

## 1. 문항카드1. 수학-1(오전)

## [한국기술교육대학교 문항정보]

## 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 1번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	삼각함수가 포함된 방정식과 부등식, 합의 기호 $\sum$
예상 소요 시간	20분 / 100분	

## 2. 문항 및 제시문

$0 \leq x \leq 3\pi$  일 때,  $N(n)$  은 방정식  $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}n\right) = \frac{1}{2}$  을 만족시키는 모든  $x$ 의 개수이다. (단,  $n$ 은 음이 아닌 정수이다.)

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 방정식  $\sin x = \frac{1}{2}$  을 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 합을 구하시오.

(단,  $0 \leq x \leq 3\pi$  이다.) (6점)

(2)  $N(0) + N(1)$ 의 값을 구하시오. (6점)

(3)  $\sum_{n=0}^{10} N(n)$ 의 값을 구하시오. (8점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I 에서 배우는 삼각함수가 포함된 방정식과 합의 기호  $\sum$  의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학1번	교육과정	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 3. 삼각함수의 그래프 [수학 I] - (3) 수열 - 4. 수열의 합
	성취기준 성취수준	[12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학 I 03-04] $\sum$ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬외10	천재교과서	2018	p.91,140
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.74,146
기타					

### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 삼각함수 단원의 삼각함수를 포함한 방정식과 수열 단원의 수열의 합에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 삼각함수와 수열의 합의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

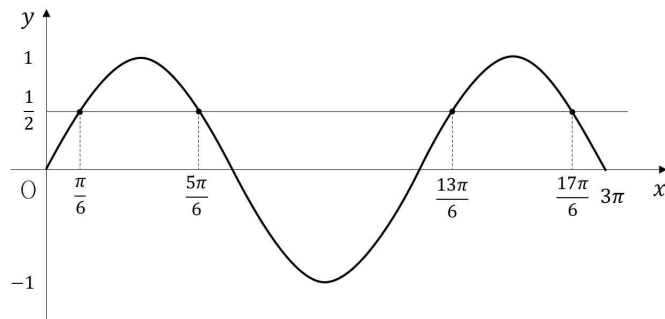
하위 문항	채점 기준	배점
1-1	방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 의 해 $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$ 를 구할 수 있다.	4
	방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 의 해를 모두 더한 값 $6\pi$ 를 구할 수 있다.	2
1-2	$N(1) = 3$ 을 구할 수 있다.	4
	$N(0) + N(1)$ 의 값 7 을 구할 수 있다.	2
1-3	$N(2) = 2$ 와 $N(3) = 3$ 을 구할 수 있다.	4
	$\sum_{n=0}^{10} N(n)$ 의 값 33 을 구할 수 있다.	4

## 7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 구하는 방정식의 해는  $y = \sin x$  의 그래프와 직선  $y = \frac{1}{2}$  의 교점의  $x$  좌표와 같

으므로 [그림 1]에 의해  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$  이다.

따라서  $\left( \frac{1+5+13+17}{6} \right) \pi = 6\pi$  이다.



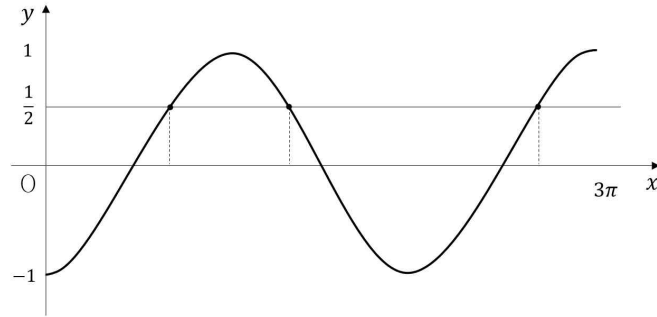
[그림 1]

(2) 문항 (1)에 의해  $N(0) = 4$ 이다.

$n = 1$ 일 때, 주어진 방정식의 해는  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x$ 의 그래프와

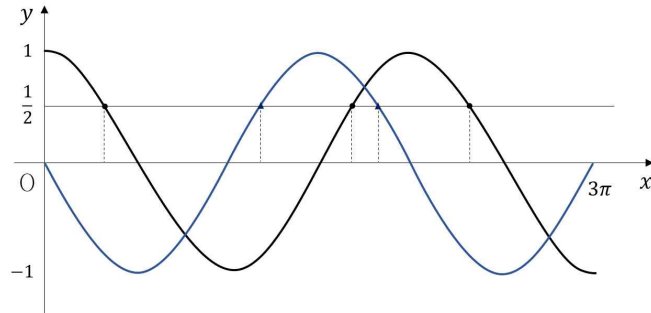
직선  $y = \frac{1}{2}$ 의 교점의 좌표와 같다.

[그림 2]에 의해  $N(1) = 3$ 이다. 따라서  $N(0) + N(1) = 7$



[그림 2] ( $n = 1$ )

(3) 동일한 방법으로 [그림 3]으로부터  $N(2) = 2$ 이고,  $N(3) = 3$ 이다.



