문항카드 12

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I (수학) / 문제 [2-1], 문제 [2-2]	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학 Ⅱ, 미적분 문제 2-2: 수학 Ⅱ, 미적분
	핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 삼차방정식, 음함수 미분 문제 2-2: 부분적분, 다항식
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(x) \geq 0$이면, 정적분 $\int_a^b f(x)\,dx$는 곡선 $y = f(x)$, 직선 $x = a$, 직선 $x = b$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타낸다.
- 각 θ_1과 θ_2에 대하여 $\sin(\theta_1 + \theta_2) = \sin\theta_1\cos\theta_2 + \cos\theta_1\sin\theta_2$가 성립한다.
- 함수 $f(x)$가 $x = a$에서 미분가능하고 극값을 가지면 $f'(a) = 0$이다.

[문제 2-1] 원점을 지나는 두 직선 l_1과 l_2는 $y = x$에 대하여 대칭이고 제1사분면에서 각 θ를 이루고 있다. 제1사분면에서 직선 l_1과 l_2와 곡선 $y = \frac{1}{x}$을 경계로 하는 영역의 넓이를 $f(\theta)$라고 할 때, $f'(\theta) = 2$를 만족하는 θ를 구하시오. **[10점]**

[문제 2-2] 닫힌구간 $[0, \pi^2 + 2\pi]$에서 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$가 최댓값을 갖게 하는 x를 구하시오. **[15점]**

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}+1}{x + 2\left(\sqrt{x+1}+1\right)\cos\left(\sqrt{x+1}-1\right)}$$

3. 출제 의도

[문제 2-1] 정적분을 이용하여 함수의 그래프와 x축 사이의 넓이를 구하는 과정을 이해하는지 평가한다. 또한 합성함수의 미분법을 적용하여 복잡한 함수를 미분하는 방법을 이해하고 있는지도 평가한다.
[문제 2-2] 도함수를 활용하여 함수의 극솟값과 극댓값을 찾고 이를 이용하여 주어진 닫힌구간에서 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 과정을 이해하는 지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	(3) 적분 2 정적분 [12수학II03-03] 정적분의 뜻을 안다. 3 정적분의 활용 [12수학II03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. (2) 미분법 2 여러 가지 미분법 [12미적02-08] 합성함수를 미분할 수 있다.
문제 2-2	(2) 미분 3 도함수의 활용 [12수학II02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [12수학II02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. (2) 미분법 1 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	김원경 외 14인	비상교육	2019	125
	수학 II	황선욱 외 8인	미래엔	2019	136
	미적분	류희찬 외 9인	천재교과서	2020	69
	미적분	박교식 외 19인	동아출판	2020	65
	수학 II	박교식 외 19인	동아출판	2020	86
	수학 II	김원경 외 14인	비상교육	2019	83

5. 문항 해설

[문제 2-1]
정적분을 이용하여 그래프로 주어진 영역의 넓이를 구하는 것은 고등학교 미적분학에서 핵심적으로 다루는 내용이다. 본 문항에서는 정적분의 기본 개념을 이해하고 실제 손으로 쉽게 그릴 수 있는 그래프 사이의 영역으로 둘러싸인 넓이를 구할 수 있는지를 평가한다. 또한 합성함수의 미분을 계산할 수 있는지도 평가한다.

[문제 2-2]
도함수를 활용하여 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 것은 함수의 미분의 중요한 응용 예이다. 본 문항에서는 함수의 극대와 극소를 찾고 주어진 구간의 경계를 비교하여 최댓값과 최솟값을 구하는 과정을 이해하고 있는지를 평가한다. 덧붙여 복잡한 함수를 간단하게 변환하는 과정을 이해하고 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	영역을 정적분으로 표현한 후 정적분 값 $-\ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\right)$를 얻으면 +5점 합성함수의 미분법을 활용하여 $\theta=\frac{\pi}{3}$를 얻으면 +5점	10
2-2	$t=\sqrt{x+1}-1$로 치환하면 +3점. 함수를 정리하여 $g(t)=t+2\cos t$에 대한 최솟값 문제로 변환하면 +3점. $g(x)$의 도함수를 구해 극소를 찾으면 +6점 정답 $x=\left(\frac{5\pi}{6}+1\right)^2-1$을 얻으면 +3점.	15

7. 예시 답안

[문제 2-1]
직선 l_1과 x축이 이루는 각을 α라고 하자. (이때, $\alpha=\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}$이다.) $y=(\tan\alpha)x$와 곡선 $y=\frac{1}{x}$이 만나는 점 $\left(\frac{1}{\sqrt{\tan\alpha}}, \sqrt{\tan\alpha}\right)$을 구한 후, 그림을 그려 $y=x$ 아래의 넓이

$$\frac{1}{2}+\int_1^{1/\sqrt{\tan\alpha}}\frac{1}{x}dx-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{\tan\alpha}}\sqrt{\tan\alpha}=-\frac{1}{2}\ln(\tan\alpha)$$

를 구한다. 따라서 영역의 전체 넓이는

$$f(\theta)=-\ln(\tan\alpha)=-\ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\right)$$

이다. 합성함수의 미분법을 이용하여 f의 도함수

$$f'(\theta) = -\frac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)}\sec^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{1}{2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)} = \frac{1}{\cos\theta}$$

계산하여 정답 $\theta = \frac{\pi}{3}$를 얻는다.

[문제 2-2]

$t = \sqrt{x+1}-1$로 치환하자. 이 때 주어진 함수의 항 중 $\sqrt{x+1}+1$는 유리화하여

$$\sqrt{x+1}+1 = \frac{x}{\sqrt{x+1}-1} = \frac{x}{t}$$

를 대입한다. 그 결과는

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}+1}{x+2(\sqrt{x+1}+1)\cos(\sqrt{x+1}-1)} = \frac{1}{t+2\cos t}$$

이다. 따라서 $g(t) = t+2\cos t$(단, $0 \le t \le \pi$)가 최솟값을 갖는 t를 찾으면 된다.

함수 $g(t)$를 미분을 하여 도함수 $g'(t) = 1-2\sin t$를 구하고 주어진 구간 내에서 도함수가 0이 되는 $t = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$를 찾는다. 그리고 사인함수의 개형을 이용하여 함수 $g(t)$가 구간 $\left(0, \frac{\pi}{6}\right)$에서 증가, 구간 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right)$에서 감소, 구간 $\left(\frac{5\pi}{6}, \pi\right)$에서 증가한다는 사실을 확인한다. 따라서 $g(t)$의 최댓값을 찾기 위해서는 주어진 구간의 왼쪽 경계 $t=0$에서의 값과 $t = \frac{5\pi}{6}$에서의 값만 조사하면 된다.

실제 $g(0) = 1$이고 $g\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$인데 이 두 값을 비교하여 $g(t)$의 최솟값은 $t = \frac{5\pi}{6}$일 때 얻을 수 있음을 확인한다. (여기서 $\frac{5\pi}{12} - \frac{\sqrt{3}}{2}$이 1보다 작다는 것을 파악하기 위해서 가장 간단하게는 $\pi \le 3.5$, $\sqrt{3} \ge 1.5$인 것만 이용해도 충분히 확인할 수 있다.) 따라서 정답은 $x = (t+1)^2 - 1 = \left(\frac{5\pi}{6}+1\right)^2 - 1$이다.

문항카드 13

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 I(수학) / 문제 [3-1], 문제 [3-2]	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 미적분 문제 3-2: 미적분
	핵심 개념 및 용어	문제 3-1: 여러 가지 정적분 문제 3-2: 음함수 미분, 합성함수 미분
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 다음이 성립한다.

$$\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\,dx$$

- 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$가 각각 u, x에 대하여 미분가능하면, 합성함수 $y=f(g(x))$도 x에 대하여 미분가능하고, 그 도함수는 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\dfrac{du}{dx}$이다.

- x의 함수 y가 음함수 $f(x,y)=0$의 꼴로 주어졌을 때, y를 x의 함수로 보고 각 항을 x에 대하여 미분한 후 $\dfrac{dy}{dx}$를 구한다.

[문제 3-1] 함수 $F(x)=\int_0^x \sin^2 t\,dt$에 대하여, 다음 정적분의 값을 구하시오. (단, 각 θ에 대하여 $\sin^2\theta=\dfrac{1-\cos 2\theta}{2}$가 성립한다.) **[10점]**

$$\int_0^{\pi}(2x-\sin(2x))e^{F(x)}\sin^2 x\,dx$$

[문제 3-2] 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표는 $(\cos t, \sin t)$이다. 여기서 t의 범위는 $0\le t\le \dfrac{\pi}{4}$이다. 제1사분면에 속한 점 Q는 곡선 $y=(x+1)(x-1)^2$ 위에 있고, 점 P와 거리를 $2\sqrt{2}$로 유지하며 연속적으로 움직인다. 점 Q가 $(2,3)$을 지날 때, 점 Q의 속도 $\left(\dfrac{dx}{dt}, \dfrac{dy}{dt}\right)$를 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

[문제 3-1]
주어진 정적분을 부분적분, 치환적분을 이용하여 계산하는 것은 중요한 개념이다. 이 문제에서는 주어진 정적분의 형태를 파악한 후, 부분적분을 두 번 사용하여 주어진 정적분 값을 구할 수 있는지와, 삼각함수의 미분과 적분을 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[문제 3-2]
주어진 상황을 수식으로 표현한 후 음함수 미분과 합성함수 미분을 이용하여 속도를 구하는 문제이다. Q에 대응하는 P를 구할 때 삼각함수가 들어간 방정식을 계산할 수 있는지도 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	(3) 적분법 1 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.
문제 3-2	(2) 미분법 2 여러 가지 함수의 미분법 [12미적02-07] 합성함수를 미분할 수 있다. [12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	권오남 외 14인	㈜교학사	2019	158
	미적분	고성은 외 5인	좋은책 신사고	2019	137
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	155
	미적분	권오남 외 14인	㈜교학사	2019	96
	미적분	고성은 외 5인	좋은책 신사고	2019	87
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	97

5. 문항 해설

[문제 3-1]
주어진 정적분을 부분적분, 치환적분을 이용하여 계산하는 것은 중요한 개념이다. 이 문제에서는 주어진 정적분의 형태를 파악한 후, 부분적분을 두 번 사용하여 주어진 정적분 값을 구할 수 있는지와, 삼각함수의 미분과 적분을 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.
[문제 3-2]

주어진 상황을 수식으로 표현한 후 음함수 미분과 합성함수 미분을 이용하여 속도를 구하는 문제이다. Q에 대응하는 P를 구할 때 삼각함수가 들어간 방정식을 계산할 수 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 3-1	● $\left[(2x-\sin 2x)e^{F(x)}\right]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}(2-2\cos 2x)e^{F(x)}dx$ 하면 +3점 ● $\sin^2 x\,dx=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x$ 이용하여 $2\pi\,e^{F(\pi)}-4e^{F(\pi)}+4$ 구하면 +3점 ● $\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx=\frac{\pi}{2}$ 계산해서 정답 $(2\pi-4)e^{\frac{\pi}{2}}+4$ 구하면 +4점	10
문제 3-2	● $x\frac{dx}{dt}-\frac{dx}{dt}\cos t+x\sin t+y\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}-\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}\sin t-y\cos t=0$을 구하면 +5점 ● Q$=(2,3)$에 대응되는 $\mathrm{P}=\left(\frac{12}{13},\frac{5}{13}\right)$를 구하면 +5점 ● $x=2$일 때 $\frac{dy}{dx}=7$ 등을 감안하여 $\frac{dx}{dt}=\frac{13}{126}$, $\frac{dy}{dt}=\frac{91}{126}$ 구하면 +5점	15

7. 예시 답안

[문제 3-1]

문제에 주어진 식 $\sin^2 x\,dx=\frac{1-\cos 2x}{2}$과 부분적분을 이용하면 적분을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}&\left[(2x-\sin 2x)e^{F(x)}\right]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}(2-2\cos 2x)e^{F(x)}dx\\&=2\pi\,e^{F(\pi)}-\int_0^{\pi}e^{F(x)}4\sin^2 x\,dx\\&=2\pi\,e^{F(\pi)}-\left[4e^{F(x)}\right]_0^{\pi}=2\pi\,e^{F(\pi)}-4e^{F(\pi)}+4\end{aligned}$$

이다. $F(\pi)=\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx=\left[\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x\right]_0^{\pi}=\frac{\pi}{2}$를 대입하여 정답 $(2\pi-4)e^{\frac{\pi}{2}}+4$을 얻는다.

[문제 3-2]

$(x-\cos t)^2+(y-\sin t)^2=8$이다. t에 대하여 음함수, 합성함수 미분하면

$$x\frac{dx}{dt}-\frac{dx}{dt}\cos t+x\sin t+y\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}-\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}\sin t-y\cos t=0 \qquad (1)$$

을 얻는다. $\frac{dy}{dx}=(x-1)^2+2(x-1)(x+1)=3x^2-2x-1$이고, $x=2$일 때 $\frac{dy}{dx}=7$이다. Q$=(2,3)$에 대응되는 P를 구하기 위하여

$$(\cos t-2)^2+(\sin t-3)^2=8$$

을 풀면 $2\cos t+3\sin t=3$이고 제곱하여 $4\cos^2 t=9(1-\sin t)^2$의 근을 구하면 $\sin t=\frac{5}{13}$, 1이다. $0\le t\le\frac{\pi}{4}$이므로 대응되는 P는 $\left(\frac{12}{13},\frac{5}{13}\right)$이다. 식 (1)에 대입하면 $\frac{dx}{dt}=\frac{13}{126}$, $\frac{dy}{dt}=\frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt}=\frac{91}{126}$이다.

문항카드 14

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I, 생명과학 II
	핵심개념 및 용어	항상성, 음성 피드백, 생명 시스템, 동물의 구조와 기능
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 항상성을 유지하기 위해 몸의 여러 기관은 신호를 주고받아 각 기관의 기능을 조절하고 적절하게 반응하는데, 이 과정에 내분비계와 신경계가 작용한다. 내분비계는 호르몬을 생성하고 분비하는 내분비샘들의 모임이고, 호르몬은 내분비샘에서 생성되고 분비되어 특정 조직이나 기관의 생리작용을 조절하는 물질이다. 내분비샘에서 생성된 호르몬은 혈액으로 분비되어 혈액을 따라 이동하다가 표적 세포에만 작용한다. 이는 표적 세포가 특정 호르몬을 인식하고 결합하는 수용체를 가지고 있어 특정 호르몬과만 반응하기 때문이다. 냉장고의 온도 조절과 같이 결과가 원인을 억제하는 조절을 음성 피드백이라고 한다. 항상성은 주로 음성 피드백에 의해 조절되며, 갑상샘에서 분비되는 티록신이 음성 피드백에 의해 분비량이 조절되는 호르몬의 대표적인 예이다. 간뇌의 시상 하부에서 갑상샘 자극 호르몬 방출 호르몬(TRH)을 분비하여 뇌하수체 전엽을 자극하면, 뇌하수체 전엽에서 갑상샘 자극 호르몬(TSH)을 분비하고, TSH는 갑상샘을 자극하여 티록신을 분비한다. 티록신은 시상 하부와 뇌하수체 전엽에 작용하여 TRH와 TSH의 분비를 억제함으로써 티록신의 농도가 계속 증가하는 것을 막는다. 호르몬 분비가 과잉되거나 결핍되면 광범위하고 다양한 증상이 나타날 수 있다. 예를 들면, 티록신 분비 이상으로 나타나는 갑상샘 기능 항진증과 갑상샘 기능 저하증이나, 생장 호르몬 분비 이상으로 나타나는 말단 비대증 등이 있다.

(나) 염색체에서 일어나는 돌연변이는 염색체 수의 이상과 염색체 구조의 이상으로 구분한다. 염색체 수의 이상은 특정 염색체의 수가 많아지거나 적어지는 경우와 염색체가 한 벌 단위로 변화하는 경우이다. 염색체 구조의 이상에는 결실, 중복, 역위, 전좌가 있다. 결실은 염색체의 일부가 떨어져 나간 경우이고, 중복은 염색체의 일부가 동일한 염색체 내에서 한 번 이상 반복되어 나타나는 경우이다. 역위는 염색체의 일부가 잘려서 반대 방향으로 다시 붙은 경우이고, 전좌는 염색체의 일부가 잘려서 상동이 아닌 다른 염색체로 자리를 옮긴 경우이다. 사람에게서 이러한 염색체 구조의 이상이 발생하면 여러 종류의 질병을 유발할 수 있다. 이러한 질병은 핵형 분석을 통해 체세포에 들어 있는 염색체의 수, 모양, 크기를 확인하여 진단할 수 있다.

(다) 지구에 사는 수많은 생물은 모습과 크기가 서로 다르지만 모두 세포로 구성되어 있

다. 세포는 생명체를 이루는 기본 단위이며, 세포에서는 생명체가 살아가는 데 필요한 여러 생명 활동이 일어난다. 따라서 세포는 생물을 구성하는 구조적 단위이면서 생명 활동이 일어나는 기능적 단위이다. 세포는 세포의 형태를 유지하고 세포와 세포 외부 환경 사이에서 물질의 출입을 조절하는 세포막으로 둘러싸여 있다. 세포막 안쪽에 있는 여러 가지 세포 소기관들은 유전 정보의 저장, 에너지 대사, 물질의 합성과 분해 및 수송, 세포 모양의 지지 등의 역할을 하며 서로 유기적인 관계를 이룬다. 세포 소기관의 종류에는 핵, 리보솜, 골지체, 소포체, 미토콘드리아, 엽록체, 리소좀, 액포 등이 있다.

(라) 세포 분획법은 특정한 세포 소기관의 구조나 기능을 연구하기 위해 그 세포 소기관을 크기와 밀도에 따라 단계적으로 분리하는 방법이다. 세포를 균질기로 부수어 얻은 세포 혼합물을 원심 분리기에 넣고 속도와 시간을 다르게 하여 회전시키면 세포 소기관이 크기와 밀도에 따라 분리된다. 느린 속도에서는 비교적 크고 무거운 세포 소기관이 포함된 침전물이 형성되고, 속도를 증가시키면 상대적으로 작고 가벼운 세포 소기관이 포함된 침전물이 가라앉아 분리된다.

[문제 4-1] 갑상샘 기능을 알아보기 위해 진단 검사를 다음과 같이 진행하였다.

[검사 과정]

Ⅰ. 철수, 민수, 선우 세 사람의 혈액을 3시간 간격으로 각각 채취하여 혈중 TSH의 농도를 측정하고 검사 결과에 나타내었다. 단, 혈중 TSH 농도의 정상 범위는 40 ~ 45 mg/mL 이다.

Ⅱ. 채취한 혈액에서 백혈구를 분리하고, 세포 속에 들어 있는 염색체의 핵형을 분석하여 염색체 수를 검사 결과에 나타내었다.

Ⅲ. 채취한 혈액에서 분리한 백혈구의 핵에서 DNA를 모두 추출하고, 그 양의 차이를 검사 결과에 나타내었다.

Ⅳ. 갑상샘에 있는 TSH 표적 세포의 TSH 수용체 발현량을 단백질량 분석기를 이용하여 측정하고, 그 값을 검사 결과에 나타내었다.

Ⅴ. 뇌와 갑상샘의 방사선 영상 촬영을 통해 기관의 상태를 확인하였다.

