

1. 문항카드1. 수학-1(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 1번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	삼각함수가 포함된 방정식과 부등식, 합의 기호 \sum
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

$0 \leq x \leq 3\pi$ 일 때, $N(n)$ 은 방정식 $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}n\right) = \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 모든 x 의 개수이다. (단, n 은 음이 아닌 정수이다.)

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 합을 구하시오.

(단, $0 \leq x \leq 3\pi$ 이다.) (6점)

(2) $N(0) + N(1)$ 의 값을 구하시오. (6점)

(3) $\sum_{n=0}^{10} N(n)$ 의 값을 구하시오. (8점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I 에서 배우는 삼각함수가 포함된 방정식과 합의 기호 \sum 의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
	교육과정	[수학 I]- (2) 삼각함수 - 3. 삼각함수의 그래프 [수학 I]- (3) 수열 - 4. 수열의 합
수학1번	성취기준 성취수준	[12수학 I 02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. [12수학 I 03-04] \sum 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬외10	천재교과서	2018	p.91,140
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.74,146
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 삼각함수 단원의 삼각함수를 포함한 방정식과 수열 단원의 수열의 합에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 삼각함수와 수열의 합의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

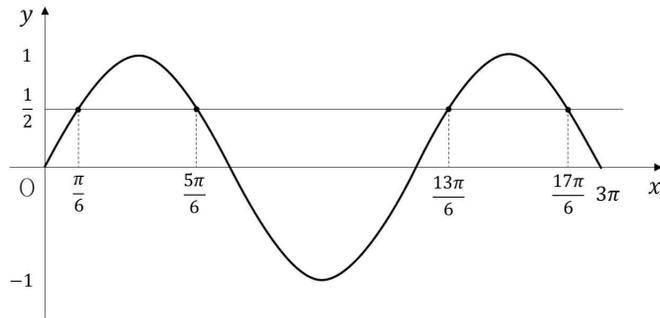
하위 문항	채점 기준	배점
1-1	방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 의 해 $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$ 를 구할 수 있다.	4
	방정식 $\sin x = \frac{1}{2}$ 의 해를 모두 더한 값 6π 를 구할 수 있다.	2
1-2	$N(1) = 3$ 을 구할 수 있다.	4
	$N(0) + N(1)$ 의 값 7 을 구할 수 있다.	2
1-3	$N(2) = 2$ 와 $N(3) = 3$ 을 구할 수 있다.	4
	$\sum_{n=0}^{10} N(n)$ 의 값 33 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 구하는 방정식의 해는 $y = \sin x$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}$ 의 교점의 x 좌표와 같

으므로 [그림 1]에 의해 $x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}, \frac{17\pi}{6}$ 이다.

따라서 $\left(\frac{1+5+13+17}{6}\right)\pi = 6\pi$ 이다.



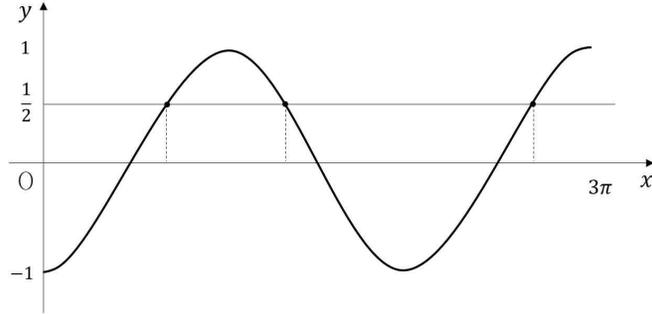
[그림 1]

(2) 문항 (1)에 의해 $N(0) = 4$ 이다.

$n = 1$ 일 때, 주어진 방정식의 해는 $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x$ 의 그래프와

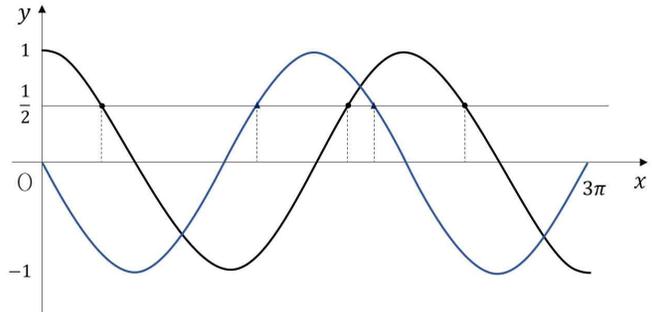
직선 $y = \frac{1}{2}$ 의 교점의 좌표와 같다.

[그림 2]에 의해 $N(1) = 3$ 이다. 따라서 $N(0) + N(1) = 7$



[그림 2] ($n = 1$)

(3) 동일한 방법으로 [그림 3]으로부터 $N(2) = 2$ 이고, $N(3) = 3$ 이다.



[그림 3] ($n = 2, n = 3$)

$\sin x$ 의 주기가 2π 이므로 다음과 같이 값이 반복된다.