[그림 3] ( $n = 2, n = 3$ )

$\sin x$ 의 주기가  $2\pi$ 이므로 다음과 같이 값이 반복된다.

$$N(0) = N(4) = N(8) = 4$$

$$N(1) = N(5) = N(9) = 3$$

$$N(2) = N(6) = N(10) = 2$$

$$N(3) = N(7) = 3$$

$$\text{따라서 } \sum_{n=0}^{10} N(n) = 3N(0) + 3N(1) + 3N(2) + 2N(3)$$

$$= 3(4 + 3 + 2) + 2 \times 3 = 33$$

1. 문항카드2. 수학-2(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

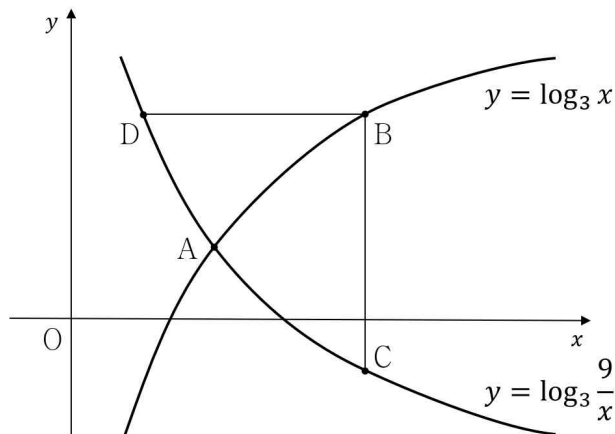
1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 2번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	로그함수의 그래프, 로그함수 활용
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

그림은 함수  $y = \log_3 x$ 와 함수  $y = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 그래프이다. 두 그래프의 교점을 A라고 하자.  $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 한 점 B를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 함수  $y = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 그래프와 만나는 점을 C라고 하고, 점 B를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이 함수  $y = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 그래프와 만나는 점을 D라고 하자.

(단, B의  $x$ 좌표는 A의  $x$ 좌표보다 크다.)



다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 점 A의 좌표를 구하시오. (6점)

(2) 점 B의  $y$ 좌표를  $a$ 라고 하자.  $100 < \overline{BC} < 1000$ 을 만족시키는 자연수  $a$ 의 개수를 구하시오. (7점)

(3) 점 B의  $y$ 좌표를  $a$ 라고 하자.  $\overline{BD} = 8$ 을 만족시키는 자연수  $a$ 의 값을 구하시오. (7점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 배우는 로그함수의 그래프와 로그함수의 활용의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
	교육과정	[수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - 2. 지수함수와 로그함수
수학2번	성취기준 성취수준	[12수학 I 01-06] 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다.
		[12수학 I 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다.
		[12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬외10	천재교과서	2018	p.47,53
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.45,52
기타					

### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 지수함수와 로그함수 단원의 로그함수 그래프와 로그함수의 활용에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 로그함수의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	점 A의 $x$ 좌표 3을 구할 수 있다.	3
	점 A의 좌표 $(3, 1)$ 을 구할 수 있다.	3
2-2	$\overline{BC} = 2a - 2$ 를 구할 수 있다.	4
	조건을 만족하는 $a$ 의 개수 449개를 구할 수 있다.	3
2-3	$\overline{BD} = 3^a - 9 \times 3^{-a}$ 을 구할 수 있다.	4
	조건을 만족하는 $a$ 의 값 2를 구할 수 있다.	3

## 7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 점 A의  $x$ 좌표는 방정식  $\log_3 x = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 해와 같다.

주어진 방정식을 풀면

$$x = \frac{9}{x} \quad (x > 0)$$

$$x = 3$$

또한 점 A의  $y$ 좌표는  $\log_3 3 = 1$ 이다.

따라서 점 A의 좌표는  $(3, 1)$ 이다.

(2) 점 B의  $y$ 좌표가  $a$ 이므로 점 B의  $x$ 좌표는 방정식  $a = \log_3 x$ 의 해와 같다.

주어진 방정식을 풀면

$$x = 3^a$$

점 C의  $y$  좌표는

$$y = \log_3 \frac{9}{3^a} = 2 - a \quad (a > 1) \text{ 이므로}$$

$$\overline{BC} = 2a - 2 \text{ 이다.}$$

주어진 문제의 조건에 의해

$$100 < 2a - 2 < 1000$$

$$51 < a < 501$$

$a$ 는 자연수이므로 부등식을 만족하는  $a$ 의 개수는  $500 - 52 + 1 = 449$  (개)이다.

(3) 점 D의  $y$  좌표가  $a$  이므로 점 D의  $x$  좌표는 방정식  $a = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 해와 같다.

방정식을 풀면

$$\frac{9}{x} = 3^a$$

$$x = 9 \times 3^{-a}$$

점 B의  $x$  좌표가  $3^a$  이므로,  $\overline{BD} = 3^a - 9 \times 3^{-a}$  이다. 주어진 문제의 조건에 의해

$$3^a - 9 \times 3^{-a} = 8 \quad (a > 1)$$

$$(3^a)^2 - 8 \times 3^a - 9 = 0$$

$$(3^a - 9)(3^a + 1) = 0$$

$3^a + 1 \neq 0$ 이고,  $3^a = 9$  이므로  $a = 2$  이다.



# 1. 문항카드3. 수학-3(오전)

## [한국기술교육대학교 문항정보]

### 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 3번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 극대와 극소, 함수의 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	20분 / 100분	

### 2. 문항 및 제시문

삼차함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $(x^2 + 2x + 3)f(x)$ 는  $x = 0$ 에서 극값 18을 갖는다.

(나)  $y = f(x)$  위의 점  $(1, f(1))$ 에서의 접선이 점  $(0, 2)$ 를 지난다.

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1)  $b + c$ 의 값을 구하시오. (5점)

(2)  $a$ 의 값을 구하시오. (5점)

(3) 함수  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 구하시오. (5점)

(4) 닫힌구간  $[-3, 3]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오. (5점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학Ⅱ에서 배우는 함수의 극대와 극소, 다항함수의 그래프, 함수의 최댓값과 최솟값 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학3번	교육과정	[수학Ⅱ] - (2) 미분 - 5. 함수의 증가와 감소, 극대와 극소 [수학Ⅱ] - (2) 미분 - 6. 함수의 그래프
	성취기준	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	성취수준	[12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학Ⅱ	류희찬외10	천재 교과서	2018	p.78,86
	미래엔 수학Ⅱ	황선욱외8	미래엔	2018	p.82,90
기타					

### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학Ⅱ」의 함수의 극대와 극소, 함수의 그래프에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 극대와 극소, 최대와 최소의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	$b + c$ 의 값 2를 구할 수 있다.	5
3-2	$a$ 의 값 2를 구할 수 있다.	5
3-3	극댓값 14를 구할 수 있다.	3
	극솟값 $\frac{122}{27}$ 를 구할 수 있다.	2
3-4	최댓값 39를 구할 수 있다.	3
	최솟값 $\frac{122}{27}$ 를 구할 수 있다.	2

## 7. 예시 답안 혹은 정답

(1)  $g(x) = (x^2 + 2x + 3)f(x)$  라고 하자.

