96		
	최미화 외 6인	미래엔	2021	95		
화학 II	이상권 외 7인	지학사	2020	115-118	제시문[바]	○
	노태희 외 6인	천재교육	2019	113		
화학 II	이상권 외 7인	지학사	2020	117-118	제시문[사]	○
	장낙한 외 9인	상상아카데미	2019	122-123		
	노태희 외 6인	천재교육	2019	112		
	박종석 외 7인	비상교육	2021	100		
	홍훈기 외 6인	교학사	2019	109		
	최미화 외 6인	미래엔	2021	116		
화학 II	이상권 외 7인	지학사	2020	122	제시문[아]	○
	노태희 외 6인	천재교육	2019	118-119		
	박종석 외 7인	비상교육	2021	104		
	홍훈기 외 6인	교학사	2019	115-116		
	최미화 외 6인	미래엔	2021	122-123		
	장낙한 외 9인	상상아카데미	2019	129-130		

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

화학: [논제 II-2]

(1) <총 4점>

약산의 묽은 수용액에서 평형 농도, 약산의 이온화 상수(K_a), 이온화도(α), pH의 개념을 이해하고 이들의 양적인 관계를 명확히 추론할 수 능력.

<2점> 약산 용액의 pH를 논리적으로 서술

<2점> 약산 용액의 이온화도를 논리적으로 서술

(2) <총 8점>

산이나 염기가 수용액에서 이온화하는 정도를 나타내는 이온화도(α)의 개념을 이해하고, 반응지수(Q)와 평형 상수(K)의 관계를 이용해 약산의 농도 감소에 따른 반응의 진행 방향을 예측하고, 이에 따른 이온화도 변화를 논리적으로 추론할 수 능력.

<4점> 약산의 농도 감소에 이온화도 변화를 논리적으로 서술

<4점> 반응지수(Q)와 평형 상수(K)의 관계를 이용해 이온화도를 논리적으로 서술

(3) <총 8점>

완충 용액의 종류와 개념을 이해하고 완충 용액의 pH를 명확히 추론할 수 있으며, 산이나 염기를 가해도 완충 용액의 pH가 일정하게 유지되는 이유를 논리적으로 설명할 수 능력.

<4점> 완충 용액의 pH를 논리적으로 서술

<4점> 완충 용액의 원리를 논리적으로 서술

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

화학: [논제 II-2]

(1)

이 반응의 평형 농도를 다음과 같이 구한다.

	$HA(aq)$ + $H_2O(l)$ ⇄	$A^-(aq)$ +	$H_3O^+(aq)$
초기 농도 (M)	0.5	0	0
반응 농도 (M)	-χ	+χ	+χ
평형 농도 (M)	0.5-χ	χ	χ

평형 농도를 HA의 이온화 상수 식에 대입한다.

$$K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]} = \frac{\chi \times \chi}{0.5-\chi} = 2.0 \times 10^{-6}$$

약산일 때 χ는 매우 작은 값이므로 0.5-χ≒0.5이라고 할 수 있다. χ^2 = 1.0 × 10^{-6} 이므로 χ = 1.0 × 10^{-3} M이다. 따라서, $[H_3O^+]$ = 1.0 × 10^{-3} M 이므로 pH = -log$[H_3O^+]$ = 3

$$\text{이온화도} = \frac{[H_3O^+]}{[HA]_{\text{초기농도}}} = \frac{1.0\times10^{-3}\,\text{M}}{0.5\,\text{M}} = 0.002$$

<u>pH = 3, 이온화도 0.002</u>

(2)

희석된 <용액 B>의 농도는 0.05 M이다.

$$K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]} = \frac{\chi \times \chi}{0.05-\chi} = 2.0 \times 10^{-6}$$