$$N(0) = N(4) = N(8) = 4$$

$$N(1) = N(5) = N(9) = 3$$

$$N(2) = N(6) = N(10) = 2$$

$$N(3) = N(7) = 3$$

$$\text{따라서 } \sum_{n=0}^{10} N(n) = 3N(0) + 3N(1) + 3N(2) + 2N(3)$$

$$= 3(4 + 3 + 2) + 2 \times 3 = 33$$

1. 문항카드2. 수학-2(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

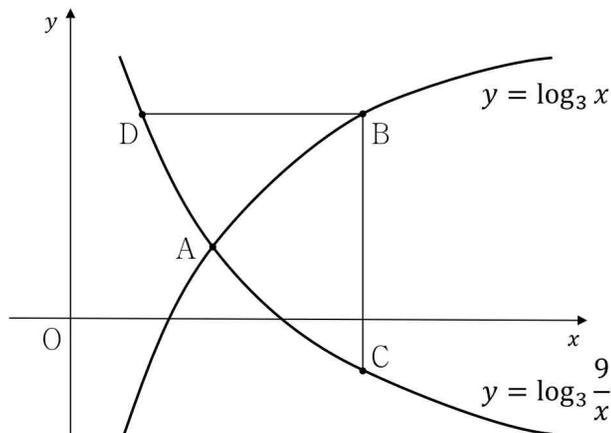
1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 2번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	로그함수의 그래프, 로그함수 활용
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

그림은 함수 $y = \log_3 x$ 와 함수 $y = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 그래프이다. 두 그래프의 교점을 A라고 하자. $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 한 점 B를 지나고 y 축에 평행한 직선이 함수 $y = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 그래프와 만나는 점을 C라고 하고, 점 B를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 그래프와 만나는 점을 D라고 하자.

(단, B의 x 좌표는 A의 x 좌표보다 크다.)



다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) 점 A의 좌표를 구하시오. (6점)

(2) 점 B의 y 좌표를 a 라고 하자. $100 < \overline{BC} < 1000$ 을 만족시키는 자연수 a 의 개수를 구하시오. (7점)

(3) 점 B의 y 좌표를 a 라고 하자. $\overline{BD} = 8$ 을 만족시키는 자연수 a 의 값을 구하시오. (7점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 배우는 로그함수의 그래프와 로그함수의 활용의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
	교육과정	[수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - 2. 지수함수와 로그함수
수학2번	성취기준 성취수준	[12수학 I 01-06] 지수함수와 로그함수의 뜻을 안다. [12수학 I 01-07] 지수함수와 로그함수의 그래프를 그릴 수 있고, 그 성질을 이해한다. [12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬외10	천재교과서	2018	p.47,53
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.45,52
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 지수함수와 로그함수 단원의 로그함수 그래프와 로그함수의 활용에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 로그함수의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	점 A의 x 좌표 3을 구할 수 있다.	3
	점 A의 좌표 (3, 1)을 구할 수 있다.	3
2-2	$\overline{BC} = 2a - 2$ 를 구할 수 있다.	4
	조건을 만족하는 a 의 개수 449개를 구할 수 있다.	3
2-3	$\overline{BD} = 3^a - 9 \times 3^{-a}$ 을 구할 수 있다.	4
	조건을 만족하는 a 의 값 2를 구할 수 있다.	3

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 점 A의 x 좌표는 방정식 $\log_3 x = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 해와 같다.

주어진 방정식을 풀면

$$x = \frac{9}{x} \quad (x > 0)$$

$$x = 3$$

또한 점 A의 y 좌표는 $\log_3 3 = 1$ 이다.

따라서 점 A의 좌표는 (3, 1)이다.

(2) 점 B의 y 좌표가 a 이므로 점 B의 x 좌표는 방정식 $a = \log_3 x$ 의 해와 같다.

주어진 방정식을 풀면

$$x = 3^a$$

점 C의 y 좌표는

$$y = \log_3 \frac{9}{3^a} = 2 - a \quad (a > 1) \text{ 이므로}$$

$$\overline{BC} = 2a - 2 \text{ 이다.}$$

주어진 문제의 조건에 의해

$$100 < 2a - 2 < 1000$$

$$51 < a < 501$$

a 는 자연수이므로 부등식을 만족하는 a 의 개수는 $500 - 52 + 1 = 449$ (개)이다.

(3) 점 D의 y 좌표가 a 이므로 점 D의 x 좌표는 방정식 $a = \log_3 \frac{9}{x}$ 의 해와 같다.

방정식을 풀면

$$\frac{9}{x} = 3^a$$

$$x = 9 \times 3^{-a}$$

점 B의 x 좌표가 3^a 이므로, $\overline{BD} = 3^a - 9 \times 3^{-a}$ 이다. 주어진 문제의 조건에 의해

$$3^a - 9 \times 3^{-a} = 8 \quad (a > 1)$$

$$(3^a)^2 - 8 \times 3^a - 9 = 0$$

$$(3^a - 9)(3^a + 1) = 0$$

$3^a + 1 \neq 0$ 이고, $3^a = 9$ 이므로 $a = 2$ 이다.

1. 문항카드3. 수학-3(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 3번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 극대와 극소, 함수의 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $(x^2 + 2x + 3)f(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극값 18을 갖는다.
 (나) $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선이 점 $(0, 2)$ 를 지난다.

다음 물음에 답하시오. (20점)

- (1) $b + c$ 의 값을 구하시오. (5점)
- (2) a 의 값을 구하시오. (5점)
- (3) 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값을 구하시오. (5점)
- (4) 닫힌구간 $[-3, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오. (5점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 배우는 함수의 극대와 극소, 다항함수의 그래프, 함수의 최댓값과 최솟값 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학3번	교육과정	[수학II]- (2) 미분 - 5. 함수의 증가와 감소, 극대와 극소 [수학II]- (2) 미분 - 6. 함수의 그래프
	성취기준	[12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
	성취수준	[12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학II	류희찬외10	천재교과서	2018	p.78,86
	미래엔 수학II	황선욱외8	미래엔	2018	p.82,90
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학II」의 함수의 극대와 극소, 함수의 그래프에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 극대와 극소, 최대와 최소의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	$b + c$ 의 값 2를 구할 수 있다.	5
3-2	a 의 값 2를 구할 수 있다.	5
3-3	극댓값 14를 구할 수 있다.	3
	극솟값 $\frac{122}{27}$ 를 구할 수 있다.	2
3-4	최댓값 39를 구할 수 있다.	3
	최솟값 $\frac{122}{27}$ 를 구할 수 있다.	2

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $g(x) = (x^2 + 2x + 3)f(x)$ 라고 하자.