[검사 결과]

구분	혈중 TSH 농도(mg/mL)				염색체 수	DNA 양 (상댓값)	TSH 수용체 (상댓값)	뇌하수체 상태	갑상샘 상태
	1차 측정	2차 측정	3차 측정	4차 측정					
철수	54	62	49	58	46	1.00	0.92	비대	비대
민수	12	8	6	11	46	1.13	2.25	축소	정상
선우	41	42	42	41	46	1.00	1.00	정상	정상

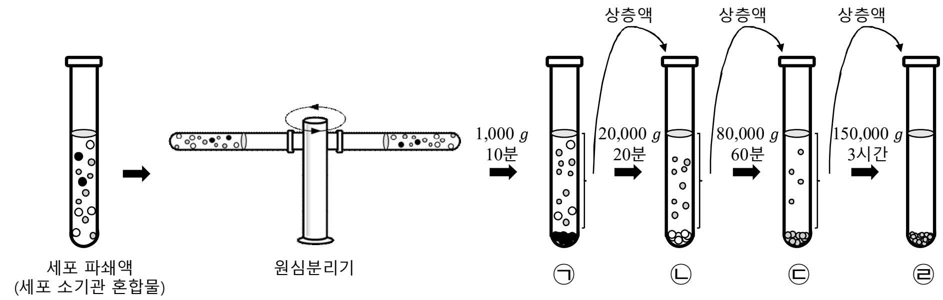
[4-1] 철수, 민수, 선우 세 사람의 검사 결과를 분석하여 갑상샘 기능 항진증이 의심되는 사람을 고르고, 그 이유를 논리적으로 설명하시오. 또한 갑상샘 기능 항진증 환자의 질병 원인을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [15점]

[문제 4-2] 신약 물질 선별을 위해 다음과 같은 실험을 하고 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

Ⅰ. 신약 물질 A, B, C, D, E를 형광 표지하여 각각의 동물 세포에 처리한 후 세포를 배양하였다.
Ⅱ. 아래 그림과 같이 신약 물질이 처리된 세포의 소기관들을 세포 분획법을 이용하여 단계적으로 분리하였다. 침전물 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣에는 각각 리보솜, 미토콘드리아, 세포막과 내부막 조각, 핵 중 하나가 있다.
Ⅲ. 침전물을 형광 측정하여 아래 <표 1>에 나타내었다.
Ⅳ. 침전물을 분석하여 아래 <표 2>에 나타내었다.

<그림> 세포 분획법에 의한 세포 소기관 분리 실험



1,000 g는 중력 가속도(g)의 1,000배를 뜻한다.

[실험 결과]

<표 1> 세포 분획 침전물의 형광 세기

(측정값)

침전물	신약 물질 처리 전	신약 물질 처리 후				
		A 처리군	B 처리군	C 처리군	D 처리군	E 처리군
㉠	0	9.2	0	0	7.2	0
㉡	0	5.6	0	0	0	6.1
㉢	0	0	0	4.3	0	0
㉣	0	0	5.9	0	0	0

<표 2> 세포 분획 침전물 분석 내용

분석 내용	침전물
산소 소비량이 가장 많다.	①
DNA 중합 효소가 검출된다.	②
침전 성분 중 RNA의 비율이 상대적으로 높다.	③

[4-2] 위의 실험 결과를 종합적으로 해석하여 신약 물질 A, B, C, D, E가 결합하는 세포 소기관을 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 설명하시오. 또한, <표 2>의 ①, ②, ③에 해당하는 침전물의 기호를 <표 1>에서 찾아 각각 쓰고, 그 이유를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. [15점]

3. 출제 의도

[생명과학 문제 4-1]

우리 몸은 항상성을 유지하기 위해 호르몬의 분비와 표적 세포에서의 호르몬에 대한 반응성이 일정하고 조절되어야 한다. 이와 같은 호르몬에 의한 생리 현상이 정교하게 조절되지 않았을 경우 질병이 걸리기도 한다. [문제 4-1]은 갑상샘의 기능을 검사하는 과정을 제시문을 통해 이해하고, 검사 결과를 해석하여 질병과의 연계성을 추론하는 내용이다. 제시문 (가)로부터 갑상샘 호르몬인 티록신의 분비 과정을 이해하고, 음성피드백 작용의 원리를 이용하여 질병이 있는 환자를 찾아내는 문제이다. 또한 검사 결과의 염색체 분석 및 DNA 양 변화로부터 질병의 원인을 찾아내고 기관의 상태와 TSH 수용체의 관계를 통합적으로 분석하여, 이를 제시문에 근거하여 논리적으로 추론할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 본 문제를 통해 다양한 해석 내용을 제시하는 검사 결과를 활용하여 하나의 생명 현상을 통합적으로 이해할 수 있는지 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

[생명과학 문제 4-2]

지구에 사는 수많은 생물은 모습과 크기가 서로 다르지만 모두 세포로 구성되어 있다. 세포는 생명체를 이루는 기본 단위이며, 세포에서는 생명체가 살아가는 데 필요한 여러 생명 활동이 일어난다. 따라서 세포는 생물을 구성하는 구조적 단위이면서 생명 활동이 일어나는 기능적 단위이다. 여러 가지 세포 소기관들은 유전 정보의 저장, 에너지 대사, 물질의 합성과 분해 및 수송, 세포 모양의 지지 등의 역할을 하며 서로 유기적인 관계를 이룬다. 세포 소기관의 종류에는 핵, 리보솜, 골지체, 소포체, 미토콘드리아, 엽록체, 리소좀, 액포 등이 있다. 세포 분획법은 특정한 세포 소기관의 구조나 기능을 연구하기 위해 그 세포 소기관을 크기와 밀도에 따라 단계적으로 분리하는 방법으로 느린 속도에서는 비교적 크고 무거운 세포 소기관이 포함된 침전물이 형성되고, 속도를 증가 시키면 상대적으로 작고 가벼운 세포 소기관이 포함된 침전물이 가라앉아 분리된다. 세포 소기관들의 기능과 구조, 그리고 각 소기관들이 기능적으로 유기적인 관계를 이루고 있음을 이해하고, 이들 간의 관계성을 설명할 수 있는지와 원핵세포와 진핵세포의 유전체 구성과 유전자 구조를 이해하고 차이를 비교할 수 있는지, 그리고 DNA 복제 과정을 종합적으로 이해하고 있는지를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	생명과학 Ⅰ Ⅲ. 항상성과 몸의 조절 4) 호르몬과 항상성 조절: [12생과Ⅰ03-04] 세포가 생명활동을 하는데 필요한 물질 및 에너지의 출입과 관련하여 우리 몸의 각 기관계의 작용을 통합적으로 이해한다.
	(나)	생명과학 Ⅰ Ⅳ. 유전 3) 사람의 유전 4) 염색체 이상과 유전자 이상 [12생과Ⅰ04-04] 생물의 형질은 유전 원리에 의해 자손에게 전달됨을 이해하고, 유전자에 저장된 정보가 발현되어 나타남을 종합적으로 이해한다.
	(다)	생명과학 Ⅱ (2) 세포의 특성

		[12생과 Ⅱ 02-03] 원핵세포와 진핵세포의 차이점을 비교할 수 있다.
	(라)	생명과학 Ⅱ (2) 세포의 특성 [12생과 Ⅱ 02-04] 세포 소기관들이 기능적으로 유기적인 관계를 이루고 있음을 이해하고, 이들 간의 관계성을 설명할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	생명과학 Ⅰ Ⅲ. 항상성과 몸의 조절 4) 호르몬과 항상성 조절: [12생과 Ⅰ 03-04] 세포가 생명활동을 하는데 필요한 물질 및 에너지의 출입과 관련하여 우리 몸의 각 기관계의 작용을 통합적으로 이해한다.
	문제 4-2	생명과학 Ⅱ (2) 세포의 특성 [12생과 Ⅱ 02-03] 원핵세포와 진핵세포의 차이점을 비교할 수 있다. [12생과 Ⅱ 02-04] 세포 소기관들이 기능적으로 유기적인 관계를 이루고 있음을 이해하고, 이들 간의 관계성을 설명할 수 있다. (4) 유전자의 발현과 조절 [12생과 Ⅱ 04-01] 원핵세포와 진핵세포의 유전체 구성과 유전자 구조를 이해하고 차이를 비교할 수 있다. [12생과 Ⅱ 04-02] 반보존적 DNA 복제 과정을 이해하고, 모형을 이용하여 DNA 복제 과정을 모의실험 할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 Ⅰ	이준규 외	천재교육	2018	87-93, 134-151
	생명과학 Ⅰ	김윤택 외	동아출판	2018	78-90, 134-154
	생명과학 Ⅰ	권혁빈 외	교학사	2018	86-95, 142-153
	생명과학 Ⅰ	전상학 외	지학사	2018	82-91, 134-147
	생명과학 Ⅱ	심규철 외	비상	2018	30 ~ 42, 78 ~ 79, 127 ~ 129
	생명과학 Ⅱ	전상학 외	지학사	2018	34 ~ 42, 72 ~ 75, 120 ~ 123
	생명과학 Ⅱ	권혁빈 외	교학사	2018	38 ~ 44 71 ~ 72, 116 ~ 120
	생명과학 Ⅱ	이준규 외	천재교육	2018	34 ~ 42, 70 ~ 75, 121 ~ 123

5. 문항 해설

[생명과학 문제 4-1]

혈중 TSH 농도 검사 결과를 확인하면 선우는 정상 범위에서 측정되었음을 알 수 있고, 민수는 이보다 낮게, 철수는 높게 측정되었다. 갑상샘 기능 항진증이 있는 사람은 갑상샘에서 분비되는 티록신의 양이 매우 증가된 상태이기 때문에 이에 대한 반응을 감소시키기 위하여 티록신에 대한 음성 피드백이 강하게 작용할 것이다. 따라서 음성 피드백 작용에 의해 다량의 티록신이 티록신을 분비하도록 촉진하는 TSH의 분비를 감소시켜 혈중 TSH 농도는 감소되어 있을 것이다. 따라서, 4차례 혈중 TSH 농도 측정에서 모두 TSH의 농도가 낮은 민수가 갑상샘 기능 항진증 환자임을 제시문 (가)와 검사 결과를 통해서 알 수 있다. 또한 민수에서 갑상샘 기능 항진증이 발생한 원인을 찾기 위하여 추가 진단 검사를 진행하였는데, 민수의 세포에서 염색체 수는 이상이 없음을 결과를 통해 알 수 있고, 하지만 전체 DNA 양이 정상인 선우에 비해 증가되어 있음을 확인할 수 있다. 제시문 (나)에 의해 염색체 수의 변화 없이 염색체 구조의 이상으로 DNA 양이 증가 할 수 있는 경우는 중복이 일어난 경우이다. 민수는 TSH 수용체의 단백질 발현량이 정상보다 증가한 것으로 보아 갑상샘이 정상으로 보임에도 불구하고, TSH 수용체의 발현량이 증가하여 TSH 호르몬에 대한 반응성이 커져 티록신 분비가 늘어났을 것으로 추론할 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

지구에 사는 수많은 생물은 모습과 크기가 서로 다르지만 모두 세포로 구성되어 있다. 세포는 생명체를 이루는 기본 단위이며, 세포에서는 생명체가 살아가는 데 필요한 여러 생명 활동이 일어난다. 따라서 세포는 생물을 구성하는 구조적 단위이면서 생명 활동이 일어나는 기능적 단위이다. 진핵세포는 세포의 형태를 유지하고 세포와 세포 외부 환경 사이에서 물질의 출입을 조절하는 세포막으로 둘러싸여 있다. 세포막 안쪽에 있는 여러 가지 세포 소기관들은 유전 정보의 저장, 에너지 대사, 물질의 합성과 분해 및 수송, 세포 모양의 지지 등의 역할을 하며 서로 유기적인 관계를 이룬다. 세포 소기관의 종류에는 핵, 리보솜, 골지체, 소포체, 미토콘드리아, 엽록체, 리소좀, 액포 등이 있다. 세포 분획법은 특정한 세포 소기관의 구조나 기능을 연구하기 위해 그 세포 소기관을 크기와 밀도에 따라 단계적으로 분리하는 방법이다. 세포를 균질기로 부수어 얻은 세포 혼합물을 원심 분리기에 넣고 속도와 시간을 다르게 하여 회전시키면 세포 소기관이 크기와 밀도에 따라 분리된다. 느린 속도에서는 비교적 크고 무거운 세포 소기관이 포함된 침전물이 형성되고, 속도를 증가 시키면 상대적으로 작고 가벼운 세포 소기관이 포함된 침전물이 가라앉아 분리된다. 따라서 세포 소기관의 구조와 기능 분석을 위한 실험 방법을 이행하고 있는지와 세포와 세포 소기관의 구조와 기능을 이해하고, 각 소기관들이 기능적으로 유기적인 관계를 이루고 있음을 이해하는지를 종합적으로 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	갑상선 항진증 환자가 민수임을 논리적으로 찾아내었으면	2점
	민수가 환자임을 호르몬 분비의 음성 피드백 현상으로 설명하면	5점
	염색체수는 문제가 없고, DNA 양의 결과를 이용하여 질병 발생 원인이 염색체 중복에 의해 일어났음을 설명하면	3점
	갑상샘 기관의 크기는 정상이지만 TSH 단백질 발현량이 증가하여, TSH에 대한 반응성이 증가하였고, 결국 티록신 분비가 증가하여 감상샘 기능 항진증이 생겼음을 논리적으로 설명하면	5점
문제 4-2	문제를 풀기 위해서 분리된 침전물 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣을 설명하면	4점

	신약 물질 A, B, C, D, E가 결합하는 소기관을 정확히 설명하면	5점
	세포 분획 침전물 분석을 통해 침전물 기호를 맞게 구하고 설명하면	6점

7. 예시 답안

[생명과학 문제 4-1]

▶ 혈중 TSH 농도 검사 결과에서 선우는 정상 범위에서 측정되었고, 민수는 낮게, 철수는 높게 측정되었다. 갑상샘 기능 항진증이 있는 사람은 갑상샘에서 분비되는 티록신의 양이 많고, 음성 피드백 작용 때문에 티록신을 분비하도록 촉진하는 TSH의 혈중 농도는 감소되어 있을 것이다. 4차례 측정에서 모두 TSH의 농도가 낮은 민수가 갑상샘 기능 항진증 환자임을 제시문 (가)와 검사 결과를 통해서 알 수 있다.

▶ 민수의 질병이 발생한 원인은 염색체 수는 이상이 없음을 알 수 있고, DNA 양이 정상인 선우에 비해 많음을 확인할 수 있다. 염색체 수의 변화 없이 염색체 구조의 이상으로 DNA 양이 증가 할 수 있는 경우는 중복이 일어난 경우이다. 민수는 TSH 수용체의 단백질 발현량이 정상보다 증가한 것으로 보아 갑상샘이 정상으로 보임에도 불구하고, TSH 수용체의 발현량이 증가하여 TSH 호르몬에 대한 반응성이 커져 티록신 분비가 늘어났을 것으로 추론할 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

▶ 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 설명하면, 세포 분획법으로 분리된 침전물 ㉠은 핵, ㉡은 미토콘드리아, ㉢은 세포막과 내부막 조각, ㉣은 리보솜을 포함한다. 따라서 <표 1>에서 관찰된 것처럼 신약 물질 A는 핵과 미토콘드리아, 신약 물질 B는 리보솜, 신약 물질 C는 세포막 조각, 신약 물질 D는 핵, 신약 물질 E는 미토콘드리아에 특이적으로 결합한다.

▶ 세포 분획 침전물 분석 결과 산소 소비량이 가장 많은 침전물 ①은 세포 호흡을 통해 ATP를 합성하는 미토콘드리아가 포함된 침전물 ㉡이고, DNA 중합 효소가 검출된 침전물 ②는 DNA 복제를 하는 핵과 미토콘드리아가 포함된 침전물 ㉠과 ㉡이며, 침전 성분 중 RNA가 상대적으로 많은 침전물 ③은 rRNA로 이루어지고, tRNA와 mRNA에 결합하는 리보솜이 포함된 침전물 ㉣이다.

문항카드 15

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I (물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	역학적 에너지 보존, 힘의 합성과 분해, 구심력
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 운동하는 물체가 가진 에너지를 운동 에너지라고 하며 질량이 m, 속력이 v 인 물체의 운동 에너지 E_k 는 다음과 같다.

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

퍼텐셜 에너지에는 중력 퍼텐셜 에너지와 탄성력 퍼텐셜 에너지가 있다. 물체의 질량이 m, 들어 올린 높이를 h, 중력 가속도를 g 라고 할 때 중력 퍼텐셜 에너지 E_p 는

$$E_p = mgh$$

로 나타낼 수 있다. 용수철 상수가 k, 용수철이 늘어나거나 줄어든 길이가 x 일 때 탄성 퍼텐셜 에너지 E_p 는 다음과 같다.

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

퍼텐셜 에너지와 운동 에너지의 합을 역학적 에너지라고 하며, 퍼텐셜 에너지와 운동 에너지가 서로 변환되지만 그 합이 일정하게 보존되는 것을 역학적 에너지 보존 법칙이라고 한다.

$$E = E_p + E_k = \text{일정}$$

(나) 물체에 작용하는 모든 힘의 합력을 알짜힘이라고 한다. 알짜힘의 크기를 구할 때는 힘의 크기뿐만 아니라 방향도 고려하여야 한다. 알짜힘이 0 인 상태를 힘의 평형 상태라고 한다.

(다) 벡터는 필요에 따라 성분별로 분해할 수 있다. 벡터 분해는 직각 좌표를 이용하여 벡터의 수직 성분과 수평 성분으로 나누어 분해한다. 크기가 $|\overrightarrow{C}|$ 이고 x 축과 이루는 각도가 θ 인 벡터 $\overrightarrow{C}$ 를 분해하면, 수평 성분은 $C_x = |\overrightarrow{C}|\cos\theta$ 이고 수직 성분은 $C_y = |\overrightarrow{C}|\sin\theta$ 이다.

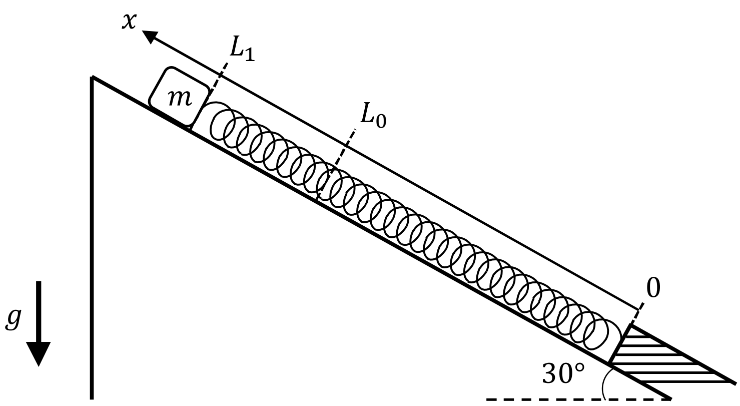
(라) 물체가 한 점을 중심으로 일정한 거리를 유지하며 원 주위를 일정한 속력으로 도는 운동을 등속 원운동이라고 한다. 물체가 원운동을 할 때 단위 시간동안 회전한 각도를 각속도 ω 라고 하며 반지름이 r 인 원둘레를 따라 원운동을 하는 물체의 속력 v 와 각속도의 관계는 다음과 같다.

$$v = r\omega$$

원운동을 하고 있는 물체는 원의 중심 쪽으로 힘을 받고 있고 이 힘을 구심력이라고 부른다. 구심력 F 는 다음과 같다.