약산일 때 χ는 매우 작은 값이므로 0.05-χ≒0.05이라고 할 수 있다. χ^2 = 1.0 × 10^{-7} 이므로 <용액 B>의 $[H_3O^+]$는 <용액 A>에 비해 적은 값이다. { $[H_3O^+]$ = 1.0 × 10^{-3} M <용액 A>; 3.165 × 10^{-4} M <용액 B> }

$$\text{이온화도} = \frac{[H_3O^+]}{[HA]_{\text{초기농도}}} = \frac{3.17\times10^{-4}\,\text{M}}{0.05\,\text{M}} = 0.006$$

따라서, <u>약산의 이온화도(α)는 산이 묽어짐에 따라 증가한다</u>. 한편, 물을 가하여 용액을 1/10으로 희석하면,

$$Q = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]} = \frac{[\frac{\chi}{10}][\frac{\chi}{10}]}{\frac{[HA]_{\text{초기농도}}}{10}} = \frac{(\chi)(\chi)}{10[HA]_{\text{초기농도}}} = \frac{1}{10}K_a$$

<u>반응 지수 *Q*가 K_a 보다 작으므로, 평형에 도달하기 위해서 반응은 정반응 쪽으로 진행된다.</u>
<u>따라서 산이 묽어지면 이온화도(α)는 증가한다.</u>

(3)

주어진 혼합 용액은 약산과 그 약산의 짝염기를 갖는 염을 용해하여 만든 **완충 용액**이다.
CH_3COOH의 이온화 평형은 다음과 같다.

$$CH_3COOH(aq) + H_2O(l) \leftrightarrows CH_3COO^-(aq) + H_3O^+(aq)$$

$$\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]} = 1 \text{ 이므로}, 1.0\times10^{-5} = K_a = \frac{[CH_3COO^-][H_3O^+]}{[CH_3COOH]} = [H_3O^+],$$

pH = -log($[H_3O^+]$) = -log(1.0 × 10^{-5}) = 5

<u><용액 C>의 pH = 5이다.</u>

이 용액(완충 용액)에 강염기 NaOH를 넣어주면 염기로부터 생성된 OH^-은 용액에 존재하는 약산 CH_3COOH과 완전히 반응하기 때문에 넣어준 OH^-가 소모되어 혼합 수용액의 pH는 거의 일정하게 유지된다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(과학-생명과학) / (논제 II-1)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

제시문

[가] 생물이 지닌 고유한 특징을 형질이라고 하며, 그중 부모에게서 자손으로 전달되는 것을 유전 형질이라고 한다. 상동 염색체의 같은 위치에 존재하는 유전자는 같은 형질을 결정하는데, 이러한 유전자를 대립유전자라고 한다. 대립유전자의 조합에 따라 표현형이 다르게 나타난다. 우열 관계가 분명한 유전 형질에서 이형 접합자는 우성 표현형을 나타낸다. 부모가 가진 한 쌍의 대립유전자는 감수 분열 시 분리되어 이 중 하나가 자손에게 전달된다.

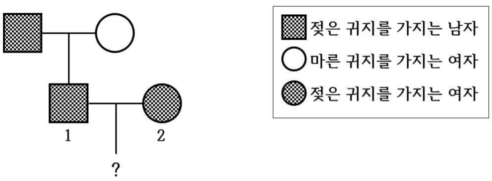
[나] 이상적인 특정 조건을 만족하는 멘델 집단에서는 대를 거듭하여도 대립유전자 빈도와 유전자형 빈도가 변하지 않고 유전적 평형이 유지되는데, 이를 하디-바인베르크 법칙이라고 한다. 멘델 집단이 되기 위해서는 집단이 충분히 커야 하며 집단의 개체 사이에서 무작위로 교배가 일어나야 하고, 돌연변이나 집단 사이의 유전자 흐름, 자연선택이 없어야 한다.