조건 (가)로부터  $g'(0) = 0$  및  $g(0) = 18$  이다.

$g'(x) = (2x + 2)(x^3 + ax^2 + bx + c) + (x^2 + 2x + 3)(3x^2 + 2ax + b)$  이므로

$$g(0) = 3c = 18 \quad \dots\dots ①$$

$$g'(0) = 2c + 3b = 0 \quad \dots\dots ②$$

방정식 ①과 ②를 풀면  $c = 6$ ,  $b = -4$  이다. 따라서  $b + c = -4 + 6 = 2$  이다.

(2) 문항 (1)로부터  $f(x) = x^3 + ax^2 - 4x + 6$  이다.

$$f(1) = 1 + a - 4 + 6 = a + 3 \text{ 이고,}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 4 \text{ 이므로}$$

$$f'(1) = 3 + 2a - 4 = 2a - 1$$

조건 (나)에 대한 직선의 방정식은

$$y - (a + 3) = (2a - 1)(x - 1)$$

이 직선이 점  $(0, 2)$  를 지나므로

$$2 - (a + 3) = (2a - 1)(0 - 1)$$

$$a = 2$$

(3) 문항 (1)과 (2)로부터  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 6$  이다.

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 4 = (3x - 2)(x + 2) = 0$$

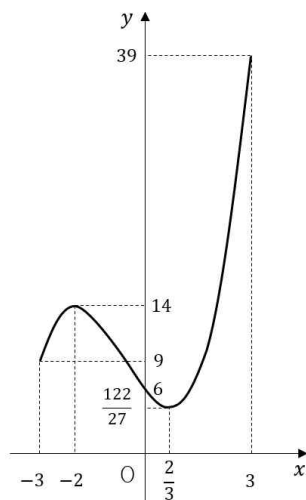
$$x = -2, \frac{2}{3}$$

함수  $f(x)$  의 증가와 감소를 나타내면 다음과 같다.

$x$	...	$-2$	...	$\frac{2}{3}$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	14	$\searrow$	$\frac{122}{27}$	$\nearrow$

따라서  $x = -2$  에서 극댓값은 14,  $x = \frac{2}{3}$  에서 극솟값은  $\frac{122}{27}$  를 갖는다.

(4) 문항 (3)으로부터 그래프의 개형을 그리면 다음과 같다.



$f(3)$ 과  $f(-3)$ 의 값을 구하면

$$f(3) = 3^3 + 2 \times 3^2 - 4 \times 3 + 6 = 27 + 18 - 12 + 6 = 39$$

$$f(-3) = (-3)^3 + 2 \times (-3)^2 - 4 \times (-3) + 6 = -27 + 18 + 12 + 6 = 9$$

따라서 최댓값은 39 이고, 최솟값은  $\frac{122}{27}$  이다.

## 1. 문항카드4. 수학-4(오전)

### [한국기술교육대학교 문항정보]

#### 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 4번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 그래프, 곡선과 $x$ 축 사이의 넓이
예상 소요 시간	20분 / 100분	

#### 2. 문항 및 제시문

삼차함수  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  위의 서로 다른 세 점

$P(1, f(1)), Q(2, f(2)),$

$R(t, f(t))$ 가 다음 조건을 만족시킨다. (단,  $a, b, c, t$ 는 상수이다.)

- (가)  $P$ 에서 접선의 기울기와  $Q$ 에서 접선의 기울기의 합은 1이다.  
 (나)  $P$ 에서 접선의 기울기와  $Q$ 에서 접선의 기울기의 곱은  $-2$ 이다.  
 (다)  $b < 10$  이고,  $c > 0$ 이다.  
 (라)  $R$ 은 두 점  $P, Q$ 를 지나는 직선 위에 있다.

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1)  $a + b$ 의 값을 구하시오. (6점)

(2)  $t$ 의 값을 구하시오. (7점)

(3) 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x = t, x = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1일 때,  $c$ 의 값을 구하시오. (7점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 배우는 함수의 그래프, 곡선과  $x$  축 사이의 넓이의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정 (교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학4번	교육과정	[수학II] - (2) 미분 - 6. 함수의 그래프 [수학II] - (3) 적분 - 2. 정적분의 활용
	성취기준	[12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
	성취수준	[12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학II	류희찬외10	천재교과서	2018	p.86,131
	미래엔 수학II	황선욱외8	미래엔	2018	p.90,135
기타					

### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학II」의 도함수의 활용으로 함수의 그래프, 정적분의 활용으로 곡선과  $x$  축 사이의 넓이에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 그래프 개형과  $x$  축 사이의 넓이의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	다음 식을 구할 수 있다. $(3 + 2a + b) + (12 + 4a + b) = 1$ $(3 + 2a + b)(12 + 4a + b) = -2$	3
	$a + b$ 의 값 $-1$ 을 구할 수 있다.	3
4-2	점 R의 좌표는 $(t, c)$ 임을 구할 수 있다.	3
	$t$ 의 값 $0$ 을 구할 수 있다.	4
4-3	식 $\int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x + c) dx = 1$ 을 구할 수 있다.	3
	$c$ 의 값 $\frac{3}{4}$ 을 구할 수 있다.	4

## 7. 예시 답안 혹은 정답

$$(1) f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \text{이므로}$$

$$x = 1 \text{에서 기울기는 } f'(1) = 3 + 2a + b$$

$$x = 2 \text{에서 기울기는 } f'(2) = 12 + 4a + b$$

조건 (가)와 (나)에 의해

$$(3 + 2a + b) + (12 + 4a + b) = 1 \quad \dots\dots ①$$

$$(3 + 2a + b)(12 + 4a + b) = -2 \quad \dots\dots ②$$

식 ①에서  $b = -3a - 7$ 이므로  $b$ 를 식 ②에 대입하면

$$(-a - 4)(a + 5) = -2$$

$$a^2 + 9a + 18 = 0$$



방정식의 해는  $a = -3, -6$

$a = -3$  이면  $b = 2$  이고,

$a = -6$  이면  $b = 11$  이다.