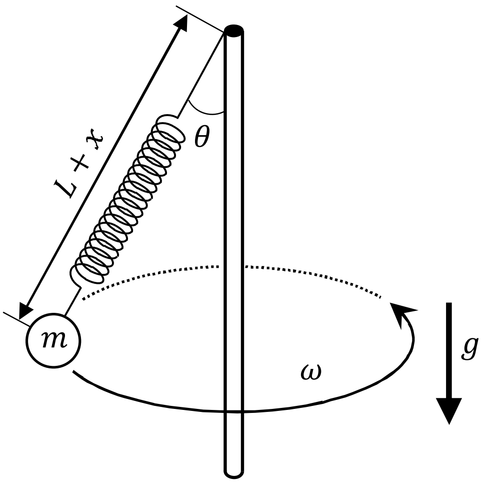
$$F = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2$$

[문제 4-1] 질량이 m 인 물체가 다음 그림과 같이 각도가 30° 인 경사면 위에서 용수철 상수가 k 인 용수철과 연결되어 직선 운동을 하고 있다. 물체가 정지한 평형 상태에서 용수철의 길이는 L_0 이다. 경사면과 나란한 x 축 방향으로 물체를 잡아당겨 용수철의 길이가 L_1 이 되도록 한 후 가만히 놓았을 때, 물체의 최대 속력을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 중력 가속도는 g이고 마찰력과 용수철의 무게는 무시하며, 필요시 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$과 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$을 이용하시오.) **[15점]**



[문제 4-2] 다음 그림과 같이 지면에 수직한 기둥 끝에 용수철로 연결된 물체가 기둥과 일정한 각도 θ 를 유지하며 각속도가 ω 인 등속 원운동을 하고 있다. 물체의 질량이 m 이고 용수철 상수는 k이며 물체가 없을 때 용수철의 길이는 L이다. 제시문 (나), (다), (라)에 근거하여 용수철이 늘어난 길이 x 를 ω 의 식으로 표현하시오. 그리고 $m = 0.1\,\mathrm{kg}$, $k = 20\,\mathrm{N/m}$,

$L = 0.5\,\mathrm{m}$일 때 $\cos\theta$를 ω의 식으로 나타내고, 이를 이용하여 이러한 운동이 가능한 각속도 $\omega(\mathrm{rad/s})$의 범위를 논리적으로 설명하시오. (단, $\theta > 0$이고 중력 가속도는 $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$이며, 용수철의 무게와 기둥의 두께, 물체의 크기는 무시한다.) **[15점]**



3. 출제 의도

역학은 고등학교 물리 I 역학과 에너지 단원, 고등학교 물리 II 역학적 상호작용 단원에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 용수철이 들어간 물리적 상황에서 벡터 합성과 분해를 이용한 알짜힘의 계산과 힘의 평형을 이해하고, 역학적 에너지 보존 법칙을 이용하여 물체의 운동을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

물체의 운동과 에너지를 이해함으로써 역학의 기초 개념을 확인하는 문제이다. 탄성 퍼텐셜 에너지가 최소가 되는 지점은 용수철의 길이가 압축되지 않은 상태일 때이고, 중력 퍼텐셜 에너지가 최소가 되는 지점은 용수철의 길이가 최소가 되는 지점임을 이해하여야 한다. 또한, 힘의 평형을 이루는 지점에서 탄성 퍼텐셜 에너지와 중력 퍼텐셜 에너지의 합이 최소가 됨을 논리적으로 이해하여야 한다. 역학적 에너지가 보존되는 물체의 운동에서 중력 퍼텐셜 에너지, 탄성 퍼텐셜 에너지, 운동에너지의 변환과 물체의 속도 변화를 기술할 수 있어야 한다. 본 문항 평가에서는 힘의 합성, 힘의 평형, 역학적 에너지 보존 법칙을 이해하고 이를 바탕으로 물체의 운동을 분석하는 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

[문제 4-2]

평면상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구하고 힘의 평형상태를 구하는 문제이다. 문제에서 물체가 등속 원운동 하기 위한 구심력은 탄성력과 중력의 합력으로 나타내어지며, 성분별 알짜힘의 평형식을 통해 용수철이 늘어난 길이 x와 각도 θ를 구하는 문제이다. 물리적으로 가능한 운동으로부터 x와 θ의 범위를 구하고 이로부터 각속도의 최댓값과 최솟값을 정량적으로 구하는 문제이다. 본 문항 평가에서는 평면상에서 힘의 합성과 분해를 물리량 사이의 관계식을 이해하고 그 식으로부터 물리적 운동을 분석하는 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	[12물리 Ⅰ 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	(나)	[12물리 Ⅰ 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
	(다)	[12물리 Ⅱ 01-01] 평면상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	(라)	[12물리 Ⅱ 01-05] 구심력을 이용하여 등속 원운동을 설명할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	[12물리 Ⅰ 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리 Ⅰ 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	문제 4-2	[12물리 Ⅱ 01-01] 평면상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다. [12물리 Ⅱ 01-05] 구심력을 이용하여 등속 원운동을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 Ⅰ	강남화 외	천재교육	2018	46-47
	물리학 Ⅰ	송진웅 외	동아출판	2018	42
	물리학 Ⅰ	김성원 외	지학사	2019	19
	물리학 Ⅱ	김성진 외	미래엔	2018	23, 35
	물리학 Ⅱ	김영민 외	교학사	2018	16
	물리학 Ⅱ	김성원 외	지학사	2018	40-42

5. 문항 해설

[문제 4-1] 경사면 위에 올라가 있는 물체가 용수철에 연결되어 있을 때 퍼텐셜 에너지는 중력 퍼텐셜 에너지와 탄성 퍼텐셜 에너지의 합으로 나타내진다. 중력 퍼텐셜 에너지의 경우 용수철이 짧을수록, 탄성 퍼텐셜 에너지의 경우 용수철의 늘어나거나 줄어든 길이가 짧을수록 퍼텐셜 에너지가 작아진다. 힘이 평형을 이루는 점에서 가속도가 0이 되어 총 퍼텐셜 에너지가 최소가 되고, 운동에너지가 최대가 되어 물체가 최대 속도를 가짐을 보이는 문제이다. 퍼텐셜 에너지의 개념과 힘의 평형을 이용하여 역학적 에너지가 보존되는 물리 시스템에서 물체의 운동을 분석하는 논리적 사고력을 측정하는 문항이다.

[문제 4-2] 물체가 등속 원운동을 할 때 제시문(라)에 따라 원운동의 중심 방향으로 구심력이

작용하여야 한다. 물체가 용수철에 매달려 등속 원운동을 할 경우, 그 구심력은 중력과 탄성력의 합력으로 주어진다. 탄성력의 크기는 용수철의 늘어난 길이에 비례하고, 늘어난 길이는 다시 원운동의 반지름을 키워 더 큰 구심력이 필요하게 된다. 본 문항에서는 힘의 분해와 합성을 통해 성분별로 힘이 평형을 이루는 물리 개념을 이해하고, 용수철의 늘어난 길이와 용수철이 이루는 각도를 각속도의 함수로 정량적으로 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다. 또한, 문제에서 주어진 상황에서 물리적으로 가능한 운동은 0도에서 90도 사이에서 일어남을 이해하고, 이로부터 각속도의 최솟값과 최댓값을 정량적으로 구하여 물체의 운동을 분석하는 논리적 사고력을 측정하는 문항이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	- 힘의 평형을 이용해 속도가 최대가 되는 조건을 바르게 제시한다.	+5점
	- 처음 조건으로부터 보존되는 역학적 에너지를 바르게 구한다.	+3점
	- 평형점에서의 역학적 에너지 보존법칙을 바르게 사용한다.	+3점
	- 최종 답안의 식을 바르게 구하였다.	+4점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	
문제 4-2	- 중력, 탄성력의 크기와 방향을 바르게 구하였다.	+2점
	- 구심력의 크기와 방향을 바르게 구하였다.	+2점
	- 벡터 분해로부터 힘의 평형을 바르게 제시하였다.	+2점
	- 늘어난 길이 x를 m, k, ω, L의 함수로 바르게 나타내었다.	+3점
	- $\cos(\theta)$를 ω 의 함수로 바르게 구하였다.	+2점
	- 운동이 가능한 각속도의 최댓값과 최솟값을 바르게 구하였다.	+4점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	

7. 예시 답안

[문제 4-1 예시답안]

▶ 용수철 길이가 L_0 일 때, 탄성력과 중력이 힘의 평형상태를 이루고 물체의 가속도가 0 이 되어 물체는 최대 속도를 가진다.

▶ 물체가 평형상태에 있을 때, 알짜힘이 0 인 조건으로부터 용수철이 원래 길이에서 줄어든 길이 ℓ 은 다음과 같다.

$$k\ell = mg\sin 30^\circ \quad \rightarrow \quad \ell = mg/2k$$

▶ 용수철의 바닥지점 $x=0$ 을 중력 퍼텐셜 에너지의 기준점이라고 할 때, 용수철 길이가 L_1 일 때의 역학적 에너지는 다음과 같다.

$$E = \frac{1}{2}k(L_1 - L_0 - \frac{mg}{2k})^2 + \frac{1}{2}mgL_1$$

▶ 용수철 길이가 $x = L_0$ 일 때의 역학적 에너지와, 에너지 보존법칙으로부터

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{2k}\right)^2 + \frac{1}{2}mgL_0 = \frac{1}{2}k(L_1 - L_0 - \frac{mg}{2k})^2 + \frac{1}{2}mgL_1$$

의 관계식을 세울 수 있고, 물체의 최대 속력은 $v = \sqrt{\frac{k}{m}}\left(L_1 - L_0\right)$ 이다.

[물리, 문제 4-2 예시답안]

▶ 중력은 중력가속도 방향이고 그 크기는 $F_g = mg$ 이다.

▶ 탄성력의 방향은 용수철의 길이 방향이고 그 크기는 $F_e = kx$ 이다.

▶ 구심력의 방향은 원의 중심방향이고 그 크기는 $F_c = m(L+x)\omega^2\sin\theta$ 이다.

▶ 탄성력의 수평 방향 성분 $kx\sin\theta$ 는 구심력과 힘의 평형을 이루고, 수직방향 성분 $kx\cos\theta$ 는 중력과 힘의 평형을 이룬다.

$$kx\sin\theta = m(L+x)\omega^2\sin\theta\ , \quad kx\cos\theta = mg$$

▶ 첫 번째 식으로부터 $x = \frac{m\omega^2}{k - m\omega^2}L$ 이다.

▶ 두 번째 식과 주어진 물리량으로 부터 $\cos\theta = \frac{20}{\omega^2} - \frac{1}{10}$ 임을 알 수 있다.

▶ 운동가능한 각도인 $\theta = 0^\circ$ 조건과 $\theta = 90^\circ$ 조건으로부터 각속도 ω 의 범위는

$$10\sqrt{\frac{2}{11}} < \omega < 10\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.

문항카드 16

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I (화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	분자량, 몰농도, 몰랄농도, 화학 반응식, 양적 관계,어는점 내림, 삼투압, 이상 기체 방정식, 부분 압력
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 화학 반응이 일어나면 원자 간 결합이 끊어지고 새로운 결합이 형성되므로 다른 물질이 생기고 상태가 달라지기도 한다. 이러한 화학 반응을 화학식과 숫자로 간단하게 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식은 반응물과 생성물의 종류와 상태뿐만 아니라 반응에 관여한 물질의 양적 관계를 나타내므로 이를 이용하여 반응물과 생성물의 양을 구할 수 있다.

(나) 기체의 부피는 기체의 몰수와 절대 온도에 비례하고 압력에 반비례한다. 비례 상수(R)를 이용하여 기체의 부피, 몰수, 온도, 압력의 관계를 정리한 식을 이상 기체 방정식이라고 한다. 기체 1몰은 0 ˚C, 1기압에서 22.4 L의 부피를 차지하므로 이를 대입하면 R값을 구할 수 있다. 이 R를 기체 상수라고 한다. 또한, 서로 반응하지 않는 두 가지 이상의 기체가 혼합되어 있을 때 혼합 기체를 이루는 각 기체의 압력을 부분 압력이라고 한다. 혼합 기체의 전체 압력이 각 성분 기체의 부분 압력의 합과 같다는 것을 부분 압력 법칙이라고 한다.

(다) 용질과 용매가 균일하게 섞인 혼합물을 용액이라고 한다. 용액에서 일정량의 용매 또는 용액에 대한 용질의 비율을 농도라고 하는데, 농도가 높을수록 같은 양의 용액에 들어 있는 용질의 양이 많다. 용액 1 L에 녹아 있는 용질의 몰수를 몰 농도라고 하며 단위는 M 또는 mol/L 를 사용한다. 용매 1 kg 에 녹아 있는 용질의 몰수를 몰랄 농도라고 하며 단위는 m 또는 mol/kg 을 사용한다.

(라) 비휘발성 용질이 녹아 있는 용액의 어는점은 순수한 용매의 어는점보다 낮은데 이를 어는점 내림(ΔT_f)이라고 한다. 비휘발성, 비전해질 용질이 녹아 있는 용액의 어는점 내림은 용질의 종류에는 관계없고 용액의 몰랄 농도(m)에 비례한다. K_f는 몰랄 내림 상수로 용액의 농도가 1 m일 때 어는점 내림을 뜻하며 이 값은 용질의 종류와 관계없이 용매의 종류에 따라 달라진다.

$$\Delta T_f = T_f - T_f' = K_f \cdot m$$

(T_f : 용매의 어는점, T_f' : 용액의 어는점)

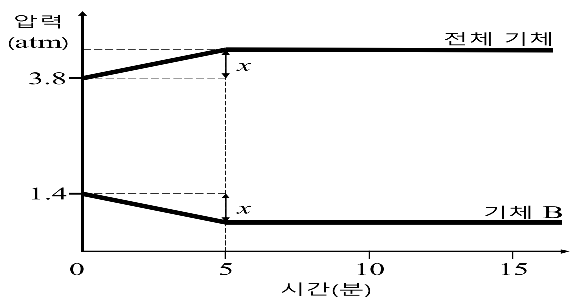
(마) 물질의 입자를 선택적으로 통과시키는 얇은 막을 반투막이라고 하며, 용매는 같지만 농도가 서로 다른 두 용액이 반투막을 사이에 두고 있을 때, 농도가 낮은 용액에서 농도가 높은 용액 쪽으로 용매 입자가 이동하는 현상을 삼투 현상이라고 한다. 이때 반투막에 작용하는 압력이 삼투압이다. 비휘발성, 비전해질 용질이 녹아 있는 묽은 용액의 삼투압(Π)은 용매나 용질의 종류와 관계없이 용액의 몰 농도(C)와 절대 온도(T)에 비례한다. 이를 반트호프 법칙이라고 하며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Pi = CRT \ (R: \text{기체 상수})$$

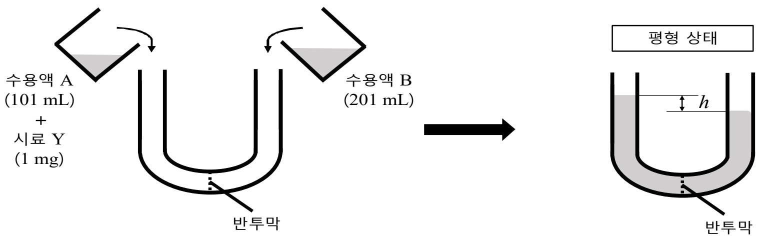
[문제 4-1] 다음은 기체 A와 B가 반응하여 기체 C와 D를 생성하는 반응의 화학 반응식과 온도 T에서 농도로 정의되는 평형 상수(K)이다.

$$a\mathrm{A}(g) + 2\mathrm{B}(g) \rightleftarrows \mathrm{C}(g) + b\mathrm{D}(g) \qquad K$$

일정 부피의 반응 용기에 기체 A와 B를 넣은 후, 용기 내 전체 기체의 압력과 기체 B의 압력 변화를 관찰하였다. 아래의 그림과 같이 5분 후 평형에 도달하였고 기체 B의 압력이 줄어드는 만큼 전체 압력은 증가하였다. 또한, 평형 상태에서 A의 압력은 D의 압력의 2배이고 B의 압력은 C의 압력의 5배라고 할 때, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 K를 논리적으로 구하시오. (단, RT= 10 atm・L/mol이다.) **[15점]**



[문제 4-2] 비휘발성, 비전해질 용질 X가 용해된 수용액 A 101 mL와 수용액 B 201 mL가 있다. 수용액 A의 어는점이 0.186 ˚C 내려갔고 수용액 B의 어는점은 0.093 ˚C 내려갔다. 반투막이 설치된 U자관 왼쪽에는 수용액 A에 비휘발성, 비전해질 시료 Y를 1 mg 첨가하여 완전히 녹인 후 전부 넣어 주었고, U자관 오른쪽에는 수용액 B를 전부 넣어 주었다. 충분한 시간이 지난 후 평형 상태에서 높이 차 h로부터 삼투압을 측정하였더니 300 K에서 $\frac{1}{1510}$ 기압이었다. 제시문 (다), (라), (마)에 근거하여 시료 Y의 분자량을 구하시오. (단, X와 Y는 서로 반응하지 않고, Y의 용해는 수용액 A의 부피에 영향을 주지 않는다. 삼투압 차이로 이동한 용매의 부피는 전체 부피에 비해 무시할 만큼 작고, 증발 및 온도 변화에 따른 수용액의 부피 변화는 무시한다.) **[15점]**



• X 분자량: 100	• 수용액 A의 밀도: 1 g/cm³
• 기체 상수 R: 0.08 atm·L/(mol·K)	• 수용액 B의 밀도: 1 g/cm³
• 물의 밀도: 1 g/cm³	• 물의 몰랄 내림 상수: 1.86 ˚C/m

3. 출제 의도

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정의 전반적인 내용을 평가하고자 하였다. 화학 Ⅰ에서 다루는 화학 반응식을 이해하고 화학 반응에서 반응물과 생성물의 양적관계에 대한 이해도를 평가하고자 하였고 몰랄농도와 몰농도의 상관관계에 대한 이해도와 이로부터 물질의 분자량에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 화학 Ⅱ에서 다루는 이상 기체 방정식과 부분 압력의 법칙의 상관관계에 대해 바르게 이해하고 화학반응식을 완성할 수 있는지에 대해서 평가하고자 하였다. 또한 ‘어는점 내림’과 반트호프 법칙으로 구할 수 있는 삼투압의 이해도를 평가하고자 하였다. 몰랄농도와 몰농도의 관계를 어는점 내림으로부터 구하고 이를 삼투압에 적용하는 통합적 성취도를 평가하고자 하였다.
문제 4-1은 화학 반응이 일어나면서 발생하는 기체와 남아있는 고체와의 동적 평형상태를 이해하고 이를 압력과 연결해서 완전한 화학 반응식을 제시할 수 있는 능력에 대해 평가하고자 하였다. 문제 4-2는 제시문에서 제공하는 정보를 정확하게 숙지하여, 수용액에서의 용질과 용매의 관계를 이해해 몰농도와 몰랄농도 개념에 대한 종합적인 이해도를 평가하고자 하였다. 또한 비휘발성 비전해질 용질이 녹아있는 용질에서 추가적인 시료를 첨가해 주었을 때 농도의 차이 때문에 발생하는 어는점 내림 현상과 몰랄농도의 상관관계를 이해하고 몰농도의 차이로 발생하는 삼투압에 대한 이해도를 통합적으로 평가하고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’ 을 바탕으로 작성

		영역별 내용
제시문	(가)	화학 Ⅰ. (1) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	(나)	화학 Ⅰ. (4) 역동적인 화학 반응 (150쪽) [12화학Ⅰ04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다. 화학 Ⅱ. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학Ⅱ01-01] 기체의 온도, 압력, 부피, 몰수 사이의 관계를 설명할 수 있다. 화학 Ⅱ. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학Ⅱ01-03] 혼합 기체에서 몰 분율을 이용하여 분압의 의미를 설명할 수 있다.
	(다)	화학 Ⅰ. (4) 화학의 첫걸음 (146쪽) [12화학Ⅰ01-05] 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있다.
	(라)	화학 Ⅱ. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학Ⅱ01-09] 묽은 용액의 증기압 내림, 끓는점 오름, 어는점 내림을 이해하고, 일상생활의 예를 들 수 있다.

	(마)	화학 Ⅱ. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 Ⅱ 01-010] 삼투 현상을 관찰하고, 삼투압을 설명할 수 있다.
하위문항	4-1	제시문 (가)-(나)에 근거
	4-2	제시문 (다)-(마)에 근거

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (가): p. 36−41 제시문 (나): p. 32−33 제시문 (다): p. 44−45
	화학 I	노태희 외 6인	㈜천재교육	2020	제시문 (가): p. 30−38 제시문 (나): p. 27−28 제시문 (다): p. 40−41
	화학 I	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (가): p. 38−42 제시문 (나): p. 32−33 제시문 (다): p. 43−45
	화학 I	하윤경 외 5인	㈜금성출판사	2019	제시문 (가): p. 34−39 제시문 (나): p. 32−33 제시문 (다): p. 40−43
	화학 I	강대훈 외 3인	㈜와이비엠	2020	제시문 (가): p. 46−57 제시문 (나): p. 37−38 제시문 (다): p. 41−43
	화학 I	황성용 외 3인	동아출판㈜	2020	제시문 (가): p. 39−45 제시문 (나): p. 33−35 제시문 (다): p. 36−38
	화학 I	이상권 외 7인	㈜지학사	2019	제시문 (가): p. 34−39 제시문 (나): p. 31−33 제시문 (다): p. 40−42
	화학 I	박종석 외 7인	㈜비상교육	2020	제시문 (가): p. 34−39 제시문 (나): p. 31−33 제시문 (다): p. 40−42
	화학 II	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (라): p. 55−63 제시문 (마): p. 66−67
	화학 II	장낙한 외 9명	㈜상상아카데미	2020	제시문 (라): p. 56−67 제시문 (마): p. 68−70
	화학 II	노태희 외 6인	㈜천재교육	2019	제시문 (라): p. 50−56 제시문 (마): p. 58−60
	화학 II	이상권 외 7명	㈜지학사	2019	제시문 (라): p. 49−56 제시문 (마): p. 58−60
	화학 II	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (라): p. 54−55, 60−63 제시문 (마): p. 64−67
	화학 II	박종석 외 7인	㈜비상교육	2020	제시문 (라): p. 40−41, 44−45 제시문 (마): p. 46−48

5. 문항 해설

제시문의 내용은 화학 반응식과 반응에 관여한 물질의 양적 관계, 이상 기체 방정식, 분자량과 몰농도, 몰랄농도의 관계, 어는점 내림, 삼투압을 설명하는 반트호프 법칙 등 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 이 문항에서는 위에서 언급한 여러 가지 과학적 개념들을 명확하게 이해하여 주어진 결과를 종합적으로 분석하고 그 관계를 도출할 수 있는지 평가하고자 한다.