[다] 세포는 세포막으로 둘러싸여 있으므로 생명 현상을 유지하기 위해서 물질의 특성에 따라 세포막을 통한 물질의 이동이 선택적으로 일어난다. 크기가 큰 분자나 이온과 같이 친수성인 물질은 인지질 2중층을 직접 통과하기 어려워 막 단백질의 도움을 받아 세포막을 통과한다. 막 단백질을 통해 농도 기울기에 따라 물질이 이동하는 현상을 촉진 확산이라 한다. 농도 기울기를 거슬러서 물질이 이동하기도 하는데, 이러한 현상을 능동 수송이라고 한다. 능동 수송에서는 막 단백질이 사용되며, 에너지가 소모된다.

[논제II-1] 제시문 [가]~[다]를 읽고 다음 논제에 답하시오.

(1) 사람의 귀지는 젖은 형태 또는 마른 형태로 관찰된다. 동아시아 인종은 주로 마른 귀지를 가지고 있으며, 유럽 백인은 젖은 귀지가 빈번하다. 2006년 한 연구팀은 귀지의 형태를 결정하는 한 쌍의 대립유전자 G와 A가 상염색체 내 유전자 *ABCC11*에 존재하는 것을 최초로 규명하였다. 젖은 귀지는 대립유전자 G에 의해, 마른 귀지는 대립유전자 A에 의해 결정된다. G는 A에 대해 완전 우성이다.

다음은 어느 가족의 귀지 형질에 대한 가계도를 나타낸 것이다. 이 가족의 구성원이 포함된 집단은 이상적인 멘델 집단이며, 이 집단에서 마른 귀지를 가진 사람의 빈도는 4%이다.



위의 가계도에서 1번 남자와 2번 여자의 자손이 마른 귀지를 가지는 확률에 관해 논술하시오. (단, 돌연변이는 고려하지 않는다.) (10점)

(2) 유전자 *ABCC11*로부터 합성되는 MRP8 단백질은 ATP를 사용하여 물질 X를 세포 바깥으로 보내는 막 단백질이다. MRP8 단백질을 세포막에 가지고 있는 정상 세포를 이용하여 다음의 순서로 실험하였다.

① 세포 안과 동일한 농도의 물질 X가 들어있는 배양액(ATP 합성에 필요한 물질을 포함)에 세포를 넣었다.
② 일정 시간 후 ATP 합성을 막는 저해제를 첨가해 주었다.

이 실험에서 물질 X의 세포 안 농도의 변화를 시간에 따라 논술하시오. (단, 물질 X는 스스로 세포막을 통과하지 못하나, 상대적으로 적은 양의 물질 X를 에너지 사용 없이 수송하는 막 단백질이 세포에 존재한다고 가정한다.) (10점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

의학계 생명과학 논제II-1에서는 고등학교 생명과학 I과 II의 교육 과정에서 다루고 있는 개념에 관한 단편적인 지식의 유무를 평가하기보다는 통합적으로 이해하고 있는지, 논리적으로 설명할 수 있는지, 특정 현상에 적용하여 추론할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 대립유전자의 우열과 조합에 따라 표현형을 추론 할 수 있는지, 멘델집단으로 가정된 개체군 내 유전적 평형 상태를 하디-바인베르크 법칙으로 논리적으로 추론할 수 있는지, 능동수송과 촉진수송의 차이를 이해하고 물질의 이동을 논술할 수 있는지 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