조건 (다)에 의해  $a = -3, b = 2$

따라서  $a + b = -3 + 2 = -1$

(2) 조건 (라)에 의하여  $f(1) = f(2) = c$ 이므로 점 R의 좌표는  $(t, c)$

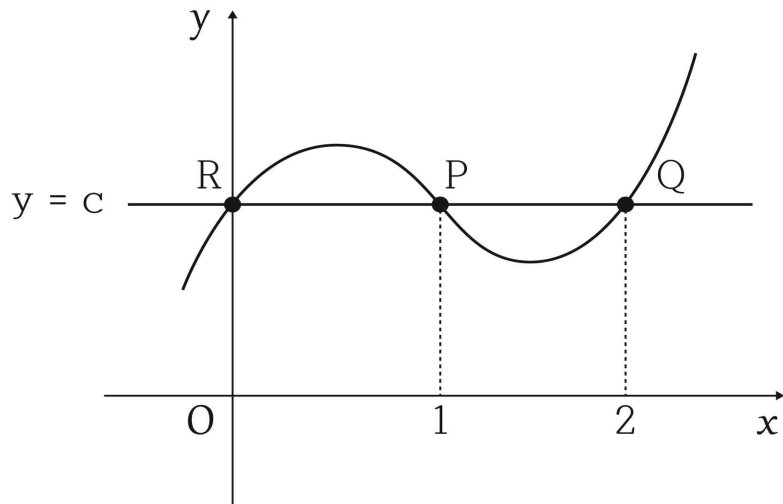
점 R  $(t, c)$ 가  $f(x)$ 에 위에 있으므로

$$c = t^3 - 3t^2 + 2t + c$$

$$t(t-1)(t-2) = 0$$

$t \neq 1, t \neq 2$ 이므로  $t = 0$ 이다.

(3) 조건 (다)에 의해  $c > 0$ 이므로 함수  $f(x)$ 의 그래프 개형은 다음 그림과 같다.



주어진 문제로부터

$$\int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x + c) \, dx = 1$$

$$\left[ \frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 + cx \right]_0^1 = 1$$

$$\frac{1}{4} - 1 + 1 + c = 1$$

따라서  $c = \frac{3}{4}$  이다.

## 1. 문항카드5. 수학-5(오전)

### [한국기술교육대학교 문항정보]

#### 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 5번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	연속확률변수
예상 소요 시간	20분 / 100분	

#### 2. 문항 및 제시문

$10 \leq a \leq 20$  인 실수  $a$  에 대하여 열차의 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의 차(단위: 분)를 확률변수  $X$  라고 할 때,  $X$ 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{a}x & (0 \leq x \leq a) \\ \frac{k}{a-40}(x-a) + k & (a \leq x \leq 40) \end{cases}$$

다음 물음에 답하시오. (단,  $k$  는 상수이다.) (20점)

(1)  $k$  의 값을 구하시오. (5점)

(2) 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의 차가 30 분 이상일 확률을  $a$  에 관한 식으로 나타내시오. (8점)

(3) 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의 차가 30분 이상일 확률이 가장 작은  $a$  의 값과, 그 때의 확률을 구하시오. (7점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 확률과 통계에서 배우는 연속확률변수와 확률분포의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학5번	교육과정	[확률과 통계]- (3) 통계 - 1. 확률변수와 확률분포 [확률과 통계]- (3) 통계 - 4. 정규분포
	성취기준	[12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.
	성취수준	[12확통03-04] 정규분포의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 확률과 통계	류희찬외9	천재교과서	2019	p.80,101
	좋은책 신사고 확률과 통계	고성은외5	신사고	2019	p.79,97
기타					

### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「확률과 통계」의 연속확률변수와 연속확률분포에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 확률분포의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
5-1	$k$ 의 값 $\frac{1}{20}$ 을 구할 수 있다.	5
5-2	식 $P(X \geq 30) = \frac{1}{2} \times (40 - 30) \times \left\{ \frac{30 - a}{20(a - 40)} + \frac{1}{20} \right\}$ 을 구할 수 있다.	5
	$P(X \geq 30) = \frac{5}{80 - 2a}$ 를 구할 수 있다.	3
5-3	$a$ 의 값 10을 구할 수 있다.	4
	확률 $\frac{1}{12}$ 을 구할 수 있다.	3

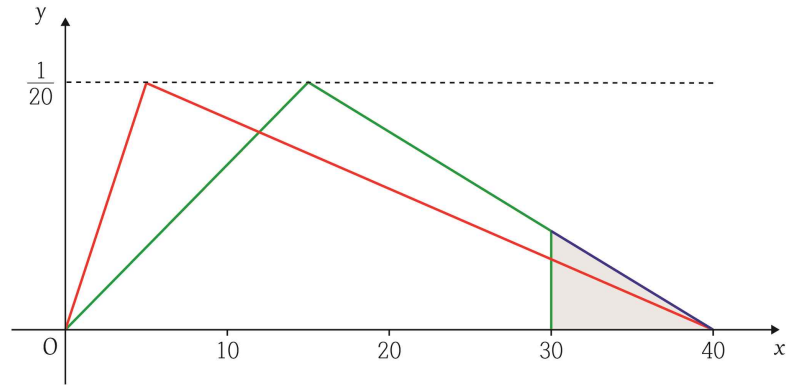
## 7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 함수  $f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1 이므로

$$P(0 \leq X \leq 40) = \frac{1}{2} \times 40 \times k = 1$$

$$k = \frac{1}{20}$$

(2)