하위 문항 1은 제시문의 내용을 명확하게 이해하여 기체 반응의 화학 반응식으로부터 반응 전후의 몰수 변화를 예측하고 평형 상태에 도달했을 때 동적 평형상태를 이해하고 기체의 압력 변화를 통해 평형 상수와의 관계를 바르게 도출하는 능력을 평가하는 문제이다. 하위 문항 2는 물의 몰랄 내림 상수로부터 물질의 몰랄농도와 몰농도의 관계를 도출해내고, 용질의 농도 차에 의해 생기는 용질의 이동을 삼투압과 연계하여 물질의 분자량을 찾아내는 문제이다. 문제에 주어진 여러 가지 요소들의 관계를 도출하는 능력을 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	[채점요소] 평형 상태에 도달했을 때, 화학 반응식을 토대로 각 기체 압력의 변화량을 구할 수 있는가? 각 기체 압력의 변화로부터 전체 압력의 증가량을 구할 수 있는가? 전체 기체 압력 증가량을 이용하여 화학반응식을 완성하고 평형 상수식을 도출할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다. 1. 평형상태까지의 전체 압력 증가량 x가 B의 부분 압력의 감소량과 같다는 것으로부터 $b = a + 3$을 바르게 구하면 **+5점** 2. x값이 0.4임을 바르게 구하면 **+5점** 3. 평형상수식을 바르게 도출하고 평형 상수 K를 바르게 구하면 **+5점** ※ 계산을 잘못하면 -1점. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.	10
4-2	[채점요소] 물의 몰랄 내림 상수를 이용하여 몰랄농도로부터 몰농도를 도출하고 삼투압 공식을 이용하여 물질의 분자량을 계산할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다. 1. 수용액 A와 B의 몰랄농도를 바르게 구하면 **+3점** 2. 몰랄농도로부터 수용액 A와 B의 몰농도를 바르게 구하면 **+6점** 3. 삼투압 공식을 이용하여 Y의 분자량을 바르게 구하면 **+6점** ※ 계산을 잘못하면 -2점. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2.0점 추가 점수 부여 가능함.	20

7. 예시 답안

[문제 4-1 예시답안]

▶ 기체 반응의 화학 반응식으로부터 반응 전후의 몰수 변화를 알 수 있다. 이상 기체 방정식 $PV = nRT$ 로부터 각 기체의 몰수는 $n = \dfrac{PV}{RT}$ 로 구할 수 있고, 온도와 부피가 일정하기 때문에 몰수는 기체의 압력에 비례하게 된다.

반응 초기에는 기체 A와 B만 존재하므로 $P_0 = P_{\mathrm{A}0} + P_{\mathrm{B}0}$ 이고, 주어진 그래프로부터 $P_0 = 3.8\,atm, P_{\mathrm{B}0} = 1.4\,atm$임을 알 수 있기 때문에, $P_{\mathrm{A}0} = 2.4\,\mathrm{atm}$ 임을 알 수 있다. 평형 상태에 도달했을 때 B의 부분 압력이 x만큼 감소하였기 때문에 평형 상태의 각 기체 부분 압력은

다음과 같다.

$a\text{A} + 2\text{B} \rightleftarrows \text{C} + b\text{D}$

	A	B	C	D
초기 상태 압력	2.4	1.4	0	0
평형 상태 압력	$2.4-\frac{a}{2}x$	$1.4-x$	$\frac{x}{2}$	$\frac{b}{2}x$

평형 상태에서 전체 압력은

$P_1=(2.4-\frac{a}{2}x)+(1.4-x)+\frac{x}{2}+\frac{b}{2}x=\frac{(b-a-1)}{2}x+3.8\ atm$이고 반응 초기의 전체 압력은 $P_0=3.8\text{atm}$이므로, 전체 압력의 증가량은 $\triangle P=P_1-P_0=\frac{(b-a-1)}{2}x\ atm$ 이다. 그래프에서 전체 압력의 증가량이 x atm이라고 주어졌기 때문에 $\frac{(b-a-1)}{2}x=x$ 이고, 따라서 $b=a+3$ 이다.

▶ 평형 상태에서 $P_{\text{B1}}=5P_{\text{C1}}$ 라고 주어졌기 때문에 $P_{\text{B1}}=(1.4-x)=5P_{\text{C1}}=5\times\frac{x}{2}$이고, 이 식을 풀면 $\underline{x=0.4}$임을 구할 수 있다.

▶ 평형 상태에서 $P_{\text{A1}}=2P_{\text{D1}}$라고 주어졌기 때문에

$P_{\text{A1}}=2.4-\frac{a}{2}x=2P_{\text{D1}}=2\times\frac{b}{2}\times x$이고, 위에서 구한 $b=a+3$, $x=0.4$를 대입하면 $2.4-\frac{a}{2}\times0.4=2\times\frac{(a+3)}{2}\times0.4$이 된다. 이 식을 풀면 $a=2$ 이고, $b=a+3=5$ 이다.

정리하면 반응 용기 안에서 일어나는 화학 반응식은 다음과 같다.

$2\text{A} + 2\text{B} \rightleftarrows \text{C} + 5\text{D}$

따라서 이 화학 반응식의 농도로 정의되는 평형 상수는 $\text{K}=\frac{[\text{C}][\text{D}]^5}{[\text{A}]^2[\text{B}]^2}$로 나타낼 수 있다.

▶ a, b, x값으로부터 평형 상태에서의 각 기체의 부분 압력을 구할 수 있고 이를 정리하면 다음과 같다.

	A	B	C	D
초기 상태 압력	2.4	1.4	0	0
평형 상태 압력	2.4-0.4=2.0	1.4-0.4=1.0	0.2	1

따라서 농도로 정의되는 평형 상수 K를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{K}=\frac{[\text{C}][\text{D}]^5}{[\text{A}]^2[\text{B}]^2}=\frac{(\frac{\text{P}_\text{C}}{\text{RT}})(\frac{\text{P}_\text{D}}{\text{RT}})^5}{(\frac{\text{P}_\text{A}}{\text{RT}})^2(\frac{\text{P}_\text{B}}{\text{RT}})^2}=\frac{\text{P}_\text{C}\text{P}_\text{D}^5}{\text{P}_\text{A}^2\text{P}_\text{B}^2}\frac{1}{(\text{RT})^2}=\frac{0.2\times1^5}{2^2\times1^2}\times\frac{1}{10^2}=\frac{1}{2000}=5\times10^{-4}$$

[문제 4-2 예시답안]

▶ U자관 왼쪽에 수용액 A 101 mL를 넣어주고, U자관 오른쪽에 수용액 B 201 mL를 넣어주면 부피 차이로 인한 중력 차가 발생하므로, 용매가 U자관 오른쪽 201 mL에서 왼쪽 101 mL 쪽으로 이동하게 된다.

중력에 의한 압력 차이가 없어질 때의 부피가 $\dfrac{201+101}{2}$ mL = 151 mL = 0.151 L 이다

그런데 Y를 첨가한 수용액 A와 Y를 첨가하지 않은 수용액 B의 농도 차이 때문에 발생하는 삼투압이 추가적인 용매의 이동을 발생시킨다. 이때, 삼투압의 차이가 두 용액의 높이 차 h를 결정하게 된다. 시료 Y를 첨가한 수용액 A와 첨가하지 않은 수용액 B의 삼투압의 차이를 이용해, 추가한 시료 Y의 분자량을 구할 수 있다.

▶ 수용액 A에 용해된 용질 X의 몰랄 농도를 어는점 내림을 이용해 구하면 다음과 같다.

$$\Delta T_f = T_f - T_f' = K_f \cdot m$$

$$0.186℃ = 1.86℃/m \times m_A$$

그러므로 수용액 A에 용해된 X의 몰랄 농도는 m_A = 0.1 mol/kg이다.

수용액 A에 용해된 X의 몰수를 a라고 하면 다음의 식이 성립한다.

$$m_A = \frac{a\text{mol}}{(0.101-0.1a)\text{kg}} = 0.1\frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$ (0.101 kg: 수용액 A의 질량, 0.1a: 용질 X의 질량)

따라서, 수용액 A에 용해된 X의 몰수 a는 0.01 mol이다.

▶ 수용액 B에 용해된 용질 X의 몰랄 농도를 어는점 내림을 이용해 구하면 다음과 같다.

$$\Delta T_f = T_f - T_f' = K_f \cdot m$$

$$0.093℃ = 1.86℃/m \times m_B$$

따라서, 수용액 B에 용해된 X의 몰랄 농도는 m_B = 0.05 mol/kg이다.

B에 용해된 X의 몰수를 b라고 하면 다음의 식이 성립한다.

$$m_B = \frac{b\text{mol}}{(0.201-0.1b)\text{kg}} = 0.05\frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$ (0.201kg: 수용액 B의 질량, 0.1b: 용질 X의 질량)

그러므로 수용액 B에 용해된 X의 몰수 b는 0.01 mol이다.

▶ 수용액 A와 B에 용해된 용질 X의 몰수가 같으므로, X로 인해 발생하는 삼투압 차이는 없다. 따라서 시료 Y에 의한 삼투압의 차이로 높이 차 h가 생긴다.

삼투압 공식 $\Pi = CRT$를 이용하여 시료 Y에 의한 삼투압을 구해보면 다음과 같다.

$$\Pi = \frac{0.001}{M_Y}\text{mol} \times \frac{1}{0.151\text{L}} \times 0.08\frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \times 300\text{K}$$

문제에 주어진 삼투압의 차이가 $\dfrac{1}{1510}$ atm이므로, 다음의 식이 성립한다.

$$\frac{1}{1510}\ \text{atm} = \frac{0.001}{M_Y}\ \text{mol} \times \frac{1}{0.151\text{L}} \times 0.08\frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \times 300\text{K}$$

따라서, Y의 분자량 $M_Y = 240$이다.

문항카드 17

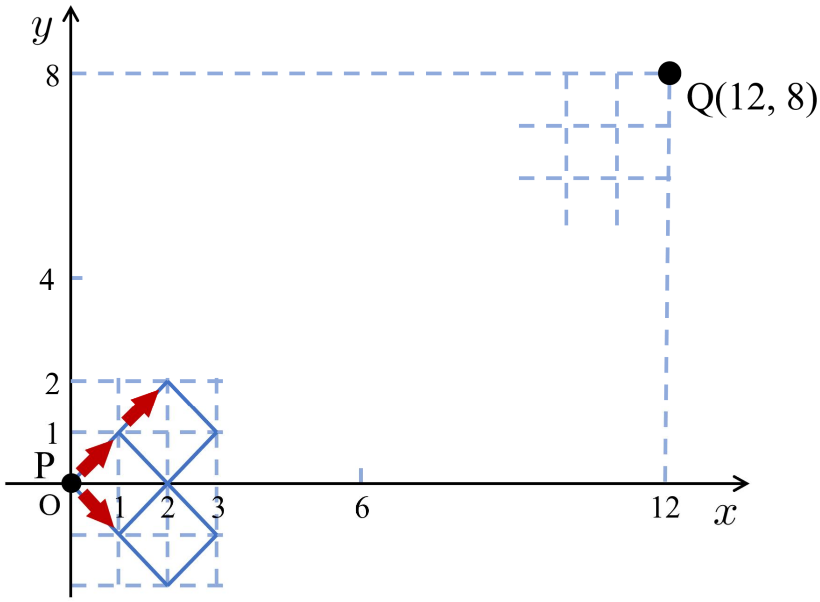
1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	같은 것이 있는 순열, 확률
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

[수학]

[문제 1] 좌표평면 위의 점 P는 동전을 한 번 던져서 앞면이 나오면 오른쪽 대각선 방향의 위( )로 한 칸만큼, 뒷면이 나오면 오른쪽 대각선 방향의 아래( )로 한 칸만큼 이동한다. 동전을 반복적으로 던지는 실험의 결과, 아래의 그림과 같이 원점 O에서 출발한 점 P가 점 Q(12, 8)에 도착했다고 할 때, 원점을 출발한 이후 점 P가 x 축에 닿지 않았을 확률을 구하시오. **[20점]**



3. 출제 의도

경우의 수는 논리적 사고에 의하여 다양한 방법으로 계산할 수 있으며 이는 확률 계산에서 중요한 도구가 된다. 본 문제에서는 경우의 수를 계산하기 위하여 '같은 것이 있는 순열'의 개념을 사용할 수 있는지와 이를 이용하여 확률과 연관시킬 수 있는 능력을 평가한다. 본 문제는 확률의 개념의 이해도 및 경우의 수에 대한 이해도를 평가하며 난이도는 '중' 정도로 볼 수 있다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	1. 경우의 수 [12확통01-01] 원순열, 중복순열, 같은 것이 있는 순열을 이해하고, 그 순열의 수를 구할 수 있다. 2. 확률 [12확통02-01] 통계적 확률과 수학적 확률의 의미를 이해한다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	배종숙 외	금성출판사	2019	21-23, 49-52
	확률과 통계	류희찬 외	천재교과서	2019	12-21, 44-52
	확률과 통계	권오남 외	교학사	2019	12-18, 44-52

5. 문항 해설

Q에 도착하기 위해서, 동전의 앞면과 뒷면이 각각 몇 번 나와야 하는지를 연립방정식을 통하여 계산하여야 한다. 또한, 모든 경로의 수를 세기 위하여 ‘같은 것이 있는 순열의 수’를 위한 다음의 공식을 사용할 수 있다. “N개 중에 서로 같은 것이 각각 N_1, N_2개씩 있을 때, 이들을 일렬로 배열하는 순열의 수는,

$$\frac{N!}{N_1! \times N_2!} \quad (\text{단, } N_1 + N_2 = N).$$

또한, x축에 닿지 않고 Q에 도달할 수 있는 경로의 수도 유사한 방법으로 셀 수 있다. 다만, 몇 가지 경우로 구분하여 세면 정확하게 셀 수 있다. 여사건을 고려하여 그 경로의 수를 셀 수도 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
1	[채점요소] 모든 경로의 수를 논리적으로 구분하여 잘 셀 수 있는가? ‘같은 것이 있는 순열의 수’를 위한 공식을 알고 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 1. Q점에 도착하기 위한 모든 경로의 수 n을 바르게 계산한 경우: +7점	20

	$(a, b$의 값만 구한 경우: +2점) 2. x축에 닿지 않는 경로의 수 m_1과 m_2를 각각 바르게 계산 경우: +5점, +5점 (여사건의 경로의 수 m^*를 고려하여 $m = n - m^*$를 계산한 경우: +10점; 단, 각 여사건(m_1^*, m_2^*, m_3^*)에 대하여 +3점씩 부여; 총합 $m^* = m_1^* + m_2^* + m_3^*$ 계산: +1점) 3. n과 m을 이용하여 확률 p를 바르게 계산한 경우: +3점 ※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.	

7. 예시 답안

P→Q로 진행되는 모든 경로는 동일한 확률$\left(=(1/2)^{12}\right)$을 가지므로, P가 x축에 닿지 않았을 확률 p는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p = \frac{\text{P}\rightarrow\text{Q의 경로 중에서 } x\text{축에 닿지 않는 경우의 수}}{\text{P}\rightarrow\text{Q의 경우의 수}} \left(= \frac{m}{n}\right)$$

(1) n의 값

Q점에 도착하기 위한 동전의 앞면(H)이 나온 횟수를 a, 뒷면(T)의 횟수를 b라고 하면, 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$a+b = 12,\ a-b = 8$$

따라서, $a = 10$, $b = 2$이다. 즉, 10개의 H와 2개의 T를 일렬로 배열하는 경우의 수이다.

$$n = {}_{12}C_{10} = {}_{12}C_2 = \frac{12\times 11}{2} = 66.$$

(2) m의 값

x축에 닿지 않는 경로는 다음의 2가지 경우로 나눠 생각할 수 있다.

(i) P가 (0,0)→(1,1)→(2,2)→(3,3)로 진행한 경우 (참고: 그림1)

이 경우는, 7개의 H와 2개의 T를 일렬로 배열하는 경우의 수이다.

$$m_1 = {}_9C_7 = {}_9C_2 = \frac{9\times 8}{2} = 36$$

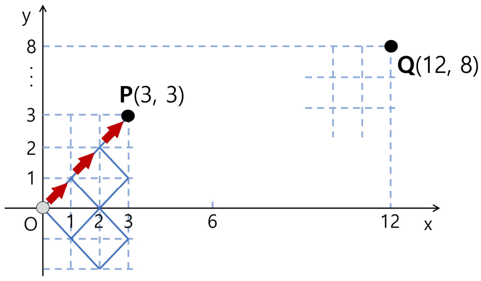
(ii) P가 (0,0)→(1,1)→(2,2)→(3,1)→(4,2)로 진행한 경우 (참고: 그림2)

이 경우는, 7개의 H와 1개의 T를 일렬로 배열하는 경우의 수이다.

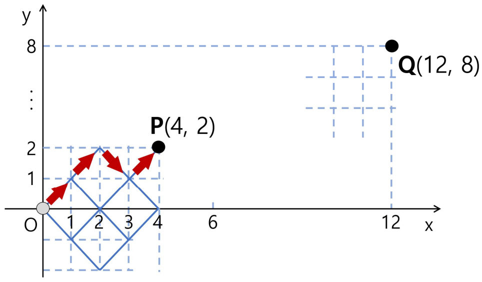
$$m_2 = {}_8C_7 = {}_8C_1 = 8$$

(3) 확률 p의 계산

따라서, $m = m_1 + m_2 = 44$ 이므로, $p = \dfrac{44}{66} = \dfrac{2}{3}$.



<그림 1>



<그림 2>

※ m 의 계산을 위하여, 다음과 같이 여사건을 이용할 수도 있다. 즉, x 축에 닿고 Q점에 도달하는 경우는 다음과 같은 세가지 경우이다.

(i) P가 (0,0)→(1,-1)로 진행한 경우: $m_1^* = {}_{11}C_1 = 11$

(ii) P가 (0,0)→(1,1)→(2,0)으로 진행한 경우: $m_2^* = {}_{10}C_1 = 10$

(iii) P가 (0,0)→(1,1)→(2,2)→(3,1)→(4,0)으로 진행한 경우: $m_3^* = {}_8C_0 = 1$

따라서, 위의 세가지 경우의 합(여사건의 경우의 수, m^*)을 이용하여,

$$m = n - m^* = n - (m_1^* + m_2^* + m_3^*) = 66 - (11 + 10 + 1) = 66 - 22 = 44.$$

문항카드 18

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(수학) / 문제 [2-1], 문제 [2-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 미적분, 확률과 통계 문제 2-2: 수학 II, 미적분
	핵심개념 및 용어	문제 2-1: 수열의 극한, 정적분과 급수의 관계 문제 2-2: 정적분, 치환 적분
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 실수 a, b 에 대하여 $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ 이 성립한다.
- 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 수렴하고 $\lim_{n\to\infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n\to\infty} b_n = \beta$ 일 때, 다음 식이 성립한다.

$$\lim_{n\to\infty} a_n b_n = \left(\lim_{n\to\infty} a_n\right)\left(\lim_{n\to\infty} b_n\right) = \alpha\beta, \quad \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n\to\infty} a_n}{\lim_{n\to\infty} b_n} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (\text{단, } \beta \neq 0)$$

- 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 할 때, 다음 식이 성립한다.