논제 II-1의 (1)에서는 대립유전자의 우열 관계와 대립유전자 조합(=유전자형)에 따라 표현형이 다르게 나타나는 것과 대립유전자 한 쌍이 감수 분열 시 분리되어 이 중 하나가 자손에게 전달되는 것을 이해하고 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한 멘델집단 내 유전적 평형 상태를 하디-바인베르크 법칙을 기반으로 특정 유전자형 빈도를 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 논제 II-1의 (2)에서는 막단백질을 이용한 능동 수송과 촉진 확산을 총체적으로 이해하고 논리적으로 특정 물질의 농도 변화를 설명할 수 있는지 평가하고자 하였다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성 여부
생명과학I	오현선외	미래엔	2018	140	제시문[가]	O
생명과학I	심규철외	비상교육	2018	130	제시문[가]	O
생명과학I	이용철외	와이비엠	2019	128	제시문[가]	O
생명과학I	김윤택외	동아출판	2018	120	제시문[가]	O
생명과학I	권혁빈외	교학사	2018	134-135	제시문[가]	O
생명과학I	심재호외	금성출판사	2018	148	제시문[가]	O
생명과학I	이준규외	천재교육	2018	136-137	제시문[가]	O
생명과학I	전상학외	지학사	2018	126-127	제시문[가]	O
생명과학II	권혁빈외	교학사	2018	165	제시문[나]	O
생명과학II	오현선외	미래엔	2018	175	제시문[나]	O
생명과학II	심규철외	비상교육	2018	178-179	제시문[나]	O
생명과학II	전상학외	지학사	2018	175	제시문[나]	O
생명과학II	이준규외	천재교육	2018	175-177	제시문[나]	O
생명과학II	권혁빈외	교학사	2018	47-49	제시문[다]	O
생명과학II	오현선외	미래엔	2018	52-55	제시문[다]	O
생명과학II	심규철외	비상교육	2018	50	제시문[다]	O
생명과학II	전상학외	지학사	2018	50	제시문[다]	O
생명과학II	이준규외	천재교육	2018	47-51	제시문[다]	O

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

(1) <10점>
- 대립유전자의 우열 관계와 유전자형에 따른 표현형을 기반으로 1번 남자의 유전자형은 GA이고, GG 또는 GA 유전자형을 가질 수 있음을 서술해야 함. <2점>
- 제시된 가계가 속한 멘델집단 내 유전자형의 빈도를 이용하여 대립유전자 G의 빈도(p)와 A의 빈도(q)를 추정하고, 2번 여자의 유전자형이 GA일 확률이 $2pq/(p^2 + 2pq) = 1/3$임을 추정할 수 있어야 함. <5점>
- 1번과 2번이 모두 GA 유전자형일 때, 대립유전자 A를 자손에게 물려 줄 확률은 각각 1/2임을 서술해야 함. <1점>
- 1번과 2번의 자손이 마른 귀지를 가질 수 있는 경우는 ① 1번 남자가 대립유전자 A를 자손에게 주고, ② 2번 여자의 유전자형이 GA이면서 대립유전자 A를 자손에게 주는 경우만 가능하기 때문에 확률은 1/12 (=1/3 x 1/2 x 1/2)임을 서술해야 함. <2점>

(2) <10점>
- 막단백질 MRP8는 ATP를 이용하여 물질 X를 세포 밖으로 내보내므로 농도 기울기를 거슬러서 능동 수송함을 서술해야 함. <2점>
- ①단계에서는 세포 안 물질 X의 농도는 시간이 지남에 따라 감소함을 서술해야 함. <2점>
- ②단계에서 ATP 합성을 막는 저해제를 첨가하여 ATP가 감소되어 결핍되면, MRP8에 의한 능동 수송이 억제됨을 서술해야 함. <2점>
- 지속적인 촉진 확산에 의해 물질 X가 세포 안으로 유입되는 영향으로 세포 안 X의 농도는 증가함을 서술해야 함. <2점>
- 세포 안 물질 X의 농도가 증가하는 정도는 시간에 따라 약해지다가 세포 안과 밖의 농도가 같을 때 평형을 이루게 됨을 논리적으로 서술해야 함. <2점>

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

(1) 1번 남자는 젖은 귀지를 가지고 있으므로, 젖은 귀지의 표현형을 결정하는 우성 대립유전자 G를 아버지로부터 받고 어머니로부터는 열성 대립유전자 A를 가질 수밖에 없으므로 1번 남자의 유전자형은 GA임을 알 수 있다. 2번 여자는 젖은 귀지를 가지고 있으므로 GG 또는 GA 유전자형을 가질 수 있다. 1번과 2번 사이의 자손이 마른 귀지를 가질 수 있는 경우는 1번 남자가 대립유전자 A를 자손에게 주고, 2번 여자의 유전자형이 GA이면서 대립유전자 A를 자손에게 줄 때만 가능하다.