$P(X \geq 30)$  은 그림에서 색칠한 부분의 넓이이므로

$$P(X \geq 30) = \frac{1}{2} \times (40 - 30) \times \left\{ \frac{30 - a}{20(a - 40)} + \frac{1}{20} \right\}$$

$$= \frac{5}{80 - 2a}$$

(3)  $10 \leq a \leq 20$  에서  $P(X \geq 30) = \frac{5}{80 - 2a}$  은 증가하므로  $a = 10$  일 때, 도착

예정 시각과 실제 도착 시각의 차가 30분 이상일 확률이 가장 작다.

$a = 10$  일 때의 확률은

$$P(X \geq 30) = \frac{5}{80 - 20} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

6. 문항카드6. 수학-1(오후)

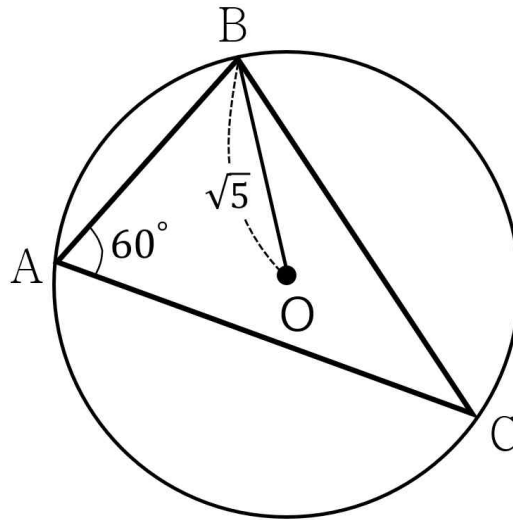
[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 1번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	사인법칙, 코사인법칙
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

그림과 같이 반지름이  $\sqrt{5}$  인 원에 내접하는 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킨다.



$$(가) \angle BAC = 60^\circ$$

$$(나) \overline{AC} - \overline{AB} = 2$$

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1)  $\overline{BC}$ 의 값을 구하시오. (6점)

(2)  $\overline{AC} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. (7점)

(3)  $(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} - \sqrt{15})^2$ 의 값을 구하시오. (7점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 배우는 삼각함수 단원의 사인법칙과 코사인법칙의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학1번	교육과정	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 4. 사인법칙과 코사인법칙
	성취기준	[12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
	성취수준	

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬외10	천재교과서	2018	p.97
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.97,102
기타					



## 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」 삼각함수 단원의 사인법칙과 코사인법칙에서 다루어진 다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 삼각함수 활용의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	$\overline{BC}$ 의 값 $\sqrt{15}$ 를 구할 수 있다.	6
1-2	$15 = b^2 + c^2 - 2bc \times \frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	3
	$\overline{AC} \times \overline{AB}$ 의 값 11을 구할 수 있다.	4
1-3	$b + c = 4\sqrt{3}$ 을 구할 수 있다.	4
	$(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} - \sqrt{15})^2$ 의 값 48을 구할 수 있다.	3

## 7. 예시 답안 혹은 정답

$a = \overline{BC}$ ,  $b = \overline{AC}$ ,  $c = \overline{AB}$ 라고 하자.

(1)  $\angle A = 60^\circ$  이고  $R = \sqrt{5}$  이므로 사인법칙  $\frac{a}{\sin A} = 2R$

(단,  $R$ 은 외접원의 반지름이다.)에 의해

$$a = \sin A \times 2R = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{15}$$

(2) 코사인법칙  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 에 의해

$$15 = b^2 + c^2 - 2bc \times \frac{1}{2}$$

$$b^2 + c^2 - bc = 15$$

$$(b - c)^2 + bc = 15$$

$$b - c = 2 \text{이므로}$$

$$bc = 11$$

$$(3) \ b^2 + c^2 - bc = 15 \text{를 변형하면}$$

$$(b + c)^2 - 3bc = 15 \text{ 이고, } bc = 11 \text{이므로}$$

$$b + c = 4\sqrt{3}$$

따라서

$$a + b + c = 4\sqrt{3} + \sqrt{15}$$

구하는 값은

$$(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} - \sqrt{15})^2 = 48$$

## 7. 문항카드7. 수학-2(오후)

### [한국기술교육대학교 문항정보]

#### 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 2번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	지수함수와 로그함수 활용
예상 소요 시간	20분 / 100분	

#### 2. 문항 및 제시문

유해물질 100 g 이 포함된 혼합물을 여과기에 여러 번 통과시켜 정화하려 한다. 처음으로 여과기를 통과할 때에는 유해물질의 80 % 가 제거되고, 두 번째 통과할 때에는 60 % 가 제거된다. 세 번째 이후부터는 20 % 씩 일정한 비율로 유해물질이 제거된다고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 2 회 통과했을 때, 혼합물에 포함된 유해물질의 양을 구하시오. (5점)

(2) 4 회 통과했을 때, 혼합물에 포함된 유해물질의 양을 구하시오. (6점)

(3) 유해물질 100 g 을 0.1 g 이하로 줄이기 위한 최소 통과 횟수를 구하시오.