조건 (가)로부터 $g'(0) = 0$ 및 $g(0) = 18$ 이다.

$g'(x) = (2x + 2)(x^3 + ax^2 + bx + c) + (x^2 + 2x + 3)(3x^2 + 2ax + b)$ 이므로

$$g(0) = 3c = 18 \quad \dots\dots ①$$

$$g'(0) = 2c + 3b = 0 \quad \dots\dots ②$$

방정식 ①과 ②를 풀면 $c = 6$, $b = -4$ 이다. 따라서 $b + c = -4 + 6 = 2$ 이다.

(2) 문항 (1)로부터 $f(x) = x^3 + ax^2 - 4x + 6$ 이다.

$$f(1) = 1 + a - 4 + 6 = a + 3 \text{ 이고,}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax - 4 \text{ 이므로}$$

$$f'(1) = 3 + 2a - 4 = 2a - 1$$

조건 (나)에 대한 직선의 방정식은

$$y - (a + 3) = (2a - 1)(x - 1)$$

이 직선이 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 - (a + 3) = (2a - 1)(0 - 1)$$

$$a = 2$$

(3) 문항 (1)과 (2)로부터 $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x + 6$ 이다.

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 4 = (3x - 2)(x + 2) = 0$$

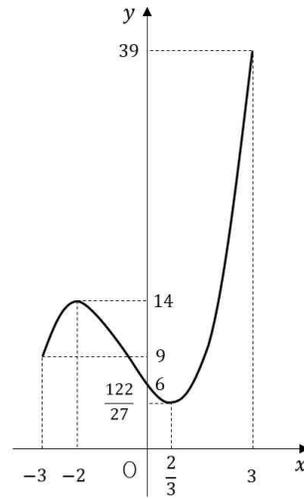
$$x = -2, \frac{2}{3}$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	$\frac{2}{3}$...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	14	↘	$\frac{122}{27}$	↗

따라서 $x = -2$ 에서 극댓값은 14, $x = \frac{2}{3}$ 에서 극솟값은 $\frac{122}{27}$ 를 갖는다.

(4) 문항 (3)으로부터 그래프의 개형을 그리면 다음과 같다.



$f(3)$ 과 $f(-3)$ 의 값을 구하면

$$f(3) = 3^3 + 2 \times 3^2 - 4 \times 3 + 6 = 27 + 18 - 12 + 6 = 39$$

$$f(-3) = (-3)^3 + 2 \times (-3)^2 - 4 \times (-3) + 6 = -27 + 18 + 12 + 6 = 9$$

따라서 최댓값은 39 이고, 최솟값은 $\frac{122}{27}$ 이다.

1. 문항카드4. 수학-4(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 4번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 그래프, 곡선과 x 축 사이의 넓이
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 위의 서로 다른 세 점

$P(1, f(1)), Q(2, f(2)),$

$R(t, f(t))$ 가 다음 조건을 만족시킨다. (단, a, b, c, t 는 상수이다.)

- (가) P 에서 접선의 기울기와 Q 에서 접선의 기울기의 합은 1이다.
- (나) P 에서 접선의 기울기와 Q 에서 접선의 기울기의 곱은 -2 이다.
- (다) $b < 10$ 이고, $c > 0$ 이다.
- (라) R 은 두 점 P, Q 를 지나는 직선 위에 있다.

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) $a + b$ 의 값을 구하시오. (6점)

(2) t 의 값을 구하시오. (7점)

(3) 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x = t, x = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 1일 때, c 의 값을 구하시오. (7점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 배우는 함수의 그래프, 곡선과 x 축 사이의 넓이의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
수학4번	교육과정	[수학II]- (2) 미분 - 6. 함수의 그래프 [수학II]- (3) 적분 - 2. 정적분의 활용
	성취기준 성취수준	[12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학II	류희찬외10	천재교과서	2018	p.86,131
	미래엔 수학II	황선욱외8	미래엔	2018	p.90,135
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학II」의 도함수의 활용으로 함수의 그래프, 정적분의 활용으로 곡선과 x 축 사이의 넓이에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 그래프 개형과 x 축 사이의 넓이의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	다음 식을 구할 수 있다. $(3 + 2a + b) + (12 + 4a + b) = 1$ $(3 + 2a + b)(12 + 4a + b) = -2$	3
	$a + b$ 의 값 -1 을 구할 수 있다.	3
4-2	점 R의 좌표는 (t, c) 임을 구할 수 있다.	3
	t 의 값 0 을 구할 수 있다.	4
4-3	식 $\int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x + c) dx = 1$ 을 구할 수 있다.	3
	c 의 값 $\frac{3}{4}$ 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ 이므로

$x = 1$ 에서 기울기는 $f'(1) = 3 + 2a + b$

$x = 2$ 에서 기울기는 $f'(2) = 12 + 4a + b$

조건 (가)와 (나)에 의해

$$(3 + 2a + b) + (12 + 4a + b) = 1 \quad \dots\dots ①$$

$$(3 + 2a + b)(12 + 4a + b) = -2 \quad \dots\dots ②$$

식 ①에서 $b = -3a - 7$ 이므로 b 를 식 ②에 대입하면

$$(-a - 4)(a + 5) = -2$$

$$a^2 + 9a + 18 = 0$$

방정식의 해는 $a = -3, -6$

$a = -3$ 이면 $b = 2$ 이고,

$a = -6$ 이면 $b = 11$ 이다.