2번 여자의 유전자형이 GA일 확률은 해당 가계가 속한 멘델 집단 내 유전자형의 비율을 이용하여 추정할 수 있다. 멘델 집단 내에서 열성 대립유전자로만 이루어진 유전자형 AA를 가져 마른 귀지를 가진 사람의 빈도가 0.04라고 했으므로, 대립유전자 A의 빈도(q)는 0.2 ($=\sqrt{0.04}$)이고, G의 빈도(p)는 1 - q이므로 0.8이다. 따라서 집단 내 GA 유전자형을 가질 확률은 2pq로 0.32이고, GG 유전자형을 가질 확률은 p^2로 0.64이다. 젖은 귀지를 가진 사람 중 GA 유전자형을 가진 사람의 비율은 $2pq/(p^2 + 2pq) = 1/3$이다.

GA 유전자형을 가진 1번 남자가 대립유전자 A를 자손에게 주는 확률은 1/2이고, 2번 여자의 유전자형이 GA이면서 대립유전자 A를 자손에게 주는 확률은 1/6 (=1/3 x 1/2)이므로, 자손의 유전형이 AA일 확률은 1/2 x 1/6 = 1/12 (약 0.083)이다.

(2) MRP8 막 단백질은 ATP를 이용하여 물질 X를 세포 밖으로 내보내므로, 농도 기울기를 거슬러서 능동 수송함을 추정할 수 있다. ①단계에서 세포를 배양액에 넣어주면 세포 안 물질 X의 농도는 시간이 지남에 따라 감소한다. ②단계에서 ATP 합성을 막는 저해제를 첨가하여 ATP가 감소되어 결핍되면, MRP8에 의한 능동 수송이 억제

되고, 지속적인 촉진 확산에 의해 물질 X가 세포 안으로 유입되는 영향으로 세포 안 X의 농도는 증가한다. 세포 안 X의 농도가 증가하는 정도는 시간에 따라 약해지다가 세포 안과 밖의 농도가 같을 때 평형을 이루게 된다.

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 필답고사
전형명	논술우수자전형
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	의학계열(과학-생명과학) / (논제 II-2)문항

2. 2022학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

<제시문>

[라] 단백질은 수많은 아미노산이 펩타이드 결합으로 연결된 것인데, 생명체에는 20종의 아미노산이 있다. 모든 아미노산은 공통된 구조를 가지고 있는데, 아미노산의 중심에는 탄소가 있고, 여기에 아미노기($-NH_2$), 카복실기(-COOH), 수소 원자(H)와 곁사슬(R)이 연결되어 있다. 생체 내에 존재하는 아미노산 중에는 개시 코돈(AUG)이 지정하는 아미노산인 메싸이오닌처럼 곁사슬에 황(S)이 포함되기도 한다.

[마] 핵산은 많은 수의 뉴클레오타이드가 결합하여 형성된 폴리뉴클레오타이드이다. 뉴클레오타이드는 염기, 당, 인산이 1:1:1로 결합되어 있는데, 이 중에 디옥시리보핵산(DNA)을 구성하는 당은 디옥시리보스이고, 리보핵산(RNA)을 구성하는 당은 리보스이다.

[바] 유전 물질은 ① 세포와 개체의 생명 활동에 필요한 정보를 저장하고 있으며, ② 세포 분열 동안 정확하게 복제된 후 다음 세대로 안정적으로 전달되고, ③ 돌연변이가 일어나 진화에 필요한 유전적 변이(다양성)를 제공한다는 특징을 가지고 있다.