(단,  $\log 2 = 0.3010$  으로 계산한다.) (9점)

#### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I 에서 배우는 지수함수와 로그함수 활용 단원에서 지수와 로그의 방정식, 부등식 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

## 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학2번	교육과정	[수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - 2. 지수함수와 로그함수
	성취기준	
	성취수준	[12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 I	류희찬외10	천재 교과서	2018	p.53
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.49
기타					

## 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 지수함수와 로그함수 단원의 지수방정식과 로그방정식에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 지수와 로그의 방정식, 부등식 개념의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	유해물질의 양 8 g 을 구할 수 있다.	5
2-2	유해물질의 양 $\frac{128}{25}$ g (또는 5.12 g )을 구할 수 있다.	6
2-3	식 $8(1-0.2)^{n-2} = 8\left(\frac{8}{10}\right)^{n-2}$ ( $n \geq 3$ ) 을 구할 수 있다.	5
	최소 통과 횟수 22 회를 구할 수 있다.	4

## 7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 1회 통과한 후 유해물질의 양은  $100 - (100 \times 0.8) = 20$  이다.

2회 통과한 후 유해물질의 양은 다음과 같다.

$$20 - 20 \times 0.6 = 8$$

(2) 4회 통과한 후 혼합물에 포함된 유해물질의 양은 다음과 같다.

$$8(1 - 0.2)^2 = 8\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{128}{25}$$

(3) 여과기를  $n$  번 통과했을 때 유해물질의 양은

$$8(1 - 0.2)^{n-2} = 8\left(\frac{8}{10}\right)^{n-2} \quad (n \geq 3)$$

유해물질의 양이  $0.1 \text{ g}$  이하가 되기 위해서는

$$8\left(\frac{8}{10}\right)^{n-2} \leq 10^{-1}$$

을 만족해야 한다. 양변에 로그를 취하면

$$3(n-1)\log 2 - (n-2) \leq -1$$

$$n(3\log 2 - 1) \leq 3\log 2 - 3$$

$$n \geq \frac{3 - 3\log 2}{1 - 3\log 2} = 21.6 \dots$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 최솟값  $n$ 은 22 이다.

## 8. 문항카드8. 수학-3(오후)

### [한국기술교육대학교 문항정보]

#### 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 3번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 극대와 극소, 함수의 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	20분 / 100분	

#### 2. 문항 및 제시문

사차함수  $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  가 다음 조건을 만족시킨다.

(단,  $a, b, c, d$  는 상수이다.)

(가) 모든 실수  $x$  에 대하여  $f(-x) = f(x)$  이다.

(나) 방정식  $|f(x)| = 3$  은 여섯 개의 서로 다른 실근을 갖는다.

(다)  $f(0) = 6$  이다.

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1)  $a + c + d$  의 값을 구하시오. (5점)

(2)  $b$  의 값을 구하시오. (7점)

(3) 닫힌구간  $[1, 2]$  에서  $f(x)$  의 최댓값과 최솟값을 구하시오. (8점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 배우는 함수의 극대와 극소, 다항함수의 그래프, 함수의 최댓값과 최솟값 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학3번	교육과정	[수학II] - (2) 미분 - 5. 함수의 증가와 감소, 극대와 극소 [수학II] - (2) 미분 - 6. 함수의 그래프
	성취기준 성취수준	[12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학II	류희찬외10	천재교과서	2018	p.78,86
	미래엔 수학 II	황선욱외8	미래엔	2018	p.82,90
기타					

### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학II」의 함수의 극대와 극소, 함수의 그래프에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 극대와 극소, 최대와 최소의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	$a$ 의 값 0과 $c$ 의 값 0을 구할 수 있다.	3
	$a + c + d$ 의 값 6을 구할 수 있다.	2
3-2	$f(x) = x^4 + bx^2 + 6$ 의 극솟값 $-3$ 을 구할 수 있다.	3
	$b$ 의 값 $-6$ 을 구할 수 있다.	4
3-3	최댓값 1을 구할 수 있다.	4
	최솟값 $-3$ 을 구할 수 있다.	4

## 7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(-x)$ 이므로

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + d$$

$$2ax^3 + 2cx = 0 \quad \dots\dots ①$$

식 ①은  $x$ 에 관한 항등식이므로  $a = 0, c = 0$ 이다.

또한  $f(0) = 6$ 이므로  $d = 6$ 이다.

따라서  $a + c + d = 6$ 이다.

(2) 조건 (나)에 의해 함수  $f(x) = x^4 + bx^2 + 6$ 의 극솟값은  $-3$ 이다.

$$f'(x) = 4x^3 + 2bx = x(4x^2 + 2b) = 0 \text{을 풀면}$$

$$x = 0, x = \sqrt{-\frac{b}{2}}, x = -\sqrt{-\frac{b}{2}} \quad (\text{단, } b < 0)$$

함수  $f(x)$ 의 증가와 감소를 나타내면 다음과 같다.



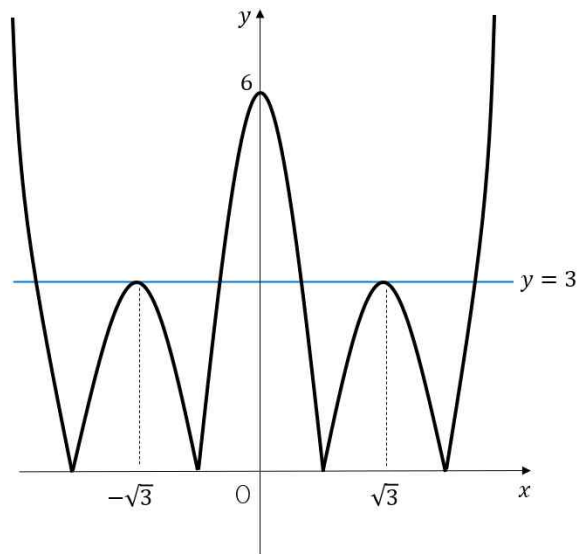
$x$	$\dots$	$-\sqrt{-\frac{b}{2}}$	$\dots$	$0$	$\dots$	$\sqrt{-\frac{b}{2}}$	$\dots$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$\searrow$	$-3$	$\nearrow$	$6$	$\searrow$	$-3$	$\nearrow$

$x^2 = -\frac{b}{2}$  를  $f(x)$  에 대입하면

$$\left(-\frac{b}{2}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2}\right) + 6 = -3$$

$$-\frac{b^2}{4} = -9$$

$b = \pm 6$  이고,  $b < 0$  이므로  $b = -6$  이다.