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

- 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $x = g(t)$ 로 놓으면, 다음 식이 성립한다.

$$\int f(x)\,dx = \int f(g(t))\,g'(t)\,dt$$

[문제 2-1] 다음 극한값을 구하시오. **[10점]**

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(\sqrt{n}+1)^4 + (\sqrt{n}+2)^4 + (\sqrt{n}+3)^4 + (\sqrt{n}+4)^4 + \cdots + (\sqrt{n}+n)^4}{(n+1)^4 + (n+2)^4 + (n+3)^4 + (n+4)^4 + \cdots + (2n)^4}$$

[문제 2-2] 닫힌구간 $[0, 20]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 식을 만족한다.

$$f(20-x) = \sqrt{-x^2 + 20x - 2(f(x))^2}$$

이때, 정적분 $\int_0^{10} xf(x)\,dx$ 의 값을 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

[문제 2-1] 정적분과 급수와의 관계를 이해하고 있는지를 평가한다. 분수와 곱의 형태

의 수열의 극한을 계산하는 과정을 이해하고 있는지 평가한다.
[문제 2-2] 함수의 기본적인 성질을 이용하여 함수의 관계를 이해하는 과정을 평가한다. 함수의 정적분을 치환 적분을 이용해 계산할 수 있는지를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	(1) 수열의 극한 1 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다. (3) 적분법 2 정적분의 활용 [12미적03-04] 정적분과 급수의 합 사이의 관계를 이해한다. (1) 경우의 수 2 이항정리 [12확통01-03] 이항정리를 이해하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.
문제 2-2	(3) 적분 2 정적분 [12수학Ⅱ03-03] 정적분의 뜻을 안다. (3) 적분법 1 여러 가지 적분법 [12미적 03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적 03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	류희찬 외 9인	천재교과서	2020	28
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	17
	수학 Ⅱ	권오남 외 14인	교학사	2020	131
	수학 Ⅱ	김원경 외 14인	비상교육	2019	113
	미적분	고성은 외 5인	좋은책 신사고	2020	133

5. 문항 해설

[문제 2-1]
복잡한 형태의 수열의 극한 문제를 보다 간단한 형태의 수열의 분수와 곱의 형태로 이해하여 수열의 극한을 구할 수 있는지에 대해 평가한다. 급수와 정적분 사이의 관계를 이해하여 수열의 극한을 정적분 형태로 표현할 수 있는 지 평가한다.

[문제 2-2]
함수의 기본적인 성질을 이용하여 함수에 대한 정보를 도출해나가는 과정을 평가한다. 또한 함수의 정적분을 치환적분과 정적분의 기하적 의미를 이용하여 정적분의 값을 계산할 수 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	정적분과 급수의 합 사이의 관계를 활용하여 극한을 정리하면 +4점 정적분을 계산하고 각 항들의 극한값 구하여 정답 $\frac{1}{31}$를 얻으면 +6점	10
2-2	$20-x$를 대입하여 새로운 식 $2f(20-x)^2+f(x)^2=-x^2+20x$을 얻으면 +3점. $f(x)^2$과 $f(20-x)^2$에 대한 연립방정식을 풀어서 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{100-(x-10)^2}$를 얻으면 +3점. 적분을 계산하기 위해 치환 적분을 이용하거나 원의 면적을 이용하면 +3점. 계산을 수행하여 정답을 얻으면 +6점.	15

7. 예시 답안

[문제 2-1]
우선 문제에 주어진 식을 다음과 같이 정리한다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}(k+\sqrt{n})^4}{\sum_{k=1}^{n}(n+k)^4}=\frac{\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{n}(k+\sqrt{n})^4}{\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{n}(n+k)^4}$$

분모는 정적분과 급수의 합과의 관계를 이용하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{n}(n+k)^4=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n}\right)^4=\int_0^1(1+x)^4dx=\frac{31}{5}$$

를 얻는다. 분자는 다음과 같이 식을 정리한 후

$$\sum_{k=1}^{n}(k+\sqrt{n})^4=\sum_{k=1}^{n}k^4+4\sqrt{n}\sum_{k=1}^{n}k^3+6n\sum_{k=1}^{n}k^2+4n\sqrt{n}\sum_{k=1}^{n}k+n^2$$

거듭제곱의 합공식을 적용한다.

$$\sum_{k=1}^{n}(k+\sqrt{n})^4=\sum_{k=1}^{n}k^4+4\sqrt{n}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2+6n\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+4n\sqrt{n}\frac{n(n+1)}{2}+n^2$$

그리고 정적분과 급수의 합과의 관계를 이용하여 극한을 취한다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{n}(k+\sqrt{n})^4=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^4+0=\int_0^1 x^4dx=\frac{1}{5}$$

마지막으로 분자의 극한을 분모의 극한으로 나누어 정답 $\frac{1}{31}$을 얻는다.

[별해]

위 예시답안에서 분자의 극한을 취할 때, 식을 다음과 같이 정리한 후,

$$\begin{aligned}\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{n}(k+\sqrt{n})^4&=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^4+\frac{4}{\sqrt{n}}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^3\\&\quad+\frac{6}{n}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)^2+\frac{4}{n\sqrt{n}}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{k}{n}\right)+\frac{1}{n^2}\end{aligned}$$

정적분과 급수의 합과의 관계를 이용하여

$$\begin{aligned}\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^5}\sum_{k=1}^{n}(k+\sqrt{n})^4&=\int_0^1 x^4dx+0\cdot\int_0^1 x^3dx+0\cdot\int_0^1 x^2dx+0\cdot\int_0^1 xdx+0\\&=\frac{1}{5}\end{aligned}$$

를 얻을 수도 있다. 나머지 과정은 동일하다.

[문제 2-2]

주어진 식을 제곱하여

$$2f(x)^2+f(20-x)^2=-x^2+20x$$

를 얻는다. 위 식의 양변에 2를 곱하여

$$4f(x)^2+2f(20-x)^2=-2x^2+40x$$

를 얻는다. 그리고 첫 번째 식에 x대신 $20-x$를 대입하여

$$2f(20-x)^2+f(x)^2=-(20-x)^2+20(20-x)=-x^2+20x$$

를 얻는다. 위의 식에서 아래의 식을 빼면

$$3f(x)^2=-x^2+20x=100-(x-10)^2$$

를 얻을 수 있는데, 따라서

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{100-(x-10)^2}$$

이다. 적분에 이 식을 대입한 후 $u=\frac{x-10}{10}$으로 치환하여 적분을 계산한다.

$$\begin{aligned}\int_0^{10}xf(x)dx&=\frac{1}{\sqrt{3}}\int_0^{10}x\sqrt{100-(x-10)^2}dx=\frac{1000}{\sqrt{3}}\int_{-1}^{0}(u+1)\sqrt{1-u^2}du\\&=\frac{1000}{\sqrt{3}}\left(\int_{-1}^{0}\sqrt{1-u^2}du+\int_{-1}^{0}u\sqrt{1-u^2}du\right)=\frac{1000}{\sqrt{3}}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{3}\right)\end{aligned}$$

문항카드 19

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(수학) / 문제 [3-1], 문제 [3-2]	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 미적분 문제 3-2: 수학 II
	핵심개념 및 용어	문제 3-1: 속도와 거리 문제 3-2: 함수의 극대와 극소
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x,y)가 $x=f(t)$, $y=g(t)$일 때, 속력은 $\sqrt{(f'(t))^2+(g'(t))^2}$ 이다.
- 직선 $y=mx+n$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 $\tan\theta=m$ 이다.
- 각 α 와 β 에 대하여 다음 식이 성립한다.

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \quad (\text{단, } \alpha\neq\frac{\pi}{2},\ \beta\neq\frac{\pi}{2},\ \tan\alpha\tan\beta\neq 1)$$

[문제 3-1] 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x,y)가

$$x=t, \quad y=\frac{2}{3}(t^2-2t+2)^{\frac{3}{2}}$$

이다. 점 P의 속력이 최소가 되는 시각을 t_0이라 할 때, 시각 $t=0$에서 시각 $t=t_0$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. **[10점]**

[문제 3-2] 좌표평면 위에 원점 O가 중심이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 $\mathrm{A}(\cos\theta, \sin\theta)$가 있다. 그리고 원점을 지나며 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 2θ인 직선과 곡선 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$의 교점을 B라 하고, 삼각형 AOB의 넓이의 최댓값을 M이라 하자. 삼각형 AOB의 넓이를 $\tan\theta$로만 표현된 함수로 나타내고, 이를 이용하여 M^2을 구하시오. (단, $0\le\theta\le\frac{\pi}{2}$) **[15점]**

3. 출제 의도

문제 3-1

좌표평면에서 매개 변수로 표현된 점의 속도를 구하고 이를 이용하여 속력을 구한다. 그리고 주어진 구간에서 정적분을 하여 이동한 거리를 계산할 수 있는지 평가한다.

문제 3-2

삼각형의 넓이을 $\tan\theta$에 의해서 표현된 식으로 나타내고, 이 함수를 이용하여 최댓값을 구한다. 이 때, 함수의 극대점을 미분을 이용하여 찾아내고 이 점에서 최댓값을 갖는다는 것을 보일 수 있는지 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	(3) 적분법 ② 정적분의 활용 [12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.
문제 3-2	(2) 미분 ③ ⑥도함수의 활용 [12수학II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	권오남 외 11인	㈜교학사	2019	179
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	176
	미적분	고성은 외 5인	좋은책 신사고	2019	160
	수학 Ⅱ	배종숙 외 6인	㈜금성출판사	2019	87
	수학 Ⅱ	이준열 외 9인	천재교육	2019	83
	수학 Ⅱ	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2019	83

5. 문항 해설

문제 3-1

좌표평면에서 매개 변수로 표현된 점의 속도를 구하고 이를 이용하여 속력을 구한다. 이 때, 식

을 잘 정리하여 완전제곱식으로 표현할 수 있는지 평가한다. 그리고 주어진 구간에서 정적분을 하여 이동한 거리를 계산할 수 있는지 평가한다.

문제 3-2

삼각형의 넓이을 $\tan\theta$에 의해서 표현된 식으로 나타내고, 이 함수를 이용하여 최댓값을 구한다. 제시문에 주어진 탄젠트 함수와 관련된 공식을 이용하여 식을 잘 정리할 있는지 평가한다. 함수의 극대점을 미분을 이용하여 찾아내고 이 점에서 최댓값을 갖는다는 것을 보일 수 있는지 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	● $\lvert v\rvert = \sqrt{1+4(t^2-2t+2)(t-1)^2}$ 계산하면 +3점 ● $\lvert v\rvert = 2(t-1)^2+1$ 구하면 +4점 ● 적분하여 $\frac{5}{3}$ 구하면 +3점	10
3-2	● 교점 $\mathrm{B}(x_0, y_0)$ $x_0 = \frac{2}{\sqrt{4+\tan^2 2\theta}}$, $y_0 = \frac{2\tan 2\theta}{\sqrt{4+\tan^2 2\theta}}$ 구하면 +3점 ● 삼각형의 넓이 $\frac{1}{2}\frac{\tan\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\sqrt{(1-\tan^2\theta)^2+\tan^2\theta}}$ 를 구하면 +5점 ● $\tan^2\theta = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$에서 최댓값 $M^2 = \frac{3+2\sqrt{3}}{12}$ 구하면 +7점	15

7. 예시 답안

[문제 3-1]

우선 점 P의 속력은 정의로부터 다음과 같다.

$$|v| = \sqrt{1+4(t^2-2t+2)(t-1)^2}$$

루트 내부의 식을 완전 제곱식으로 정리를 하면,

$$\begin{aligned}|v| &= \sqrt{1+4((t-1)^2+1)(t-1)^2} = \sqrt{4(t-1)^4+4(t-1)^2+1}\\ &= \sqrt{(2(t-1)^2+1)^2} = 2(t-1)^2+1\end{aligned}$$

이다. 따라서 속력이 최소인 시각 t_0은 1이다. 마지막으로 위에서 얻은 속력에 대한 식을 적분하여 점 P의 이동거리를 구한다.

$$\int_0^1 2(t-1)^2+1\,dt = \left(\frac{2}{3}(1-1)^3+1\right) - \left(\frac{2}{3}(0-1)^3+0\right) = \frac{5}{3}$$

[문제 3-2]

교점 $\mathrm{B}(x_0, y_0)$는 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$와 $y=(\tan 2\theta)x$ $\left(\theta \neq \frac{\pi}{4}\right)$의 교점이다. 연립해서 풀면

$x_0^2=\dfrac{4}{4+\tan^2(2\theta)}$ 이다. $\mathrm{B}(x_{0,}\,y_0)$와 $y=(\tan\theta)x$ $\left(\theta\neq\dfrac{\pi}{2}\right)$와의 거리는

$\dfrac{|x_0\tan\theta-y_0|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}=\dfrac{|x_0\tan\theta-x_0\tan(2\theta)|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$ 이다. 삼각형 AOB의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\dfrac{|\tan\theta-\tan(2\theta)|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}|x|=\dfrac{|\tan\theta-\tan(2\theta)|}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}\dfrac{1}{\sqrt{4+\tan^2(2\theta)}}$ 이고

$\tan2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ 을 이용하여 정리하면 $\dfrac{1}{2}\dfrac{\tan\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\sqrt{(1-\tan^2\theta)^2+\tan^2\theta}}$ 이다. 이 공식에 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ 을 대입하면 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 값을 갖고 이것은 직접 구한 삼각형의 넓이와 같다. 삼각형 AOB의 넓이를 나타내는 함수 $f(\theta)$는 아래와 같다.

$$f(\theta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\dfrac{\tan\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}}{\sqrt{(1-\tan^2\theta)^2+\tan^2\theta}} & \left(\theta\neq\dfrac{\pi}{2}\right)\\[2ex] \dfrac{1}{2} & \left(\theta=\dfrac{\pi}{2}\right)\end{cases}$$

f^2의 최댓값을 구하면 된다. $s=\tan^2\theta$ $(s\geq 0)$로 쓰면

$f^2=\dfrac{s(1+s)}{4\{(1-s)^2+s\}}=\dfrac{s^2+s}{4(s^2-s+1)}$ 이고 미분하면 $\dfrac{-2s^2+2s+1}{4(s^2-s+1)^2}$ 이다. 따라서 $s=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ 에서 최댓값을 갖고 $M^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{6}=\dfrac{3+2\sqrt{3}}{12}$ 이다.

[별해]

삼각형의 넓이를 구하는 다른 방법이다. $B(x_0,y_0)$에서 $x_0^2=\dfrac{4}{4+\tan^2(2\theta)}$ 이고 $y_0^2=\dfrac{4\tan^2(2\theta)}{4+\tan^2(2\theta)}$ 이므로 선분 OB의 길이는 $\dfrac{2\sqrt{1+\tan^2(2\theta)}}{\sqrt{4+\tan^2(2\theta)}}$ 이다. 따라서 삼각형 AOB의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2\sqrt{1+\tan^2(2\theta)}}{\sqrt{4+\tan^2(2\theta)}}\sin\theta$ 이다.

$\sin\theta=\dfrac{\tan\theta}{\sqrt{\tan^2\theta+1}}$ 와 $\tan(2\theta)=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}$ 을 이용하여 정리하면 삼각형 AOB의 넓이는

$\dfrac{\tan\theta\sqrt{1+\tan^2\theta}}{2\sqrt{(1-\tan^2\theta)^2+\tan^2\theta}}$ 이다. 이 후 과정은 예시답안과 같다.

문항카드 20

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I, 생명과학 II
	핵심개념 및 용어	항상성, 흥분의 전도, 시냅스, 세포의 특성, 세포막
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 사람 몸의 기능이 정상적으로 유지되기 위해서는 세포 호흡의 결과로 발생한 노폐물을 적절히 몸 밖으로 내보내야 한다. 탄수화물과 지방이 세포 호흡에 이용되면 물과 이산화 탄소가 노폐물로 생성되고, 단백질이 세포 호흡에 이용되면 물과 이산화 탄소와 함께 암모니아가 노폐물로 생성된다. 독성이 강한 암모니아는 간에서 독성이 덜한 요소로 전환되어 콩팥을 통해 오줌의 형태로 몸 밖으로 배출된다. 혈당량은 혈액 내의 포도당 농도를 말하는데, 사람의 혈당량은 식사 전에 일정하게 유지된다. 하지만 식사 후 혈당량이 정상 범위보다 높아지면 이자의 β 세포에서 인슐린의 분비량이 증가한다. 인슐린은 간에서 포도당이 글리코젠으로 합성되는 과정을 촉진하며, 근육 세포에서 포도당의 흡수를 촉진한다. 그 결과 혈당량이 낮아져 정상 범위로 돌아온다.

(나) 화학 반응이 일어나도록 하는데 필요한 최소한의 에너지를 활성화 에너지라고 한다. 세포 내에서는 효소가 활성화 에너지를 낮추어 반응이 빠르게 일어나게 하는 촉매 역할을 한다. 효소가 작용하는 특정 반응 물질을 기질이라고 하는데, 효소는 기질과 결합하여 효소·기질 복합체를 형성하고 활성화 에너지를 낮추는 촉매 작용을 한다. 활성 부위에 기질이 결합하고 있는 동안 기질은 생성물로 변하게 된다. 온도, pH, 기질의 농도 등 다양한 요인이 효소가 관여하는 화학 반응에 영향을 미치며 이는 효소의 종류에 따라 다르다.

(다) 세포막은 세포를 둘러싸는 막으로, 세포의 형태를 유지하고 세포를 보호한다. 세포막을 구성하는 주성분은 인지질과 단백질이다. 세포막을 통한 물질의 이동은 물질의 종류에 따라 선택적으로 일어난다. 이산화 탄소나 산소 같이 크기가 작고 극성이 없는 물질이 세포막에 있는 막단백질을 거치지 않고 인지질 2중층을 통해 바로 세포막을 통과하는 현상을 단순 확산이라고 한다. 한편, 세포막은 단백질과 같은 거대한 분자나 이온, 포도당, 아미노산 등 수용성 분자에 대해서는 투과성을 보이지 않는다. 따라서 이러한 물질의 일부는 세포막에 있는 막단백질을 통해 세포막을 통과하는데, 이와 같은 현상을 촉진 확산이라고 한다.

(라) 뉴런의 세포막을 구성하는 인지질 2중층은 이온 투과성이 없지만 일부 막단백질은 이온 통로와 펌프로 작용하여 세포 안과 밖의 이온들이 불균등하게 분포한다. 이러한 이온들의 불균등한 분포와 막 투과성의 차이로 뉴런이 자극을 받지 않을 때 세포 안과 밖이 약 -80 mV ~ -60 mV의 전위차가 발생하며, 이를 휴지 전위라고 한다. 신경 세포가 자극을 받으면 Na^+ 통로가 열려 세포 밖에 있던 Na^+이 세포 안으로 확산하여 막전위가 상승하는데, 이를 탈분극이라고 하고, 축삭 돌기에 나타나는 막전위의 급격한 변화를 활동 전위라고 한다. 활동 전위가 진행됨에 따라 Na^+ 통로가 닫히고, 대부분 K^+ 통로가 열려 세포 안에 있던 K^+이 세포 밖으로 확산한다. 그 결과 막전위가 급격히 하강하는데, 이를 재분극이라고 한다. 이후 K^+ 통로가 닫히고 이온이 재배치되어 휴지 전위로 돌아간다.

(마) 신경 세포의 축삭 돌기 말단에는 신경 전달 물질이 들어 있는 시냅스 소포가 존재한다. 흥분이 축삭 돌기 말단에 도달하면 시냅스 소포는 신경 전달 물질을 시냅스 틈으로 분비한다. 분비된 신경 전달 물질이 시냅스 이후 신경 세포의 세포막에 있는 수용체에 결합하면 이온 통로가 열려 시냅스 이후 신경 세포가 탈분극되고 활동 전위가 발생한다.