조건 (다)에 의해 $a = -3, b = 2$

따라서 $a + b = -3 + 2 = -1$

(2) 조건 (라)에 의하여 $f(1) = f(2) = c$ 이므로 점 R의 좌표는 (t, c)

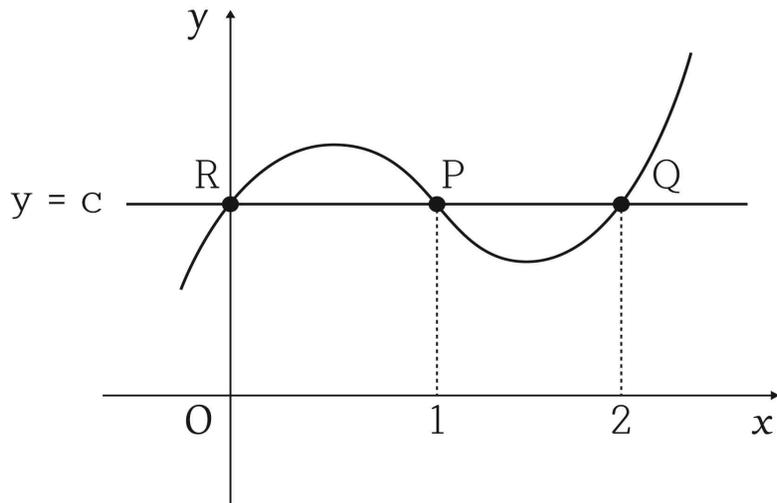
점 R (t, c) 가 $f(x)$ 에 위에 있으므로

$$c = t^3 - 3t^2 + 2t + c$$

$$t(t-1)(t-2) = 0$$

$t \neq 1, t \neq 2$ 이므로 $t = 0$ 이다.

(3) 조건 (다)에 의해 $c > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 의 그래프 개형은 다음 그림과 같다.



주어진 문제로부터

$$\int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x + c) dx = 1$$

$$\left[\frac{1}{4}x^4 - x^3 + x^2 + cx \right]_0^1 = 1$$

$$\frac{1}{4} - 1 + 1 + c = 1$$

따라서 $c = \frac{3}{4}$ 이다.

1. 문항카드5. 수학-5(오전)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 5번(오전)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	연속확률변수
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

10 ≤ a ≤ 20 인 실수 a 에 대하여 열차의 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의 차(단위: 분)를 확률변수 X 라고 할 때, X의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{a}x & (0 \leq x \leq a) \\ \frac{k}{a-40}(x-a) + k & (a \leq x \leq 40) \end{cases}$$

다음 물음에 답하시오. (단, k는 상수이다.) (20점)

- (1) k의 값을 구하시오. (5점)
- (2) 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의 차가 30분 이상일 확률을 a에 관한 식으로 나타내시오. (8점)
- (3) 도착 예정 시각과 실제 도착 시각의 차가 30분 이상일 확률이 가장 작은 a의 값과, 그 때의 확률을 구하시오. (7점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 확률과 통계에서 배우는 연속확률변수와 확률분포의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
수학5번	교육과정	[확률과 통계]- (3) 통계 - 1. 확률변수와 확률분포 [확률과 통계]- (3) 통계 - 4. 정규분포
	성취기준	[12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.
	성취수준	[12확통03-04] 정규분포의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 확률과 통계	류희찬외9	천재교과서	2019	p.80,101
	좋은책 신사고 확률과 통계	고성은외5	신사고	2019	p.79,97
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「확률과 통계」의 연속확률변수와 연속확률분포에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 확률분포의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
5-1	k 의 값 $\frac{1}{20}$ 을 구할 수 있다.	5
5-2	식 $P(X \geq 30) = \frac{1}{2} \times (40 - 30) \times \left\{ \frac{30 - a}{20(a - 40)} + \frac{1}{20} \right\}$ 을 구할 수 있다.	5
	$P(X \geq 30) = \frac{5}{80 - 2a}$ 를 구할 수 있다.	3
5-3	a 의 값 10을 구할 수 있다.	4
	확률 $\frac{1}{12}$ 을 구할 수 있다.	3

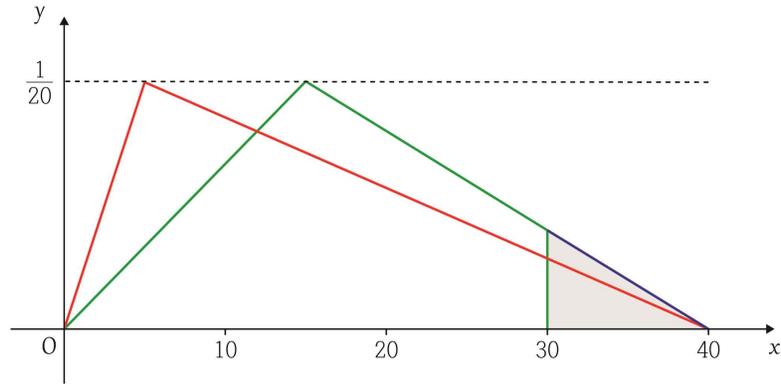
7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 함수 $f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1 이므로

$$P(0 \leq X \leq 40) = \frac{1}{2} \times 40 \times k = 1$$

$$k = \frac{1}{20}$$

(2)



$P(X \geq 30)$ 은 그림에서 색칠한 부분의 넓이이므로

$$\begin{aligned} P(X \geq 30) &= \frac{1}{2} \times (40 - 30) \times \left\{ \frac{30 - a}{20(a - 40)} + \frac{1}{20} \right\} \\ &= \frac{5}{80 - 2a} \end{aligned}$$

(3) $10 \leq a \leq 20$ 에서 $P(X \geq 30) = \frac{5}{80 - 2a}$ 은 증가하므로 $a = 10$ 일 때, 도착

예정 시각과 실제 도착 시각의 차가 30분 이상일 확률이 가장 작다.