$y = |f(x)|$  의 그래프

(3) 문항 (1), (2)에서  $f(x) = x^4 - 6x^2 + 6$  이고,

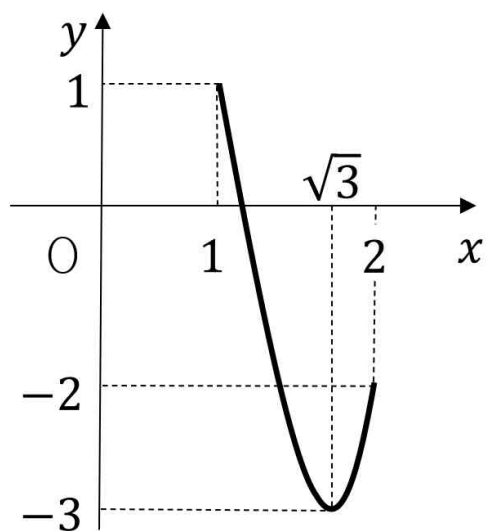
$f'(x) = 0$  의 해는  $x = 0$ ,  $x = \pm \sqrt{3}$  이다. 또한

$$f(1) = 1 - 6 + 6 = 1$$

$$f(2) = 16 - 24 + 6 = -2$$

이므로, 닫힌구간  $[1, 2]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 증가와 감소를 나타내면 다음과 같다.

$x$	1	...	$\sqrt{3}$	...	2
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2



따라서 최댓값은 1이고 최솟값은 -3이다.

## 9. 문항카드9. 수학-4(오후)

### [한국기술교육대학교 문항정보]

#### 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 4번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 그래프, 곡선과 $x$ 축 사이의 넓이
예상 소요 시간	20분 / 100분	

#### 2. 문항 및 제시문

삼차함수  $f(x) = x^3 - ax^2 - x + a$  일 때,  $g(a) = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$  이다. (단,  $a$  는 실수이다.)

다음 물음에 답하시오. (20점)

- (1)  $g(0)$  의 값을 구하시오. (4점)
- (2)  $0 \leq a \leq 1$  일 때,  $g(a)$  를 구하시오. (6점)
- (3)  $a \geq 1$  일 때,  $g(a)$  를 구하시오. (6점)
- (4) 닫힌구간  $[0, 2]$  에서  $g(a)$  의 최댓값과 최솟값을 구하시오. (4점)

#### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 배우는 함수의 그래프, 곡선과  $x$  축 사이의 넓이의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

#### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학2 번	교육과정	[수학II] - (2) 미분 - 6. 함수의 그래프 [수학II] - (3) 적분 - 2. 정적분의 활용
	성취기준	[12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
	성취수준	[12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학II	류희찬외10	천재교과서	2018	p.86,131
	미래엔 수학II	황선욱외8	미래엔	2018	p.90,135
기타					

#### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학II」의 도함수의 활용으로 함수의 그래프, 정적분의 활용으로 곡선과  $x$  축 사이의 넓이에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 그래프 개형과  $x$  축 사이의 넓이의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	$g(0)$ 의 값 $\frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	4
4-2	식 $g(a) = \int_{-1}^a (x^3 - ax^2 - x + a) dx - \int_a^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx$ 를 구할 수 있다.	3
	$g(a) = -\frac{1}{6}a^4 + a^2 + \frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	3
4-3	식 $g(a) = \int_{-1}^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx$ 를 구할 수 있다.	3
	$g(a) = \frac{4a}{3}$ 를 구할 수 있다.	3
4-4	최댓값 $\frac{8}{3}$ 을 구할 수 있다.	2
	최솟값 $\frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	2

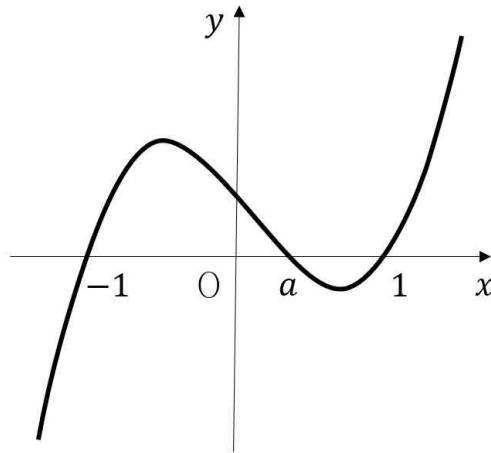
## 7. 예시 답안 혹은 정답

$$(1) g(0) = \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx = 2 \int_0^1 (x - x^3) dx = 2 \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$(2) f(x) = x^3 - ax^2 - x + a = x(x^2 - 1) - a(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x - a)$$

이다.

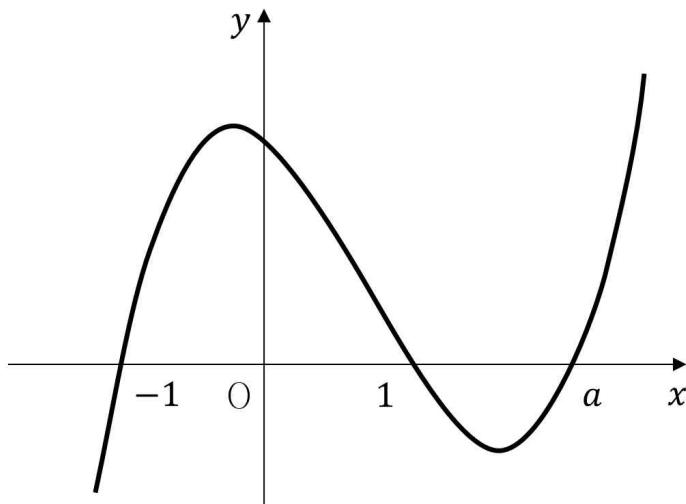
$0 \leq a \leq 1$ 일 때,  $f(x)$ 의 그래프 개형은 그림과 같다.