[문제 4-1] 대사 질환을 확인할 수 있는 진단 키트를 이용하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

[진단 키트의 원리]

Ⅰ. 콩에서 추출한 유레이스를 이용한 생체 반응 P와 젖산균을 이용한 생체 반응 Q를 활용하여 대사 질환 진단 키트를 개발하였다.

생체 반응 P: 요소 $\xrightarrow{\text{유레이스}}$ 암모니아 + 이산화 탄소

생체 반응 Q: 포도당 $\xrightarrow{\text{젖산균}}$ 젖산 + ATP

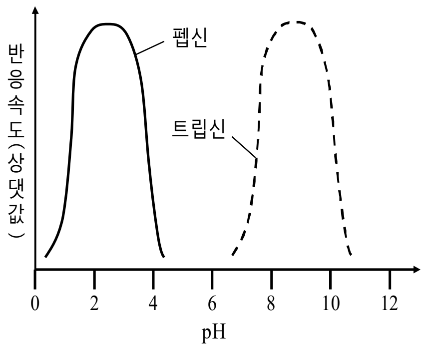
Ⅱ. 생체 반응 P는 요소의 농도가 30 mg/mL일 때부터 반응이 시작되고, 생체 반응 Q는 포도당의 농도가 125 mg/100 mL일 때부터 반응이 시작된다.

Ⅲ. 검사할 사람의 혈액으로부터 혈장을 분리하고, 이를 진단 키트에 넣어 생체 반응 P, Q가 일어나도록 충분히 반응시킨다. 그 후 첨가 시약 A를 추가하고 색 변화를 관찰한다.

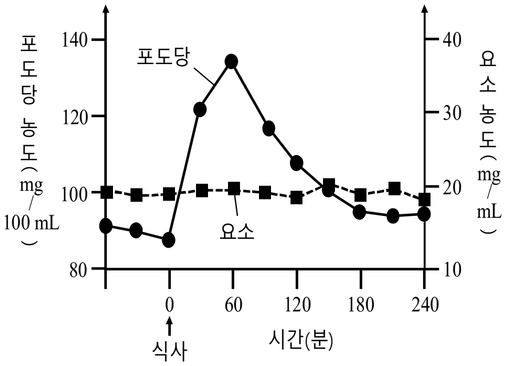
Ⅳ. 첨가 시약 A는 무색의 용액(pH 5)이고, 트립신, 펩신, 트립신 기질(트립신이 작용하면 반응 후 용액은 빨간색을 나타냄), 펩신 기질(펩신이 작용하면 반응 후 용액은 녹색을 나타냄)을 포함하고 있다.

Ⅴ. 첨가 시약 A에 포함된 효소의 pH에 따른 반응 속도는 <그림 1>과 같고, 건강한 사람의 식사 후 혈당량과 요소의 혈중 농도 변화는 <그림 2>와 같다.

<그림 1>



<그림 2>



구분	선우	철수	민수
반응 후의 색	무색	녹색	빨간색

[문제 4-1] 진단 키트를 이용한 선우, 철수, 민수 세 사람의 혈액 검사 결과, 대사 질환이 있을 것이라고 예상되는 사람을 모두 제시하고, 대사 질환의 원인을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 설명하시오. 또한 제시된 진단 키트를 사용할 때 정확한 진단을 위하여 주의할 점에 대해 <그림 2>를 고려하여 논리적으로 설명하시오. (단, 효소 반응에서 온도 조건은 고려하지 않는다.) [15점]

[문제 4-2] 신약을 개발하기 위해 독소를 이용하여 다음과 같은 실험을 진행하였다.

[실험 과정]

Ⅰ. 작용하는 기작이 서로 다른 독소 A와 독소 B를 각각 식염수에 녹이고, 대조군으로는 식염수를 사용하였다.

Ⅱ. 적혈구 세포에 식염수, 독소 A, 독소 B를 각각 처리한 후 1시간이 지났을 때, 각 세포 안팎의 이온 농도를 측정하여 <표 1>로 나타내었다.

Ⅲ. 아래 <그림>과 같이 신경 세포 3개에 대해 시냅스를 형성시킨 후, 실험군별로 식염수, 독소 A, 독소 B를 신경 세포 2에만 각각 처리하는 실험을 진행하였다.

Ⅳ. 신경 세포 1에 자극을 한 번 주고 난 뒤 각 신경 세포의 측정지점에서 막전위를 측정하여 최솟값과 최댓값을 <표 2>에 나타내었다.

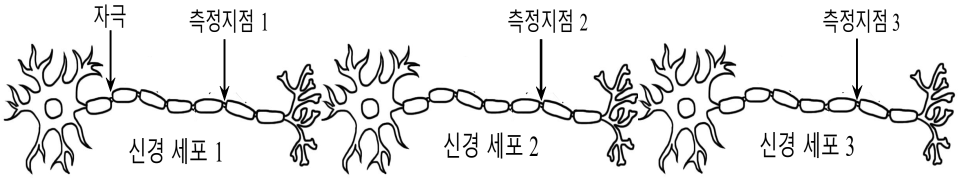
[실험 결과]

<표 1> 실험 조건에 따른 적혈구 세포의 이온 농도

(단위: mM)

조건 / 이온	식염수 처리 세포		독소 A 처리 세포		독소 B 처리 세포	
	세포 안	세포 밖	세포 안	세포 밖	세포 안	세포 밖
Na^+	10	140	11	141	75	75
K^+	150	5	149	5	72	72
Cl^-	10	105	10	106	61	61

<그림> 신경 세포 모식도



<표 2> 신경 세포 1, 2, 3에서 얻은 막전위의 최솟값과 최댓값

(단위: mV)

조건 / 측정지점	식염수 처리 세포		독소 A 처리 세포		독소 B 처리 세포	
	최솟값	최댓값	최솟값	최댓값	최솟값	최댓값
측정지점 1	-70	+40	-70	+40	-70	+40
측정지점 2	-70	+40	-70	+40	0	0
측정지점 3	-70	+40	-70	-70	-70	-70

[문제 4-2] 위의 실험 결과를 해석하여 독소 A와 독소 B가 어떻게 세포에 독성을 나타내는지 제시문 (다), (라), (마) 에 근거하여 논리적으로 설명하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

[생명과학 문제 4-1]

생체 내에서 다양한 기능을 하는 효소는 최적화된 온도, pH 등의 반응에 적절한 환경을 줬을 때 활성화된다. 문제 [4-1]은 이러한 효소의 반응을 이용하여 진단 키트를 만든 상황을 제시하고, 효소 반응 원리를 이해하여 환자의 발병원인을 찾아내는 과정을 논리적으로 추론할 수 있는지 평가하고자 하였다. 환자의 혈액이 산성, 염기성 조건에 따라 진단 키트 내에서 서로 다른 효소 반응이 이루어지고, 그 결과 다른 조건의 pH 상황에서 펩신, 트립신 효소가 작용하게 되어 서로 다른 색을 나타내도록 진단키트를 구성하였다. 또한 제시문을 읽고 진단 키트의 작용 원리와 사용 방법을 이해하며, 진단 키트의 생체 반응이 특정 농도 이상이 되어야 시작됨을 이해하여 포도당을 검출하기 위해서는 식사 직후 사용할 수 없음을 알아낼 수 있다. 더불어 본 문제를 통해 효소의 활성과 반응을 이용하여 생체 현상을 다양하고 통합적으로 이해할 수 있는지 통합 추론 능력을 확인하고자 하였다.

[생명과학 문제 4-2]

작용하는 기전이 서로 다른 2 가지 독소를 이용하여 세포를 구성하고 있는 세포막의 특성과 항상성을 유지하기 위한 신경 세포의 특성을 이해하고 있는 지를 묻는 문제이다. 세포막에는 출입하는 물질에 따라 단순 확산, 촉진 확산, 삼투나 능동 수송이 일어날 수 있으며, 건강한 세포의 경우 인지질 이중층으로 구성된 세포막에 여러 가지 막단백질을 가지고 있어 이온이나 극성을 띠는 물질의 출입을 통제하고 세포 밖과 안의 환경을 구분하고 있다. 이러한 특성을 이해하고 있으면 주어진 문제에서 독소 B에 의해 세포막의 촉진 확산 작용에 관여하는 막단백질의 기능이 망가졌음을 알 수 있고, 이를 통해 독소 B가 세포막의 선택적 투과성에 영향을 끼치는 것

을 유추할 수 있다. 또한 신경 세포는 외부에서 들어온 자극을 축삭돌기에서 전위차를 발생시켜 축삭돌기 말단까지 전도하고 시냅스 틈으로 신경 전달 물질을 분비하여 다음 신경 세포로 자극을 전달한다. 이러한 원리를 통해 항상성을 유지하고 있으며, 이를 이해하고 있는 지를 두 번째 실험에서 묻고 있다. 독소 A의 경우 1번 신경 세포의 자극이 2번 신경 세포로 전달되었으나, 2번 신경 세포에서 3번 신경 세포로 자극의 전달이 되지 않았다. 이러한 실험 결과를 통해 독소 A의 작용 기전은 신경 세포에서 흥분의 전달을 방해하고 있음을 알 수 있는데, 주어진 실험의 결과를 통합적으로 해석함으로서 신경 세포의 흥분의 전도와 전달의 기전을 이해하고 있는 지를 평가하고자 한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	생명과학 I II. 사람의 물질대사 2) 세포 호흡과 소화, 순환, 호흡, 배설의 관계 3) 대사성 질환 [12생과 I 02-03] 소화기관을 통해 영양소를 흡수하고, 배설기관을 통해 노폐물을 배출하는 원리를 이해하여, 물질 대사의 특징을 이해한다. 생명과학 I III. 항상성과 몸의 조절 4) 호르몬과 항상성 조절: [12생과 I 03-04] 세포가 생명활동을 하는데 필요한 물질 및 에너지의 출입과 관련하여 우리 몸의 각 기관계의 작용을 통합적으로 이해한다.
	(나)	생명과학 II II. 세포의 특성 4) 효소: [12생과II02-06] 생명의 화학적 기초를 이해하고, 생명 현상은 다양한 화학 반응에 의해 나타남을 통합적으로 이해한다. 이를 통해 효소의 작용과 활성화 에너지, 기질 특이성에 대해 이해한다.
	(다)	생명과학 II (2) 세포의 특성 [12생과 II 02-05] 세포막을 통한 물질 출입 현상을 이해하고, 확산, 삼투, 능동 수송을 실험이나 모형을 통해 설명할 수 있다.
	(라)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-01] 활동 전위에 의한 흥분의 전도와 시냅스를 통한 흥분의 전달을 이해하고, 약물이 시냅스 전달에 영향을 미치는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
	(마)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-01] 활동 전위에 의한 흥분의 전도와 시냅스를 통한 흥분의 전달을 이해하고, 약물이 시냅스 전달에 영향을 미치는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	생명과학 II II. 세포의 특성 4) 효소: [12생과II02-06] 생명의 화학적 기초를 이해하고, 생명 현상은 다양한 화학 반응에 의해 나타남을 통합적으로 이해한다. 이를 통해 효소의 작용과 활성화 에너지, 기질 특이성에 대해 이해한다.

문제 4-2	생명과학 Ⅱ (2) 세포의 특성 [12생과 Ⅱ 02-05] 세포막을 통한 물질 출입 현상을 이해하고, 확산, 삼투, 능동 수송을 실험이나 모형을 통해 설명할 수 있다. 생명과학 Ⅰ (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 Ⅰ 03-01] 활동 전위에 의한 흥분의 전도와 시냅스를 통한 흥분의 전달을 이해하고, 약물이 시냅스 전달에 영향을 미치는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 Ⅰ	이용철 외 3인	와이비엠	2020	65-68
	생명과학 Ⅰ	오현선 외 5인	미래엔	2020	70-76
	생명과학 Ⅰ	전상학 외 7인	지학사	2019	34-57 60-67
	생명과학 Ⅰ	권혁빈 외 5인	교학사	2020	38-57 60-67
	생명과학 Ⅰ	이준규 외 5인	천재교육	2019	38-51 59-63
	생명과학 Ⅱ	오현선 외 5인	미래엔	2020	50-55
	생명과학 Ⅱ	심규철 외 5인	비상	2020	44-48 56-62
	생명과학 Ⅱ	권혁빈 외 5인	교학사	2020	46-49 52-58
	생명과학 Ⅱ	전상학 외 7인	지학사	2020	46-51
	생명과학 Ⅱ	이준규 외	천재교육	2018	54-59

5. 문항 해설

[생명과학 문제 4-1]

다양한 생체 효소 반응을 이용하여 대사 질환을 진단할 수 있는 진단 키트를 개발하였고, 주어진 제시문과 문제 설명을 바탕으로 진단 키트의 작동원리를 이해하여 민수, 철수, 선우 세 사람의 혈액 검사 결과를 판독할 수 있는지 묻는 문제이다. 진단 키트의 생체 반응 P는 요소가 존재하면 유레이스와 반응 후 암모니아를 생성하여 염기성 환경을 조성함을 알 수 있다. 생체 반응 Q는 포도당이 존재하면 젖산균에 의해 젖산을 생성하고 산성 환경을 조성함을 알 수 있다.

즉, 진단 키트를 이용하여 검사할 사람의 혈장 속에 요소가 많으면 염기성 환경이, 포도당이 많으면 산성 환경이 조성됨을 알 수 있다. 이후 진단 키트에 검사할 사람의 혈장을 넣고 반응시킨 후 첨가 시약 A를 넣으면, 산성 환경인 경우엔 펩신 효소가 활성화되어 펩신 기질을 분해하여 녹색을 나타낸다. 또한 염기성 환경인 경우엔 트립신 효소가 활성화되어 트립신 기질을 분해하고 빨간색을 나타낸다. 따라서 진단 결과 색 변화가 없는 선우는 정상이고, 철수는 녹색을 나타내어 포도당이 혈장 내에 많고, 민수는 빨간색을 나타내어 혈장 내에 요소가 많아서 생긴 대사 질환임을 예측할 수 있다. 또한 이 진단 키트의 진단이 가능한 검출 변화 범위를 제시문을 통해 확인 할 수 있는다. 이 진단 키트는 요소의 농도가 30 mg/mL 이상이고, 포도당의 농도가 125 mg/100mL 일 때부터 반응이 시작되는데, <그림 2>를 통해 보면 정상인 경우에도 식사 후 혈중 포도당 농도가 125 mg/100mL를 넘어서므로, 이 진단 키트를 이용하여 포도당 농도를 정확하게 측정하기 위해서는 식사 전이나 식후 2~3시간 이후에 측정을 해야 할 것이다. 주어진 내용들을 활용하여, 진단 키트의 원리를 이해하고, 주의할 점을 찾아낼 수 있는 능력을 이 문제를 통해 확인하고자 하였다.

[생명과학 문제 4-2]

문제에서 독소 A와 독소 B의 작용 기전이 서로 다르다고 제시하였다.

독소 A와 독소 B를 처리한 지 1시간 후 세포 안과 밖의 이온 농도를 측정한 표 1을 보면 독소 A를 처리한 세포 안과 밖의 이온 농도가 큰 차이를 두고 유지되고 있으며, 이는 제시문에서 설명한 이온과 같은 수용성 분자들이 세포막에 있는 막단백질을 통해 세포 밖과 안쪽에 불균등하게 분포하고 있는 것을 보여준다. 반면 독소 B를 처리한 경우 세포 안과 밖의 이온농도차가 없어졌으므로, 독소 B를 처리하게 되면 세포막의 막단백질 기능이 떨어져서 이온의 이동을 조절하지 못한 것을 알 수 있다.

신경 세포를 이용한 실험에서 3개의 신경 세포가 연달아 시냅스를 형성하고 있고, 두 번째 신경 세포에만 독소 A 나 독소 B를 처리하고 난 뒤, 첫 번째 신경 세포에 자극을 주었다. <표 2>에서 독소 A 가 처리된 실험은 신경 세포 1에서 정상적인 활동전위의 최솟값과 최댓값을 나타내고, 신경 세포 2에서도 정상적으로 활동전위를 나타낸다. 그러나 신경 세포 3에서는 휴지 전위 상태를 계속 유지하고 있는 것으로 보아 신경 세포2를 지나온 자극이 시냅스 틈을 지나 신경 세포 3으로 넘어올 때 문제가 생긴 것으로 보인다. 따라서 독소 A는 신경 세포의 흥분의 전달 과정에 문제를 일으킴을 짐작할 수 있다.

독소 B 처리 신경 세포의 경우 신경 세포 2에서 막전위가 0mV 이다. 이는 신경 세포 2의 막단백질의 이상으로 세포 안과 밖의 이온 농도차가 없어졌음을 짐작할 수 있다. 따라서 독소 B는 세포막에 있는 막단백질의 기능을 떨어뜨려 세포 안과 밖의 분자 이동이 조절되지 않아 독성을 나타낸다고 추론할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	진단 키트의 원리를 이해하고 철수, 민수의 대사질환의 원인을 정확히 제시하면	4점
	생체반응 P, Q가 각각 염기성, 산성 환경을 만들고 이를 이용하여 추가 시약을 넣으면 펩신, 트립신의 효소반응을 활성화시켜 색변화가 일어남을 논리적으로 제시하면	5점
	<그림 2>를 해석하여 요소 측정에는 문제가 없으나, 포도당 농도 측정을	6점

	정확히 하기 위해서는 식전이나, 식후 2~3시간 이후에 진단키트를 사용할 수 있다고 논리적으로 제시하면	
문제 4-2	독소 B에 의해 세포 안팎의 이온차가 없어진 것과, 세포막의 막단백질이 이온의 조절에 관여하는 것을 설명하면	4점
	독소 A를 처리한 신경 세포 2번에서 흥분의 전도가 일어나고 있음을 설명하면	3점
	독소 A를 처리한 신경 세포 2의 말단에서 흥분의 전달이 되지 않음을 설명하면	4점
	독소 B를 처리한 신경 세포 2의 세포막에 있는 막단백질의 기능에 이상이 생겨 막전위가 0mV인 것을 설명하면	4점

7. 예시 답안

[생명과학 문제 4-1]

▶ 생체 반응 P는 요소가 존재하면 유레이스와 반응 후 암모니아를 생성하여 염기성 환경을 조성함을 알 수 있다. 생체 반응 Q는 포도당이 존재하면 젖산균에 의해 젖산을 생성하고 산성 환경을 조성함을 알 수 있다. 즉, 진단 키트를 이용하여 검사할 사람의 혈장 속에 요소가 많으면 염기성 환경이, 포도당이 많으면 산성 환경이 조성됨을 알 수 있다.

▶ 진단 키트에 검사할 사람의 혈장을 넣고 반응시킨 후 첨가 시약 A를 넣으면, 산성 환경인 경우엔 펩신 효소가 활성화되어 펩신 기질을 분해하여 녹색을 나타낸다. 또한 염기성 환경인 경우엔 트립신 효소가 활성화되어 트립신 기질을 분해하고 빨간색을 나타낸다. 따라서 진단 결과 색 변화가 없는 선우는 정상이고, 철수는 녹색을 나타내어 포도당이 혈장 내에 많고, 민수는 빨간색을 나타내어 혈장 내에 요소가 많아서 생긴 대사 질환임을 예상할 수 있다.

▶ 이 진단 키트는 요소의 농도가 30 mg/mL 이상이고, 포도당의 농도가 125 mg/100mL 일 때부터 반응이 시작되는데, <그림 2>를 통해 보면 정상인 경우에도 식사 후 혈중 포도당 농도가 125 mg/100mL를 넘어서므로, 이 진단 키트를 이용하여 포도당 농도를 정확하게 측정하기 위해서는 식사 전이나 식후 2~3시간 이후에 측정을 해야 할 것이다.

[생명과학 문제 4-2]

▶ 독소 A와 독소 B를 처리한 지 1시간 후 세포 안과 밖의 이온 농도를 측정한 표 1을 보면 독소 A를 처리한 세포 안과 밖의 이온 농도가 큰 차이를 두고 유지되고 있으나 독소 B를 처리한 경우 세포 안과 밖의 이온 농도 차가 없는 것으로 보인다. 이는 제시문 (다)에서 이온과 같은 수용성 분자들이 세포막의 막단백질을 통해 이동하는 촉진 확산이 일어났음을 알 수 있고, 이는 독소 B를 처리하게 되면 세포막의 막단백질 기능이 떨어져서 이온의 이동을 조절하지 못함을 알 수 있다.