$a = 10$ 일 때의 확률은

$$P(X \geq 30) = \frac{5}{80 - 20} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

6. 문항카드6. 수학-1(오후)

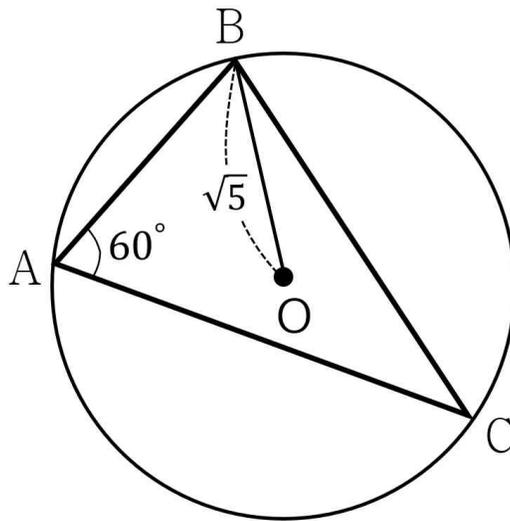
[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 1번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	사인법칙, 코사인법칙
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

그림과 같이 반지름이 $\sqrt{5}$ 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킨다.



$$(가) \angle BAC = 60^\circ$$

$$(나) \overline{AC} - \overline{AB} = 2$$

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) \overline{BC} 의 값을 구하시오. (6점)

(2) $\overline{AC} \times \overline{AB}$ 의 값을 구하시오. (7점)

(3) $(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} - \sqrt{15})^2$ 의 값을 구하시오. (7점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I에서 배우는 삼각함수 단원의 사인법칙과 코사인법칙의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
수학1번	교육과정	[수학 I] - (2) 삼각함수 - 4. 사인법칙과 코사인법칙
	성취기준 성취수준	[12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학 I	류희찬외10	천재교과서	2018	p.97
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.97,102
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」 삼각함수 단원의 사인법칙과 코사인법칙에서 다루어진 다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 삼각함수 활용의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	\overline{BC} 의 값 $\sqrt{15}$ 를 구할 수 있다.	6
1-2	$15 = b^2 + c^2 - 2bc \times \frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	3
	$\overline{AC} \times \overline{AB}$ 의 값 11을 구할 수 있다.	4
1-3	$b + c = 4\sqrt{3}$ 을 구할 수 있다.	4
	$(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} - \sqrt{15})^2$ 의 값 48을 구할 수 있다.	3

7. 예시 답안 혹은 정답

$a = \overline{BC}$, $b = \overline{AC}$, $c = \overline{AB}$ 라고 하자.

(1) $\angle A = 60^\circ$ 이고 $R = \sqrt{5}$ 이므로 사인법칙 $\frac{a}{\sin A} = 2R$

(단, R 은 외접원의 반지름이다.)에 의해

$$a = \sin A \times 2R = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{15}$$

(2) 코사인법칙 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 에 의해

$$15 = b^2 + c^2 - 2bc \times \frac{1}{2}$$

$$b^2 + c^2 - bc = 15$$

$$(b - c)^2 + bc = 15$$

$$b - c = 2 \text{이므로}$$

$$bc = 11$$

$$(3) \ b^2 + c^2 - bc = 15 \text{를 변형하면}$$

$$(b + c)^2 - 3bc = 15 \text{ 이고, } bc = 11 \text{이므로}$$

$$b + c = 4\sqrt{3}$$

따라서

$$a + b + c = 4\sqrt{3} + \sqrt{15}$$

구하는 값은

$$(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} - \sqrt{15})^2 = 48$$

7. 문항카드7. 수학-2(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 2번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 I
	핵심개념 및 용어	지수함수와 로그함수 활용
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

유해물질 100 g 이 포함된 혼합물을 여과기에 여러 번 통과시켜 정화하려 한다. 처음으로 여과기를 통과할 때에는 유해물질의 80%가 제거되고, 두 번째 통과할 때에는 60%가 제거된다. 세 번째 이후부터는 20%씩 일정한 비율로 유해물질이 제거된다고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (20점)

- (1) 2 회 통과했을 때, 혼합물에 포함된 유해물질의 양을 구하시오. (5점)
- (2) 4 회 통과했을 때, 혼합물에 포함된 유해물질의 양을 구하시오. (6점)
- (3) 유해물질 100 g 을 0.1 g 이하로 줄이기 위한 최소 통과 횟수를 구하시오.

(단, $\log 2 = 0.3010$ 으로 계산한다.) (9점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학 I 에서 배우는 지수함수와 로그함수 활용 단원에서 지수와 로그의 방정식, 부등식 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
수학2번	교육과정	[수학 I] - (1) 지수함수와 로그함수 - 2. 지수함수와 로그함수
	성취기준 성취수준	[12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재 교과서 수학 I	류희찬외10	천재 교과서	2018	p.53
	미래엔 수학 I	황선욱외8	미래엔	2018	p.49
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학 I」의 지수함수와 로그함수 단원의 지수방정식과 로그방정식에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 지수와 로그의 방정식, 부등식 개념의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	유해물질의 양 8 g 을 구할 수 있다.	5
2-2	유해물질의 양 $\frac{128}{25}$ g (또는 5.12 g) 을 구할 수 있다.	6
2-3	식 $8(1-0.2)^{n-2} = 8\left(\frac{8}{10}\right)^{n-2}$ ($n \geq 3$) 을 구할 수 있다.	5
	최소 통과 횟수 22 회를 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 1회 통과한 후 유해물질의 양은 $100 - (100 \times 0.8) = 20$ 이다.