따라서

$$\begin{aligned}
 g(a) &= \int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^a (x^3 - ax^2 - x + a) dx - \int_a^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx \\
 &= -\frac{1}{6}a^4 + a^2 + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

(3)  $a \geq 1$  일 때,  $f(x)$  의 그래프 개형은 그림과 같다.



$$g(a) = \int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx$$

$$= \int_{-1}^1 (-ax^2 + a) dx = 2a \int_0^1 (-x^2 + 1) dx = 2a \left[ -\frac{x^3}{3} + x \right]_0^1 = \frac{4a}{3}$$

$$(4) \ g'(a) = -\frac{2}{3}a^3 + 2a = 0 \text{의 해는 } a = 0, \pm \sqrt{3} \text{ 이고,}$$

열린구간  $(0, 1)$ 에서  $g'(a) \geq 0$ 이므로  $g(a)$ 는 증가함수이다.

열린구간  $(1, 2)$ 에서  $g(a) = \frac{4}{3}a$ 이므로  $g(a)$ 는 증가함수이다.

따라서 최댓값은  $g(2) = \frac{8}{3}$ 이고 최솟값은  $g(0) = \frac{1}{2}$ 이다.

## 10. 문항카드10. 수학-5(오후)

### [한국기술교육대학교 문항정보]

#### 1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 5번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	[12확통03-05] 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해한다. [12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.
예상 소요 시간	20분 / 100분	

#### 2. 문항 및 제시문

모집단 A의 확률변수  $X$ 의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같고, 다음 조건을 만족시킨다.

$X$	1	2	3	합계
$P(X)$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	1

(단,  $p_1, p_2, p_3$ 는 상수이다.)

(가) 모집단 A에서 크기가 3인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\overline{X}$ 라고 한다.

(나)  $P(\overline{X} = 1) = \frac{1}{27}$ 이다.

(다)  $E(\overline{X}) = \frac{13}{6}$ 이다.



다음 물음에 답하시오. (20점)

- (1)  $E(2X+5)$ 의 값을 구하시오. (5점)
- (2)  $P(X=2)$ 의 값을 구하시오. (5점)
- (3)  $V(X)$ 의 값을 구하시오. (5점)
- (4)  $V(2\bar{X}+5)$ 의 값을 구하시오. (5점)

### 3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 확률과 통계에서 배우는 모집단과 표본의 평균과 분산의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

### 4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학2 번	교육과정	[확률과 통계]- (3) 통계 - 1. 확률변수와 확률분포 [확률과 통계]- (3) 통계 - 4. 정규분포
	성취기준 성취수준	[12확통03-05] 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해한다. [12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 확률과 통계	류희찬외9	천재교과서	2019	p.113
	좋은책 신사고 확률과 통계	고성은외5	신사고	2019	p.110
기타					

### 5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「확률과 통계」의 모집단과 표본의 평균과 분산에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 모집단과 표본의 평균과 분산의 관계를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

## 6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
5-1	$E(2X+5)$ 의 값 $\frac{28}{3}$ 을 구할 수 있다.	5
5-2	$p_1 = \frac{1}{3}$ 을 구할 수 있다.	2
	$P(X=2)$ 의 값 $\frac{1}{6}$ 을 구할 수 있다.	3
5-3	$V(X)$ 의 값 $\frac{29}{36}$ 를 구할 수 있다.	5
5-4	$V(2\overline{X}+5)$ 의 값 $\frac{29}{27}$ 를 구할 수 있다.	5

## 7. 예시 답안 혹은 정답

(1)  $E(X) = E(\overline{X})$ 이므로

$$\begin{aligned}
 E(2X+5) &= 2E(X) + 5 = 2E(\overline{X}) + 5 \\
 &= 2 \times \frac{13}{6} + 5 \\
 &= \frac{28}{3}
 \end{aligned}$$

(2) 확률변수  $\overline{X}$ 의 분포는 아래와 같다. (단,  $q_i (1 \leq i \leq 7)$ 는 상수이다.)

$\overline{X}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	3	합계
$P(\overline{X})$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_7$	1

주어진 표로부터

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \quad \dots\dots ①$$

$$E(X) = \frac{13}{6} \text{ 이므로}$$

$$p_1 + 2p_2 + 3p_3 = \frac{13}{6} \quad \dots\dots ②$$

$\overline{X} = 1$ 인 경우는 크기가 3인 표본을 추출했을 때 모두  $X = 1$ 인 경우이므로

$$P(\overline{X} = 1) = q_1 = (p_1)^3 = \frac{1}{27} \quad \dots\dots ③$$

위 식 ①, ②, ③을 풀면

$$p_1 = \frac{1}{3}, p_2 = \frac{1}{6}, p_3 = \frac{1}{2}$$

$$P(X = 2) = \frac{1}{6}$$

$$(3) V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= 1^2 \times \frac{1}{3} + 2^2 \times \frac{1}{6} + 3^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\{E(X)\}^2 = \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{169}{36}$$

따라서

$$V(X) = \frac{11}{2} - \frac{169}{36} = \frac{29}{36}$$

$$(4) \text{ V}(2\overline{X} + 5) = 2^2 \times \text{V}(\overline{X}) = 2^2 \times \frac{\text{V}(X)}{n} = \frac{4}{3} \text{V}(X)$$

$$= \frac{29}{27}$$