[사] 1900년대 초에 유전 인자가 염색체에 존재한다는 염색체설이 제안된 이후로 염색체의 주요 구성 물질인 DNA와 단백질 중 어느 하나가 유전 물질일 것으로 추정되었다. 유전 형질은 매우 다양하므로 당대의 과학자들은 구조가 단순한 DNA보다 다양한 구조를 나타낼 수 있는 단백질이 유전 물질일 가능성이 크다고 생각했는데, 그리피스와 에이버리의 실험을 비롯한 여러 실험적 증거에도 불구하고 여전히 유전 물질의 정체에 대한 논란이 지속되었다.

[논제 II-2] 제시문 [라]~[사]를 읽고 다음 논제에 답하시오.
허시와 체이스의 실험: 박테리오파지는 세균을 감염시키는 바이러스로서 DNA와 이를 감싸고 있는 단백질 껍질로 이루어져 있는데, 스스로 증식하지 못하고 세균 내부에서만 증식한다. 1952년 허시와 체이스는 다음과 같은 박테리오파지 증식 실험을 수행하였다.

① 방사성 동위 원소 ^{32}P를 포함한 배지와 ^{35}S를 포함한 배지에서 각각 증식시킨 두 종류의 박테리오파지를 준비하였다.
② 두 종류의 박테리오파지를 방사성 동위 원소가 없는 곳에서 배양한 대장균에 각각 감염시키고, 일정 시간이 지난 후 대장균 표면에 붙어 있는 파지 성분을 믹서로 분리시킨 다음, 원심 분리기로 대장균만 침전시켰다.
③ 원심 분리하여 얻은 침전물과 상층액에서 방사능의 검출 여부를 조사한 결과는 다음과 같았다.

구분	침전물	상층액
^{32}P를 포함한 배지에서 증식시킨 박테리오파지로 감염시킨 경우	○	×
^{35}S를 포함한 배지에서 증식시킨 박테리오파지로 감염시킨 경우	×	○

(○: 검출됨, ×: 검출 안 됨)

(1) 허시와 체이스의 실험에서 방사성 동위 원소 ^{32}P와 ^{35}S가 사용된 이유에 대해 논술하시오. (10점)

(2) 허시와 체이스의 실험 결과를 해석하고, 이 연구가 갖는 의의에 대해 논술하시오. (10점)

3. 2022학년도 수시모집 논술고사출제 의도

의학계 생명과학 논제 II-2에서는 단편적인 지식의 유무를 평가하기보다는 생명 현상에 대한 통합적 이해와 논리적 사고를 바탕으로 주어진 특정 문제에 적용하여 올바르게 추론하며, 이를 과학적인 용어로 적절하게 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 생명체를 구성하는 주요 물질인 단백질과 핵산 사이의 공통점과 차이점에 대한 정확한 이해를 바탕으로 하여, 두 가지 구성 물질을 구분하기 위하여 사용된 실험기법을 논리적으로 설명할 수 있는지, 또 주어진 실험 결과를 적절하게 해석하여 해당 연구가 갖는 의의를 올바르게 도출해 낼 수 있는지를 평가하고자 하였다.

4. 2022학년도 수시모집 논술고사문항 해설

논제 II-2의 (1)에서는 주어진 제시문을 통해 단백질과 핵산을 구성하는 원소 사이의 공통점과 차이점을 파악해내어 단백질과 핵산을 선별적으로 표지하기 위해 사용된 실험기법을 이해하고 이를 논리적으로 서술하여야 한다. 논제 II-2의 (2)에서는 세균에 감염하여 증식하는 박테리오파지의 특성, 구성 요소 및 증식 방법에 대한 이해를 바탕으로 주어진 실험 결과를 해석하고, 이것이 유전 물질의 화학적 정체 규명과 어떻게 연결되는지 파악하여 논리적으로 서술해야 한다.