2회 통과한 후 유해물질의 양은 다음과 같다.

$$20 - 20 \times 0.6 = 8$$

(2) 4회 통과한 후 혼합물에 포함된 유해물질의 양은 다음과 같다.

$$8(1 - 0.2)^2 = 8\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{128}{25}$$

(3) 여과기를 n 번 통과했을 때 유해물질의 양은

$$8(1 - 0.2)^{n-2} = 8\left(\frac{8}{10}\right)^{n-2} \quad (n \geq 3)$$

유해물질의 양이 0.1 g 이하가 되기 위해서는

$$8\left(\frac{8}{10}\right)^{n-2} \leq 10^{-1}$$

을 만족해야 한다. 양변에 로그를 취하면

$$3(n-1)\log 2 - (n-2) \leq -1$$

$$n(3\log 2 - 1) \leq 3\log 2 - 3$$

$$n \geq \frac{3 - 3\log 2}{1 - 3\log 2} = 21.6 \dots$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 최솟값 n 은 22 이다.

8. 문항카드8. 수학-3(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 3번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 극대와 극소, 함수의 최댓값과 최솟값
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

사차함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(단, a, b, c, d 는 상수이다.)

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.

(나) 방정식 $|f(x)| = 3$ 은 여섯 개의 서로 다른 실근을 갖는다.

(다) $f(0) = 6$ 이다.

다음 물음에 답하시오. (20점)

(1) $a + c + d$ 의 값을 구하시오. (5점)

(2) b 의 값을 구하시오. (7점)

(3) 닫힌구간 $[1, 2]$ 에서 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오. (8점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 배우는 함수의 극대와 극소, 다항함수의 그래프, 함수의 최댓값과 최솟값 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정		수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)
문항 및 제시문		학습내용 성취 기준
수학3번	교육과정	[수학II]- (2) 미분 - 5. 함수의 증가와 감소, 극대와 극소 [수학II]- (2) 미분 - 6. 함수의 그래프
	성취기준 성취수준	[12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학II	류희찬외10	천재교과서	2018	p.78,86
	미래엔 수학II	황선욱외8	미래엔	2018	p.82,90
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학II」의 함수의 극대와 극소, 함수의 그래프에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 극대와 극소, 최대와 최소의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	a 의 값 0과 c 의 값 0을 구할 수 있다.	3
	$a + c + d$ 의 값 6을 구할 수 있다.	2
3-2	$f(x) = x^4 + bx^2 + 6$ 의 극솟값 -3 을 구할 수 있다.	3
	b 의 값 -6 을 구할 수 있다.	4
3-3	최댓값 1을 구할 수 있다.	4
	최솟값 -3 을 구할 수 있다.	4

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 이므로

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + d$$

$$2ax^3 + 2cx = 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

식 ①은 x 에 관한 항등식이므로 $a = 0, c = 0$ 이다.

또한 $f(0) = 6$ 이므로 $d = 6$ 이다.

따라서 $a + c + d = 6$ 이다.

(2) 조건 (나)에 의해 함수 $f(x) = x^4 + bx^2 + 6$ 의 극솟값은 -3 이다.

$$f'(x) = 4x^3 + 2bx = x(4x^2 + 2b) = 0 \text{을 풀면}$$

$$x = 0, x = \sqrt{-\frac{b}{2}}, x = -\sqrt{-\frac{b}{2}} \quad (\text{단, } b < 0)$$

함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 나타내면 다음과 같다.

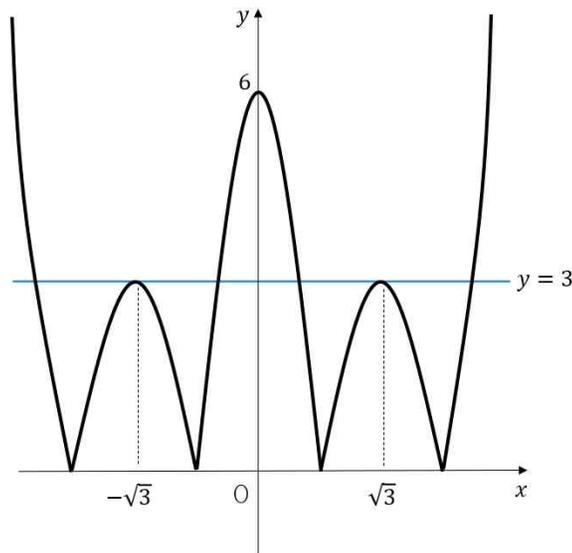
x	...	$-\sqrt{-\frac{b}{2}}$...	0	...	$\sqrt{-\frac{b}{2}}$...
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	↘	-3	↗	6	↘	-3	↗

$x^2 = -\frac{b}{2}$ 를 $f(x)$ 에 대입하면

$$\left(-\frac{b}{2}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2}\right) + 6 = -3$$

$$-\frac{b^2}{4} = -9$$

$b = \pm 6$ 이고, $b < 0$ 이므로 $b = -6$ 이다.