▶ 신경 세포를 이용한 실험을 나타낸 표에서 독소 A가 처리된 실험은 신경 세포 1과 신경 세포 2에서 정상적으로 활동 전위를 나타낸다. 그러나 신경 세포 3에서는 휴지 전위 상태를 계속 유지하고 있는 것으로 보아 신경 세포 2를 지나온 자극이 시냅스 틈을 지나 신경 세포 3으로 넘어올 때 문제가 생긴 것으로 보인다. 따라서 축삭 돌기를 따라 전달된 자극이 시냅스 틈에서 신경 전달 물질을 분비하여 다음 신경 세포로 전달하는 흥분의 전달 과정에 문제가 생겼음을

짐작할 수 있다.

▶ 반면 독소 B 처리 신경 세포에서는 막단백질 기능에 이상이 생겨 세포 안과 밖의 Na+과 K+ 이온의 선택적 이동(능동 수송)에 영향을 받았고, 결과적으로 세포 안과 밖의 이온 차가 없어졌음을 나타낸다. 따라서 서로 작용하는 기작이 다른 독소 중 독소 A는 신경 세포의 축삭 말단에서 분비되는 신경 전달 물질을 억제하여 흥분의 전달을 막는 독성을 나타내고, 독소 B는 세포막에 있는 막단백질의 기능을 떨어뜨려 세포 안과 밖의 Na+과 K+의 이동이 조절되지 않는 독성을 나타낸다고 추론할 수 있다.

문항카드 21

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I, 물리학 II
	핵심개념 및 용어	벡터, 도플러 효과, 파동의 간섭, 마이컬슨 몰리 실험
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 벡터는 필요에 따라 성분별로 분해할 수 있다. 벡터 분해는 직각 좌표를 이용하여 벡터의 수직 성분과 수평 성분으로 나누어 분해한다. 크기가 $\left|\vec{C}\right|$ 이고 x 축과 이루는 각도가 θ 인 벡터 $\vec{C}$ 를 분해하면, 수평 성분은 $C_x = \left|\vec{C}\right|\cos\theta$ 이고 수직 성분은 $C_y = \left|\vec{C}\right|\sin\theta$ 이다.

(나) 도플러 효과란 파동을 발생시키는 파원과 그 파동을 관측하는 관측자 중 하나 이상이 운동하고 있을 때 발생하는 효과이며, 파원이 내는 원래의 파장과 진동수가 매질의 상대 속도에 따라 다른 파장과 진동수로 관측되는 것이다. 소리의 파원이 관측자를 향해 움직일 때 관측자가 듣는 소리의 진동수는 증가하여 높은 소리가 들리며, 파면과 파면 사이의 거리가 짧아진 소리를 듣게 된다. 관측자가 듣는 소리의 진동수 f' 는 다음과 같다.

$$f' = \left(\frac{v}{v - v_{\text{파원}}}\right) f$$

이때 v 는 매질 내 소리의 속력, f 는 파원이 내는 원래의 진동수, $v_{\text{파원}}$ 은 관측자를 향하는 방향으로의 파원의 속력이다. 따라서 소리의 파원이 관측자로부터 멀어질 때에는 관측자가 듣는 소리의 진동수는 감소하여 낮은 소리가 들린다.

(다) 1864년 맥스웰이 빛이 전자기파라는 것을 예측한 후, 그 당시 대부분의 물리학자들은 음파가 공기라는 매질을 통해 전달되는 것과 같이 빛도 에테르라는 가상의 매질을 통해 전파된다고 믿었다. 만일 우주 전체에 에테르가 있다면, 태양 주위를 공전하는 지구는 에테르에 대해 정지해 있지 않고 움직이게 된다. 빛이 에테르를 통해 전달된다면 에테르 흐름 속에서 빛의 속력이 변할 것이다.

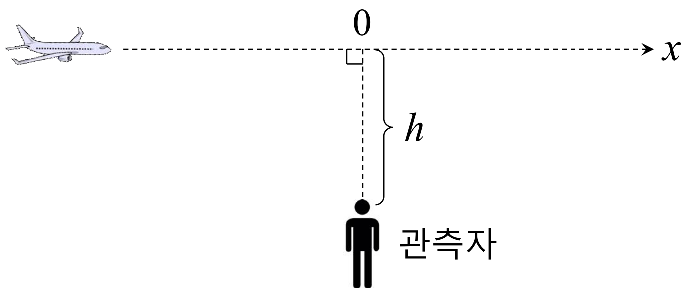
(라) 두 개의 동일한 파동이 서로 중첩될 때, 중첩된 파동의 진폭은 커지거나 작아지는 현상이 나타나며, 이를 파동의 간섭이라고 한다. 두 파동이 한 위치에서 중첩하여 간섭을 일으킬 때, 두 파동의 위상이 동일하여 중첩되기 전보다 진폭이 커지는 것

을 보강 간섭이라고 한다. 또한 두 파동의 위상이 정반대라서 중첩되기 전보다 진폭이 더 작아지는 것을 상쇄 간섭이라고 한다. 두 개의 파원에서 위상과 파장이 같은 파동이 퍼져나갈 때, 어떤 지점 P 에서의 간섭 결과는 경로차에 의해 결정된다. 경로차가 0 이거나 반파장의 짝수 배가 되는 경우에는 보강 간섭이 일어나고, 경로차가 반파장의 홀수 배가 되는 경우에는 상쇄 간섭이 일어난다. 파장을 λ 라고 할 때, 이것을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\text{보강 간섭: 경로차} = \frac{\lambda}{2}(2m) \qquad (m = 0, 1, 2, \cdots)$$

$$\text{상쇄 간섭: 경로차} = \frac{\lambda}{2}(2m+1) \quad (m = 0, 1, 2, \cdots)$$

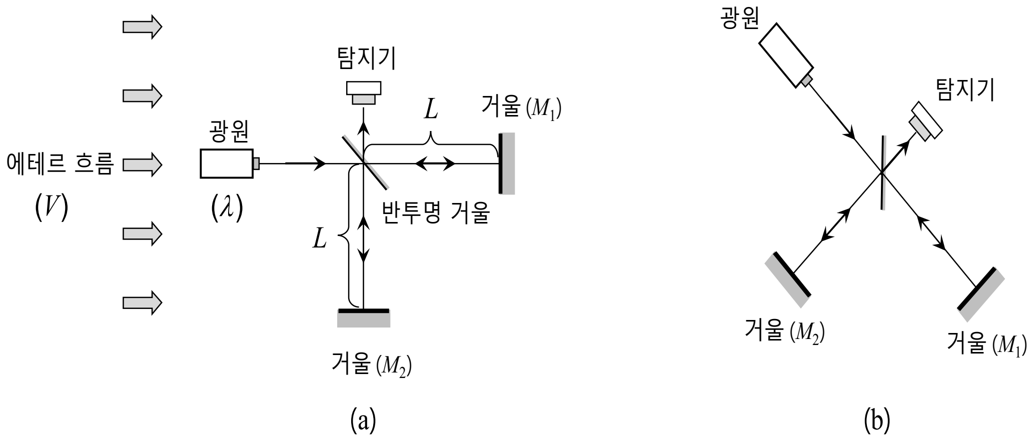
[문제 4-1] 원래의 진동수가 f_0 인 음파를 발생시킬 수 있는 비행기가 다음 그림과 같이 $x=0$ 에 정지해 있는 관측자의 위 높이 h 에서 $+x$ 방향으로 날아 관측자를 향해 다가오고 있다. $h=0$ 일 때 관측자에 의해 측정되는 음파의 진동수를 구하고, $h>0$ 일 때 예상되는 음파의 진동수 변화를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 비행기의 속력은 음속의 $\frac{1}{2}$ 이다.) **[15점]**



[문제 4-2] 맥스웰 당시 학자들의 생각과 같이 음파가 공기를 매질로 전파되는 것과 동일한 원리로 빛이 에테르라는 매질을 통해 전파되고, 정지한 에테르에서 빛의 속력이 c 라고 가정해 보자. 이 경우 지구에서 빛의 속도는 에테르의 속도와 정지한 에테르에서 빛의 속도를 각 방향 벡터 성분별로 합한 것으로, 예를 들어 에테르 운동 방향과 수직 방향 빛의 속력은 c 가 된다. 지구의 움직임을 통해 그림 (a)와 같이 에테르에 대해 상대 속력 V 로 움직이는 실험계를 준비한다. 파장이 λ인 빛이 광원에서 나와 반투명 거울을 통해 수직한 두 방향으로 나뉜 후, 각각 거리 L 만큼 떨어진 곳에 놓인 거울 M_1, M_2 에 의해 반사되어 반투명 거울로 되돌아온다. 반투명 거울에서 다시 합쳐진 빛의 간섭을 탐지기로 측정한다.

시각 $t=0$ 에서 T 까지 실험계를 시계 방향으로 45° 만큼 천천히 회전시켜 그림 (b)와 같이 만든 후, 시각 $t=T$ 에서 $2T$ 까지 실험계를 반시계 방향으로 45° 만큼 천천히 회전시켜 그림 (a)의 초기 배치 상태로 돌아온다. 실험이 수행되는 시간 $2T$ 동안 관측되는 보강 간섭의 횟수를 구하는 과정을 제시문 (가), (다), (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단,

$V < c$ 이다.) [15점]



3. 출제 의도

파동과 빛의 성질은 고등학교 물리Ⅰ 단원Ⅲ 파동과 정보통신, 고등학교 물리Ⅱ 단원Ⅲ 파동과 물질의 성질 등에서 다루고 있는 물리학의 중요한 주제 중 하나이다. 본 문항 평가에서는 고교생들에게 익숙한 주제인 도플러 효과, 파동의 간섭, 벡터의 성분 분해 등 기본 물리 현상을 제시하고, 이를 기반으로 도플러 효과에 의한 파동의 진동수 변화, 파동의 시간 지연에 따른 간섭 신호 발생의 물리적 상황을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

도플러 효과는 파원과 관측자의 상대적인 움직임에 의해 파동의 파장이나 진동수가 실제와 다르게 관측되는 현상으로 고교 물리학의 파동 부분에서 다뤄지는 대표적인 주제이다.

제시문 (나)에서 도플러 효과가 관측자 방향으로의 음원의 속력에 의해 결정되므로, $h=0$인 상황에서는 주어진 식을 적용하여 진동수 변화를 간단히 계산할 수 있다. $h>0$인 경우 이동하는 비행기가 관측자와 이루는 각 θ를 이용하면 관측자 방향으로의 음원의 속력을 표현할 수 있다. 이 속력을 제시문 (나)에 있는 도플러 효과의 식에 적용하면 관측되는 소리의 진동수를 $\cos\theta$가 포함된 식으로 나타낼 수 있고, 비행기와 관측자, 진행 방향이 이루는 각도에 커짐에 따라 관측자 방향으로의 속도 성분이 줄어들게 되어 관측되는 진동수가 줄어들게 됨을 알 수 있다. 본 문제는 벡터의 분해, 파동의 진행, 도플러 효과 등 물리학 교과 내용에 대한 이해력과 응용력을 평가하며, 난이도 중 수준의 문제이다.

[문제 4-2]

마이컬슨・몰리 실험은 물리학의 역사에서 매우 중요한 실험으로서, 우주 공간에서 빠르게 움직이고 있는 지구에서 빛의 속도가 빛의 진행 방향에 무관하게 측정되는 결과를 보여주는 실험이며, 이를 통해 기존 물리학자들이 예상했던 에테르의 존재가 부정되고, 아인슈타인의 특수 상대성 이론이 제안되는 계기가 되었다.

본 문항은 마이컬슨・몰리 실험의 결과와 달리 만일 에테르가 존재하고 빛이 소리와 같이 에테르를 통해 전파되는 파동이라고 가정할 때 발생하는 일을 예상해 보는 문제이다. 제시문 (가)에서 설명된 벡터의 성분 분해를 빛의 속력에 적용하면, 임의의 회전 각도에서 에테르의 속력에 빛의 속력을 더하는 방식으로 두 거울을 진행하는 빛의 속력을 회전 각도의 함수로 구할 수 있다. 빛이 왕복하는 상황을 고려하여 거울까지의 거리 L을 각각의 빛의 속력으로 나누면 각 거울을 왕복하는데 소요되는 시간 차이를 구할 수 있고, 시간 차이가 (a) 상태에서 최대, (b) 상

태에서 최소인 0이 되는 것을 알 수 있다. 제시문 (라)에 따라 보강 간섭은 거리로는 한 파장, 또는 시간으로는 빛의 진동 주기 간격으로 발생하므로 최대 시간 차이를 진동 주기로 나눈 값을 넘지 않는 최대 정수가 한 방향으로 회전할 때 발생하는 보강 간섭의 횟수가 된다. (b) 상태에서 시간 차이가 0으로 항상 보강 간섭이 되는 점을 고려하면 최대 정수의 두 배에 1을 추가한 값이 보강 간섭이 나타나는 전체 횟수가 된다. 본 문제는 벡터의 분해, 파동의 진행, 빛의 간섭 등 물리학 교과 내용에 대한 종합적인 이해력과 응용력을 평가하며, 난이도 중-상 수준의 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	[12물리Ⅱ01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	(나)	[12물리Ⅱ03-02] 파원의 속도에 따라 파장이 달라짐을 이해하고, 활용되는 예를 찾아 설명할 수 있다.
	(다)	[12물리Ⅰ01-09] 모든 관성계에서 빛의 속도가 동일함을 알고 시간 지연, 길이 수축, 동시성과 관련된 현상을 설명할 수 있다.
	(라)	[12물리Ⅰ03-04] 파동의 간섭이 활용되는 예를 찾아 설명할 수 있다. [12물리Ⅱ03-05] 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장을 구할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	[12물리Ⅱ03-02] 파원의 속도에 따라 파장이 달라짐을 이해하고, 활용되는 예를 찾아 설명할 수 있다. [12물리Ⅱ01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	문제 4-2	[12물리Ⅱ01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다. [12물리Ⅰ03-04] 파동의 간섭이 활용되는 예를 찾아 설명할 수 있다. [12물리Ⅱ03-05] 이중 슬릿의 간섭 실험을 이용하여 빛의 파장을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학Ⅰ	강남화 외	천재교육	2018	67-68
	물리학Ⅰ	김성원 외	지학사	2019	174-178
	물리학Ⅱ	김영민 외	교학사	2018	13-17
	물리학Ⅱ	김영민 외	교학사	2018	159-165
	물리학Ⅱ	김성원 외	지학사	2018	178-181

5. 문항 해설

[문제 4-1] 제시문 (나)에서 도플러 효과가 관측자 방향으로의 음원의 속력에 의해 결정되므로, $h=0$인 상황에서는 주어진 식을 적용하여 진동수 변화를 간단히 계산할 수 있다. $h>0$인 경우 이동하는 비행기가 관측자와 이루는 각 θ를 이용하면 관측자 방향으로의 음원의 속력을 표현할 수 있다. 이 속력을 제시문 (나)에 있는 도플러 효과의 식에 적용하면 관측되는 소리의 진동수를 $\cos\theta$가 포함된 식으로 나타낼 수 있고, 비행기와 관측자, 진행 방향이 이루는 각도에 커짐에 따라 관측자 방향으로의 속도 성분이 줄어들게 되어 관측되는 진동수가 줄어들게 됨을 알 수 있다.

[문제 4-2] 제시문 (가)에서 설명된 벡터의 성분 분해를 빛의 속력에 적용하면, 임의의 회전 각도에서 에테르의 속력에 빛의 속력을 더하는 방식으로 두 거울을 진행하는 빛의 속력을 회전 각도의 함수로 구할 수 있다. 빛이 왕복하는 상황을 고려하여 거울까지의 거리 L을 각각의 빛의 속력으로 나누면 각 거울을 왕복하는데 소요되는 시간 차이를 구할 수 있고, 시간 차이가 (a) 상태에서 최대, (b) 상태에서 최소인 0이 되는 것을 알 수 있다. 제시문 (라)에 따라 보강 간섭은 거리로는 한 파장, 또는 시간으로는 빛의 진동 주기 간격으로 발생하므로 최대 시간 차이를 진동 주기로 나눈 값을 넘지 않는 최대 정수가 한 방향으로 회전할 때 발생하는 보강 간섭의 횟수가 된다. (b) 상태에서 시간 차이가 0으로 항상 보강 간섭이 되는 점을 고려하면 최대 정수의 두 배에 1을 추가한 값이 보강 간섭이 나타나는 전체 횟수가 된다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	- $h=0$일 때 도플러 공식을 이용하여 f'을 정확히 계산함.	+5점
	- $h>0$일 때 벡터의 방향 성분을 고려하여 관측자 방향으로 비행기의 속력이 작아짐을 설명함.	+3점
	- $h>0$일 때 도플러 효과의 진동수 식을 고려하여 진동수가 $2f_0$ 보다 작아짐을 설명함.	+2점
	- $h>0$일 때 머리 위에서 $f'=f_0$임을 설명함.	+2점
	- $h>0$일 때 비행기의 위치에 따른 f'을 수식을 통해 정확히 계산함.	+3점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	
문제 4-2	- 실험계가 θ만큼 회전한 상태에서 광경로나 시간차의 계산을 시도함.	+2점
	- 실험계가 θ만큼 회전한 상태일 때 각 경로의 소요 시간을 계산함. (속도만 계산하면 절반 점수)	+2점
	- 두 거울 경로 시간 차이의 최댓값을 계산함.	+2점

	- 두 거울 경로 시간 차이의 최솟값을 계산함.	+2점
	- $\theta = 45^\circ$ 에서 항상 보강 간섭하는 것을 설명함.	+2점
	- 두 반사 경로의 시간 차이의 최댓값을 빛의 주기로 나눠 보강 간섭 횟수를 계산함.	+2점
	- 제시한 최종 답안이 정확함.	+3점
	- 계산된 횟수에서 두 배 계산, 최대 정수 계산, +1 고려 등이 빠짐.	-1점
	※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음.	
	※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	

7. 예시 답안

[문제 4-1 예시답안]

▶ 도플러 효과에 의한 주파수 변화는 제시문 (나)의 설명과 같이 관측자 방향으로의 파원의 속력에 의해 결정된다.

▶ $h=0$일 때 음속을 V_s라 하면 제시문 (나)의 도플러 효과 식을 적용하면 다음과 같다.

$$f' = \left(\frac{V_s}{V_s - \frac{V_s}{2}} \right) f_0 = 2f_0$$

▶ $h>0$일 때 비행기의 진행 방향과 관측자 방향의 사잇각을 θ라고 하면, 관측자 방향으로의 비행기 속도는 제시문 (가)에 의해 $V_{파원} = \frac{V_s}{2}\cos\theta$이다.

▶ $0<\theta \le 90^\circ$일 때, $1>\cos\theta \ge 0$이 되고, $\frac{V_s}{2} > V_{파원} \ge 0$이 된다.

▶ 제시문 (나)에 주어진 도플러 효과의 진동수 변화 식을 적용하면 다음과 같다.

$$f' = \left(\frac{V_s}{V_s - \frac{V_s}{2}\cos\theta} \right) f_0 = \left(\frac{2}{2-\cos\theta} \right) f_0$$

▶ 따라서 $0<\theta \le 90^\circ$일 때 $2f_0 > f' \ge f_0$에서 변화하며, θ가 증가함에 따라 f'가 감소하게 된다.

[문제 4-2 예시답안]

▶ 실험계가 θ 만큼 회전한 경우 빛이 M_1, M_2 에서 반사되어 돌아오는 데 소요되는 시간을 각각 T_1, T_2, 그 시간 차이를 ΔT라고 하면, 에테르 속력의 방향 성분을 고려할 때 다음과 같이 계산된다.

$$T_1 = \frac{L}{c+V\cos\theta} + \frac{L}{c-V\cos\theta}, \qquad T_2 = \frac{L}{c-V\sin\theta} + \frac{L}{c+V\sin\theta}$$
$$\Delta T = T_1 - T_2 = \frac{2cL}{c^2 - V^2\cos^2\theta} - \frac{2cL}{c^2 - V^2\sin^2\theta}$$

▶ $0 \le \theta \le 45^\circ$ 에서 $\cos\theta, \sin\theta$ 는 각각 감소, 증가하므로, ΔT는 $\theta = 0$ 에서 최대인 $\Delta T_{\max} = \dfrac{2LV^2}{c(c^2 - V^2)}$, $\theta = 45^\circ$ 에서 최소인 $\Delta T_{\min} = 0$ 이 된다.