도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수	관련자료	재구성 여부
생명과학II	권혁빈외	교학사	2018	32-34	제시문[라],[마]	O
생명과학II	오현선외	미래엔	2018	36-37	제시문[라],[마]	O
생명과학II	심규철외	비상교육	2018	26-29	제시문[라],[마]	O
생명과학II	전상학외	지학사	2018	30-31	제시문[라],[마]	O
생명과학II	이준규외	천재교육	2018	29-30	제시문[라],[마]	O
생명과학II	권혁빈외	교학사	2018	19, 99	제시문[바],[사]	O
생명과학II	오현선외	미래엔	2018	18-19	제시문[바],[사]	O
생명과학II	심규철외	비상교육	2018	113-115	제시문[바],[사]	O
생명과학II	전상학외	지학사	2018	104-106	제시문[바],[사]	O
생명과학II	이준규외	천재교육	2018	103-104	제시문[바],[사]	O

5. 2022학년도 수시모집 논술고사채점 기준

(1) <10점>
- DNA를 구성하는 원소 중에 인(P)은 포함되지만 황(S)은 포함되지 않음을 기술함. <2점>
- 단백질의 기본 단위인 아미노산 중에는 황(S)이 포함되지만 인(P)은 포함되지 않음을 기술함. <2점>
- ^{32}P가 포함된 배지에서 증식된 박테리오파지는 DNA만 ^{32}P로 표지됨을 기술함. <2점>
- ^{35}S가 포함된 배지에서 증식된 박테리오파지는 단백질만 ^{35}S로 표지됨을 기술함. <2점>
- 박테리오파지의 단백질과 DNA를 선택적으로 표지하기 위해 방사성 동위 원소가 사용됐음을 기술함. <2점>

(2) <10점>
- 침전물과 상층액에서 방사능 검출 결과에 대한 해석을 통해 박테리오파지의 구성 요소 중 DNA만 대장균 안으로 들어감을 추론함. <3점>
- 단백질은 외부에 남는다는 것을 추론함. <3점>
- 새로운 박테리오파지의 생성에 필요한 유전 정보가 단백질이 아닌 DNA에 담겨 있다는 직접적 증거임을 기술함. <3점> 예시: DNA가 유전 물질이다.
- 이 연구는 DNA를 유전 물질로 명확히 규명했다는 의의가 있음을 서술함. <1점>

6. 2022학년도 수시모집 논술고사 예시답안

(1) 박테리오파지는 DNA와 이를 감싸고 있는 단백질로 이루어져 있는데, 제시문 [라], [마]에 의하면 DNA는 인(P)을 포함하고 있으나 황(S)이 포함되지 않으며, 단백질의 기본 단위인 아미노산 중에는 S가 포함되지만 P는 포함되지 않음을 알 수 있다. 따라서 방사성 동위 원소인 ^{32}P가 포함된 배지에서 증식된 박테리오파지는 DNA만 ^{32}P로 표지되며, ^{35}S가 포함된 배지에서는 박테리오파지의 단백질만 ^{35}S로 표지된다. 즉, 박테리오파지의 DNA나 단백질을 선택적으로 표지하기 위해 방사성 동위 원소인 ^{32}P와 ^{35}S가 사용되었다.

(2) 박테리오파지의 DNA만 ^{32}P로 방사능 표지하여 실험한 경우에는 대장균을 가라앉힌 침전물에서 방사능이 검출되었고, 단백질만 ^{35}S로 방사능 표지한 경우에는 침전물에서 방사능이 검출되지 않았다. 이러한 실험 결과는 대장균에 감염되는 과정에서 박테리오파지의 단백질은 외부에 남고, DNA만이 대장균 안으로 들어간다는 것을 의미한다. 즉, 대장균 내부에서 증식하여 나타나는 새로운 박테리오파지 생성에 필요한 유전 정보가 DNA에 담겨 있음을 증명한다. 이러한 실험 결과는 DNA가 유전 물질이라는 직접적인 증거가 되었으며, 유전 물질의 정체가 단백질이 아닌 DNA임을 밝혀 유전 물질의 정체에 대한 오랜 논란을 잠재웠다는 데에 의의가 있다.