$y = |f(x)|$ 의 그래프

(3) 문항 (1), (2)에서 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 6$ 이고,

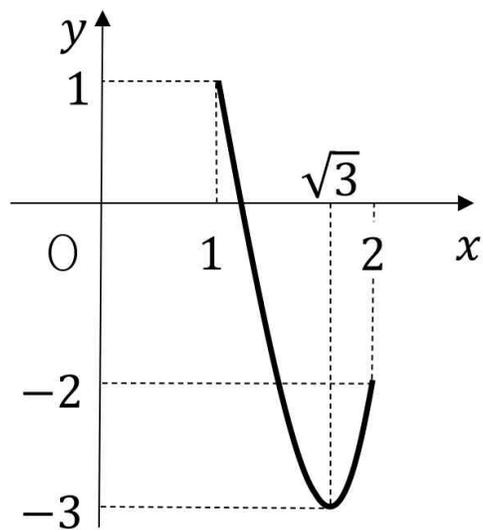
$f'(x) = 0$ 의 해는 $x = 0, x = \pm \sqrt{3}$ 이다. 또한

$$f(1) = 1 - 6 + 6 = 1$$

$$f(2) = 16 - 24 + 6 = -2$$

이므로, 닫힌구간 $[1, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 나타내면 다음과 같다.

x	1	...	$\sqrt{3}$...	2
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	1	↘	-3	↗	-2



따라서 최댓값은 1이고 최솟값은 -3이다.

9. 문항카드9. 수학-4(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 4번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학II
	핵심개념 및 용어	함수의 그래프, 곡선과 x 축 사이의 넓이
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

삼차함수 $f(x) = x^3 - ax^2 - x + a$ 일 때, $g(a) = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$ 이다. (단, a 는 실수이다.)

다음 물음에 답하시오. (20점)

- (1) $g(0)$ 의 값을 구하시오. (4점)
- (2) $0 \leq a \leq 1$ 일 때, $g(a)$ 를 구하시오. (6점)
- (3) $a \geq 1$ 일 때, $g(a)$ 를 구하시오. (6점)
- (4) 닫힌구간 $[0, 2]$ 에서 $g(a)$ 의 최댓값과 최솟값을 구하시오. (4점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 수학II에서 배우는 함수의 그래프, 곡선과 x 축 사이의 넓이의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
수학2 번	교육과정	[수학II]- (2) 미분 - 6. 함수의 그래프 [수학II]- (3) 적분 - 2. 정적분의 활용
	성취기준 성취수준	[12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 수학II	류희찬외10	천재교과서	2018	p.86,131
	미래엔 수학II	황선욱외8	미래엔	2018	p.90,135
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학II」의 도함수의 활용으로 함수의 그래프, 정적분의 활용으로 곡선과 x 축 사이의 넓이에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 다항함수의 그래프 개형과 x 축 사이의 넓이의 의미를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	$g(0)$ 의 값 $\frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	4
4-2	식 $g(a) = \int_{-1}^a (x^3 - ax^2 - x + a) dx - \int_a^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx$ 를 구할 수 있다.	3
	$g(a) = -\frac{1}{6}a^4 + a^2 + \frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	3
4-3	식 $g(a) = \int_{-1}^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx$ 를 구할 수 있다.	3
	$g(a) = \frac{4a}{3}$ 를 구할 수 있다.	3
4-4	최댓값 $\frac{8}{3}$ 을 구할 수 있다.	2
	최솟값 $\frac{1}{2}$ 을 구할 수 있다.	2

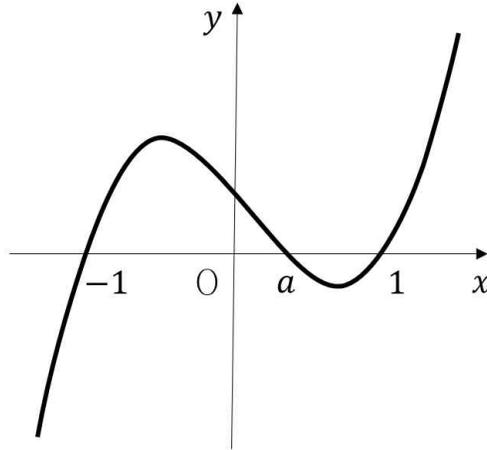
7. 예시 답안 혹은 정답

$$(1) g(0) = \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx = 2 \int_0^1 (x - x^3) dx = 2 \left[\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^1 = \frac{1}{2}$$

$$(2) f(x) = x^3 - ax^2 - x + a = x(x^2 - 1) - a(x^2 - 1) = (x^2 - 1)(x - a)$$

이다.

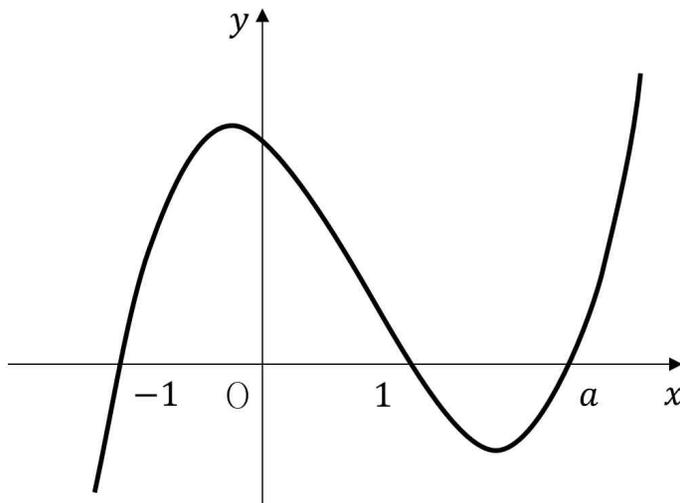
$0 \leq a \leq 1$ 일 때, $f(x)$ 의 그래프 개형은 그림과 같다.



따라서

$$\begin{aligned}
 g(a) &= \int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^a (x^3 - ax^2 - x + a) dx - \int_a^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx \\
 &= -\frac{1}{6}a^4 + a^2 + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

(3) $a \geq 1$ 일 때, $f(x)$ 의 그래프 개형은 그림과 같다.



$$g(a) = \int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 (x^3 - ax^2 - x + a) dx$$

$$= \int_{-1}^1 (-ax^2 + a) dx = 2a \int_0^1 (-x^2 + 1) dx = 2a \left[-\frac{x^3}{3} + x \right]_0^1 = \frac{4a}{3}$$

(4) $g'(a) = -\frac{2}{3}a^3 + 2a = 0$ 의 해는 $a = 0, \pm \sqrt{3}$ 이고,

열린구간 $(0, 1)$ 에서 $g'(a) \geq 0$ 이므로 $g(a)$ 는 증가함수이다.

열린구간 $(1, 2)$ 에서 $g(a) = \frac{4}{3}a$ 이므로 $g(a)$ 는 증가함수이다.

따라서 최댓값은 $g(2) = \frac{8}{3}$ 이고 최솟값은 $g(0) = \frac{1}{2}$ 이다.

10. 문항카드10. 수학-5(오후)

[한국기술교육대학교 문항정보]

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	코리아텍일반전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	공학(수학) / 5번(오후)	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	[12확통03-05] 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해한다. [12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.
예상 소요 시간	20분 / 100분	

2. 문항 및 제시문

모집단 A의 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같고, 다음 조건을 만족시킨다.

X	1	2	3	합계
$P(X)$	p_1	p_2	p_3	1

(단, p_1, p_2, p_3 는 상수이다.)

(가) 모집단 A에서 크기가 3인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} 라고 한다.

(나) $P(\bar{X} = 1) = \frac{1}{27}$ 이다.

(다) $E(\bar{X}) = \frac{13}{6}$ 이다.

다음 물음에 답하십시오. (20점)

- (1) $E(2X+5)$ 의 값을 구하십시오. (5점)
- (2) $P(X=2)$ 의 값을 구하십시오. (5점)
- (3) $V(X)$ 의 값을 구하십시오. (5점)
- (4) $V(2\bar{X}+5)$ 의 값을 구하십시오. (5점)

3. 출제 의도

고등학교 수학 교육과정 확률과 통계에서 배우는 모집단과 표본의 평균과 분산의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	수학과 교육과정(교육부 고시 제2015-74호)	
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준	
수학2 번	교육과정	[확률과 통계]- (3) 통계 - 1. 확률변수와 확률분포 [확률과 통계]- (3) 통계 - 4. 정규분포
	성취기준 성취수준	[12확통03-05] 모집단과 표본의 뜻을 알고 표본추출의 원리를 이해한다. [12확통03-06] 표본평균과 모평균의 관계를 이해하고 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	천재교과서 확률과 통계	류희찬외9	천재교과서	2019	p.113
	좋은책 신사고 확률과 통계	고성은외5	신사고	2019	p.110
기타					

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「확률과 통계」의 모집단과 표본의 평균과 분산에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 제시문을 읽고 모집단과 표본의 평균과 분산의 관계를 이해하여 적용할 수 있는지, 그리고 풀이과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
5-1	$E(2X+5)$ 의 값 $\frac{28}{3}$ 을 구할 수 있다.	5
5-2	$p_1 = \frac{1}{3}$ 을 구할 수 있다.	2
	$P(X=2)$ 의 값 $\frac{1}{6}$ 을 구할 수 있다.	3
5-3	$V(X)$ 의 값 $\frac{29}{36}$ 를 구할 수 있다.	5
5-4	$V(2\bar{X}+5)$ 의 값 $\frac{29}{27}$ 를 구할 수 있다.	5

7. 예시 답안 혹은 정답

(1) $E(X) = E(\bar{X})$ 이므로

$$\begin{aligned}
 E(2X+5) &= 2E(X) + 5 = 2E(\bar{X}) + 5 \\
 &= 2 \times \frac{13}{6} + 5 \\
 &= \frac{28}{3}
 \end{aligned}$$

(2) 확률변수 \bar{X} 의 분포는 아래와 같다. (단, $q_i (1 \leq i \leq 7)$ 는 상수이다.)

\bar{X}	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$	2	$\frac{7}{3}$	$\frac{8}{3}$	3	합계
$P(\bar{X})$	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	q_7	1

주어진 표로부터

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \quad \dots\dots ①$$

$$E(X) = \frac{13}{6} \text{ 이므로}$$

$$p_1 + 2p_2 + 3p_3 = \frac{13}{6} \quad \dots\dots ②$$

$\bar{X} = 1$ 인 경우는 크기가 3인 표본을 추출했을 때 모두 $X = 1$ 인 경우이므로

$$P(\bar{X} = 1) = q_1 = (p_1)^3 = \frac{1}{27} \quad \dots\dots ③$$

위 식 ①, ②, ③을 풀면

$$p_1 = \frac{1}{3}, p_2 = \frac{1}{6}, p_3 = \frac{1}{2}$$

$$P(X = 2) = \frac{1}{6}$$

$$(3) V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= 1^2 \times \frac{1}{3} + 2^2 \times \frac{1}{6} + 3^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{11}{2} \end{aligned}$$

$$\{E(X)\}^2 = \left(\frac{13}{6}\right)^2 = \frac{169}{36}$$

따라서

$$V(X) = \frac{11}{2} - \frac{169}{36} = \frac{29}{36}$$

$$(4) V(2\bar{X} + 5) = 2^2 \times V(\bar{X}) = 2^2 \times \frac{V(X)}{n} = \frac{4}{3}V(X)$$

$$= \frac{29}{27}$$