▶ $\theta = 45^\circ$ 에서 항상 보강 간섭하므로, $0 \le t \le T$까지 보강 간섭이 나타나는 횟수는 '$\Delta T_{\max}$ 를 빛의 주기로 나눈 값을 넘지 않는 최대 정수+1' 회이다.

$$\left[\frac{\Delta T_{\max}}{\lambda/c}\right] + 1 = \left[\frac{2LV^2}{\lambda(c^2 - V^2)}\right] + 1 \quad ([A]\text{는 } A\text{를 넘지 않는 최대 정수})$$

▶ $\theta = 0^\circ$ 로 돌아오는 $T < t \le 2T$에서 '$\Delta T_{\max}$ 를 빛의 주기로 나눈 값을 넘지 않는 최대 정수' 만큼의 횟수가 추가되므로 보강 간섭이 나타나는 전체 횟수는

$$N = 2 \times \left[\frac{2LV^2}{\lambda(c^2 - V^2)}\right] + 1 \quad (\text{단, } [A]\text{는 } A\text{를 넘지 않는 최대 정수})$$

문항카드 22

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	화학 반응식, 양적 관계, 중화 반응, 반응 속도, 반감기
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

제시문

(가) 화학 반응은 본래의 물질과 성질이 전혀 다른 새로운 물질이 생성되는 현상이다. 화학 반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 관계를 화학식을 이용하여 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응에 관여한 물질 사이의 계수비는 곧 몰비이므로, 이를 통해 반응물과 생성물의 질량비를 계산할 수 있다. 즉 화학 반응식을 통해 반응물과 생성물의 종류, 몰비, 질량비, 기체 부피비 등을 알 수 있다.

(나) 산의 수용액에는 수소 이온(H^+)과 음이온이 들어 있고, 염기의 수용액에는 수산화 이온(OH^-)과 양이온이 들어 있다. 산 수용액과 염기 수용액을 섞으면 H^+ 과 OH^-이 반응하여 물(H_2O)을 생성하고, 산의 음이온과 염기의 양이온이 반응하여 염을 생성하는데, 이를 중화 반응이라고 한다. 실제 반응에 참여한 이온만으로 나타낸 화학 반응식을 알짜 이온 반응식이라고 하며, 이를 이용하여 중화 반응을 나타내면 다음과 같다.

$$H^+(aq) + OH^-(aq) \rightarrow H_2O(l)$$

중화 반응이 완전히 일어나려면 산이 내놓는 H^+과 염기가 내놓는 OH^-의 개수가 같아야 한다. 따라서 1몰당 n몰의 H^+을 내놓는 산과 1몰당 n'몰의 OH^-을 내놓는 염기가 반응하여 완전히 중화할 때, 일반적으로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$nMV = n'M'V'$$

(M: 산의 몰 농도, V: 산의 부피, M': 염기의 몰 농도, V': 염기의 부피)

(다) 1801년 영국의 과학자 돌턴은 서로 반응하지 않는 두 종류 이상의 기체가 섞여 있을 때 혼합 기체가 나타내는 전체 압력은 각 기체가 나타내는 압력의 합과 같다는 사실을 알아냈다. 이를 부분 압력 법칙이라고 한다. 혼합 기체의 전체 압력을 P, 각 기체의 분압을 P_A, P_B, P_C, ⋯라고 하면 부분 압력 법칙은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$P = P_A + P_B + P_C + \cdots$$

혼합물에서 각 물질의 양을 전체 양으로 나눈 값을 몰 분율이라고 한다. 혼합 기체에서 각 기체의 몰 분율을 각각 X_A, X_B라고 하면 각 기체의 분압은 각 기체의 몰

분율에 비례한다.

$$P_A = X_A P,\ P_B = X_B P$$

(라) A와 B가 반응하여 C와 D가 생성되는 일반적인 화학 반응에서 반응 속도(v)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

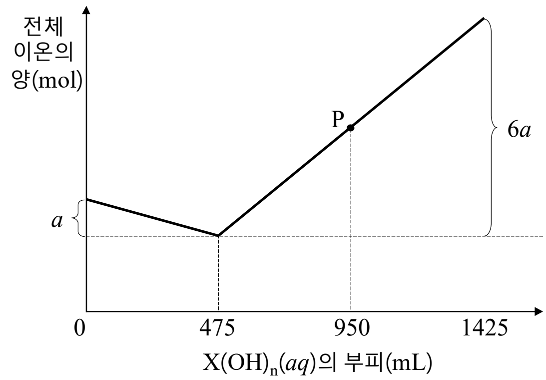
$$aA + bB \rightarrow cC + dD \text{ 에서}$$

$$v = k[A]^m[B]^n$$

이와 같이 반응 속도와 반응물의 농도 사이의 관계를 나타낸 식을 반응 속도식이라고 한다. 이때 k는 반응 속도 상수라고 불리는 비례 상수로, 반응물의 농도와는 관계없고 온도 및 촉매에 따라 변한다. 반응 속도식에서 농도의 지수인 m과 n을 반응 차수라고 한다. $m = 1$이면 이 반응은 A에 대하여 1차 반응, $n = 2$이면 B에 대하여 2차 반응이며, $(m+n)$을 이 반응의 전체 반응 차수라고 한다. 반응이 진행됨에 따라 반응물의 농도는 감소하며, 반응물의 농도가 감소하는 경향은 반응 차수에 따라 달라진다. 특히 반응물의 농도가 반으로 줄어드는 데 걸리는 시간을 반감기라고 하는데, 반감기는 반응 차수에 따라 다른 특성을 나타낸다.

하위 문항 1 [문제 4-1] <15점>

[문제 4-1] 아래 그림은 25 ˚C 에서 HCl(aq) 50 mL에 임의의 강염기 $X(OH)_n$ (aq)을 조금씩 넣었을 때 넣어 준 $X(OH)_n$ (aq)의 부피에 따른 혼합 용액 속 전체 이온의 양을 나타낸 것이다. 아래 그림과 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 넣어 준 강염기의 화학식을 제시하시오. 또한, P 지점에서의 pH가 13이라고 할 때 HCl(aq)의 초기 농도와 넣어 준 $X(OH)_n$ (aq)의 농도를 구하시오. (단, 온도는 일정하고, 25 ˚C에서 물의 이온화 상수(K_w)는 1.0×10^{-14}이며, 혼합 용액의 부피는 혼합 전 용액의 부피의 합과 같다.) **[15점]**



하위 문항 2 [문제 4-2] <20점>

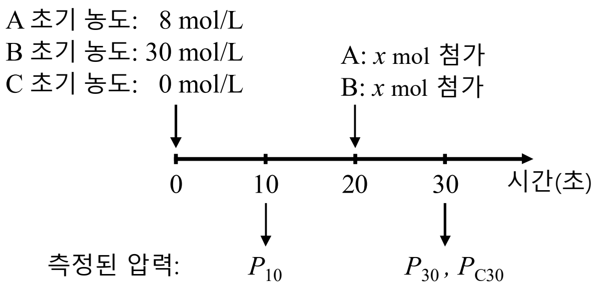
[문제 4-2] 다음은 임의의 기체 A와 기체 B가 반응하여 기체 C를 생성하는 화학 반응식이다.

$$a\,\mathrm{A}(g) + b\,\mathrm{B}(g) \rightarrow c\,\mathrm{C}(g)$$

이 반응은 A에 대한 1차 반응이며 반감기는 10초이다. 부피가 0.5 L이고 온도가 300 K로 일정하게 유지되는 강철 용기에서 서로 다른 초기 반응 조건으로 실험하여 그 결과를 아래의 표에 나타내었다.

실험	반응 전 초기 농도 (mol/L)			10초가 지난 후 A의 몰 분율
	A	B	C	
I	8	30	0	$\frac{2}{15}$
II	16	30	0	$\frac{4}{15}$

위의 두 실험 중 실험 I에서 반응을 시작한 지 20초가 되었을 때 반응 용기 안에 A와 B를 각각 x mol씩 첨가하였다. 실험 I에서 반응을 시작한 지 10초가 되었을 때 반응 용기 내부의 전체 압력이 P_{10}, 30초가 되었을 때 반응 용기 내부의 전체 압력과 C의 압력이 각각 P_{30}, P_{C30}이었다. P_{10}과 P_{30}은 같고 P_{C30}이 120 기압일 때 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 x를 구하고 화학 반응식을 완성하시오. (단, 기체 상수 R는 0.08 atm·L/(mol·K)이다.) **[15점]**



3. 출제 의도

본 논술 고사에서는 고등학교 '화학 I'과 '화학 II' 교육과정에 포함된 기본 개념의 통합적인 이해도 및 과학적 사고력을 평가하기 위한 문제를 다루며 화학 반응에서의 양적 관계, 산·염기의 중화 반응, 혼합 기체의 부분 압력 법칙, 반응 속도 및 반감기 등 고교 화학 교과 과정에서 핵심적으로 다루어지고 있는 다양한 내용을 명확하게 이해하고 통합적으로 사고할 수 있는지 물어보고자 한다. 산·염기 중화 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 화학 반응에서의 양적 관계를 이용하여 중화 반응에서의 전체 이온의 변화량을 이해하여야 한다. 또한, 반응물과 생성물이 모두 기체이고 반감기가 주어진 1차 반응에서, 시간에 따른 반응물과 생성물의 양을 분석적으로 이해하고 혼합 기체의 부분 압력 법칙과 연계지어 화학 반응식을 완성할 수

있어야 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

‘교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정’ 을 바탕으로 작성

		영역별 내용
제시문	(가)	화학 Ⅰ (1) 화학의 언어 (146쪽) [12화학Ⅰ01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	(나)	화학 Ⅰ (4) 역동적인 화학 반응 (150쪽) [12화학Ⅰ04-03] 산・염기 중화 반응을 이해하고, 산・염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
	(다)	화학 Ⅱ (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학Ⅱ01-03] 혼합 기체에서 몰 분율을 이용하여 분압의 의미를 설명할 수 있다.
	(라)	화학 Ⅱ (3) 반응 속도와 촉매 (160쪽) [12화학Ⅱ03-01] 화학 반응의 속도가 다양하다는 것을 알고, 화학 반응 속도를 계산할 수 있다. [12화학Ⅱ03-03] 1차 반응의 반감기를 구할 수 있다.
하위문항	4-1	제시문 (가), (나)의 내용과 동일
	4-2	제시문 (다), (라)의 내용과 동일

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 Ⅰ	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (가): p. 39-44 제시문 (나): p. 161-168
	화학 Ⅰ	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (가): p. 36-41 제시문 (나): p. 164-169
	화학 Ⅰ	노태희 외 6인	㈜천재교육	2019	제시문 (가): p. 30-36 제시문 (나): p. 173-177
	화학 Ⅰ	박종석 외 7인	㈜비상교육	2020	제시문 (가): p. 34-39 제시문 (나): p. 159-161
	화학 Ⅰ	강대훈 외 3인	㈜와이비엠	2020	제시문 (가): p. 47-53 제시문 (나): p. 185-187
	화학 Ⅰ	황성용 외 3인	㈜동아출판	2020	제시문 (가): p. 39-43 제시문 (나): p. 175-178
	화학 Ⅰ	이상권 외 7인	㈜지학사	2019	제시문 (가): p. 34-39 제시문 (나): p. 168-171

	화학 Ⅰ	하윤경 외 5인	㈜금성출판사	2019	제시문 (가): p. 34-38 제시문 (나): p. 162-165
	화학 Ⅱ	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (다): p. 26-27 제시문 (라): p. 136-142
	화학 Ⅱ	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (다): p. 26-27 제시문 (라): p. 144-147
	화학 Ⅱ	노태희 외 6인	㈜천재교육	2019	제시문 (다): p. 21-22 제시문 (라): p. 142-146
	화학 Ⅱ	박종석 외 7인	㈜비상교육	2020	제시문 (다): p. 18-19 제시문 (라): p. 123-125
	화학 Ⅱ	이상권 외 7인	㈜지학사	2019	제시문 (다): p. 23-24 제시문 (라): p. 150-153
	화학 Ⅱ	장낙한 외 9인	㈜상상아카데미	2020	제시문 (다): p. 27-30 제시문 (라): p. 151-154

5. 문항 해설

제시문의 내용은 화학 반응에서의 양적 관계, 산・염기의 중화 반응, 혼합 기체의 부분 압력 법칙, 화학 반응 속도 및 반감기에 대한 것으로 고등학교 교과서 ‘화학 Ⅰ’과 ‘화학 Ⅱ’의 내용을 기반으로 하였으며 고등학교 과학과 교육과정 범위 내에 포함되어 있다. 하위 문항 [문제 4-1]과 [문제 4-2]에서는 이 제시문의 내용을 근거로 하여 고등학교 화학 교과 과정에서 중요하게 다루어지는 여러 가지 개념을 연계하여 통합적으로 이해하고 있는지 물어본다.
하위 문항 첫 번째 [문제 4-1]은 산과 염기의 중화 반응에서 물이 생성된다는 것을 알고, 중화 반응에서의 양적 관계를 이용하여 전체 이온의 양이 어떻게 변화할지 분석하고 이해하는지 물어보는 문제이다. 강산에 강염기를 조금씩 넣어주는 경우, 중화점 전과 후로 넣어준 염기의 부피에 따른 전체 이온의 양이 변화하는 정도가 달라진다는 것을 이해하여 중화점을 찾아내어야 한다. 그리고 중화점에서 수소 이온의 농도와 수산화 이온의 농도가 같다는 것을 알고, 이를 바탕으로 산과 염기의 농도를 계산할 수 있어야 한다.
하위 문항 두 번째 [문제 4-2]는 1차 반응이면서 반응물과 생성물이 모두 기체인 화학 반응에서, 1차 반응의 반응 속도와 혼합 기체의 부분 압력 법칙을 연계지어 통합적으로 사고할 수 있는지 물어보는 문제이다. 1차 반응의 경우 반감기가 지날 때마다 반응물이 반씩 줄어든다는 것을 알고, 이를 이용하여 시간에 따른 반응물과 생성물의 양적 관계를 도출해 낼 수 있어야 한다. 또한, 반응물을 반응 도중 첨가한 경우에 반응물과 생성물의 양이 각각 어떻게 변화하는지 반감기와 화학 반응의 양적 관계를 이용하여 구해보고, 이를 부분 압력 법칙으로 구한 생성물의 몰 분율과 연계지어 문제에서 주어진 화학 반응식을 완성할 수 있어야 한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	[채점 요소] 산・염기 중화 반응에서의 양적 관계를 이해하여, $HCl(aq)$에 넣어준 강염기 $X(OH)_n(aq)$의 부피에 따른 전체 이온의 변화량으로부터 염기의 화학식을 찾아내고, $HCl(aq)$의 초기 농도와 넣어준 $X(OH)_n(aq)$의 농도를 알아낼 수 있는가? [예시 답안] 7번 참조 [채점 준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.	15

	1) 중화점 전후의 전체 이온 수의 변화량을 고려하여 $n=2$임을 보이면 +7점. 2) 염산의 초기 농도가 2 M임을 바르게 구하면 +4점. 3) 넣어준 염기의 농도가 $\frac{2}{19}$M임을 바르게 구하면 +4점. ※ 계산을 잘못하면 -1점. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2점 추가 점수 부여 가능함.	
4-2	[채점 요소] 1차 반응이면서 반응물과 생성물이 모두 기체인 화학 반응의 양적 관계를 이해하고 반감기와 혼합 기체의 부분 압력 법칙을 이용하여 화학 반응식을 완성할 수 있는가? [예시 답안] 7번 참조 [채점 준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다. 1) 1차 반응의 시간에 따른 농도 변화를 이해하여 반응 계수 *a*, *b*, *c* 간의 관계를 바르게 제시하면 +5점. (실험 I, II 중 하나만 사용해도 무방함) 2) 1차 반응의 양적 관계를 이해하여 첨가해준 몰수 *x*를 바르게 계산하면 +6점. 3) 부분 압력 법칙으로 구한 C의 몰 분율을 이용하여 화학 반응식을 바르게 완성하면 +4점. ※ 계산을 잘못하면 -1점. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ±2점 추가 점수 부여 가능함.	15

7. 예시 답안

[화학, 문제 4-1 예시답안]

▶ $HCl(aq)$과 $X(OH)_n(aq)$의 중화 반응에 대한 화학 반응식은 다음과 같다.

$$n\,HCl(aq) + X(OH)_n(aq) \rightarrow n\,H_2O(l) + X^{n+}(aq) + n\,Cl^-(aq)$$

▶ 중화점 전에는 넣어준 $X(OH)_n$ 하나당 1개의 X^{n+}과 n개의 OH^-이 생기고, n개의 물이 생성되면서 n개의 H^+과 n개의 OH^-이 사라진다. 따라서 넣어준 $X(OH)_n$ 하나당 총 이온 수의 변화량($\triangle N_{전}$)은 (1+n) - (n +n) = <u>1-n</u> 이다.

반면, 중화점 후에는 넣어준 $X(OH)_n$ 하나당 1개의 X^{n+}과 n 개의 OH^-이 생기고, 물이 더 이상 생성되지 않기 때문에 사라지는 이온은 없다. 따라서 넣어준 $X(OH)_n$ 하나당 총 이온 수의 변화량($\triangle N_{후}$)은 (1+n) - 0 = <u>1+n</u> 이다

▶ 문제에서 주어진 그래프로부터 중화점 전과 후에서 넣어준 $X(OH)_n$ 1몰당 총 이온 수의 변화량은 다음과 같다.

전: 넣어준 $X(OH)_n$ 1몰당 총 이온 수의 변화량 = $\dfrac{-a\text{몰}}{[X(OH)_n] \times 0.475\,L}$

후: 넣어준 $X(OH)_n$ 1몰당 총 이온 수의 변화량 = $\dfrac{6a\text{몰}}{[X(OH)_n] \times (1.425-0.475)L}$

$= \dfrac{3a\text{몰}}{[X(OH)_n] \times 0.475\,L}$

즉, 같은 몰수의 $X(OH)_n$이 추가될 때 중화점 전에는 총 이온 수가 감소하고, 중화점 후에는 총 이온 수가 증가하는데 그 변화량이 중화점 후가 중화점 전에 비교하여 3배 크다는 것을 알 수

있다.

따라서 $\frac{\triangle N_{후}}{\triangle N_{전}} = \frac{1+n}{1-n} = -3$ 이고, 이 식을 풀면 $n = 2$임을 알 수 있으므로 넣어준 강염기의 화학식은 $X(OH)_2$이다.

▶ P 지점에서의 pH가 13이므로 $[H^+] = 10^{-13}$ mol/L 이고, $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H^+]} = 0.1$ mol/L 이다. P 지점에서의 용액의 부피는 $V_p = V_{HCl} + V_{X(OH)2} =$ 50 mL+950 mL = 1000 mL 이므로, 이때 OH^- 의 몰수는 다음과 같다.

$n_{OH^-} = [OH^-] \times V_p = 0.1$ mol/L × 1L = 0.1 mol

중화점까지 추가된 OH^-은 중화 반응으로 사라지기 때문에, 중화점에서부터 P 지점까지 추가된 OH^-의 몰수가 0.1 mol 이라고 할 수 있다. 이때 들어간 $X(OH)_2(aq)$의 부피는 950 – 475 = 475 mL이므로 $X(OH)_2$ (aq)에는 부피 475 mL당 0.1 mol의 OH^-이 존재한다.

한편, 중화점까지 $X(OH)_2$ (aq)는 475 mL가 들어갔기 때문에 중화된 OH^-의 몰수가 0.1 mol이라는 것을 알 수 있다. 이는 초기에 존재한 H^+의 몰수와 같다. 따라서 $HCl(aq)$의 초기 몰 농도를 x M이라고 할 때, 다음의 식이 성립한다.

$x \text{ M} \times 0.05 \text{ L} = 0.1 \text{ mol}$

위 식을 풀면 $x = 2$라는 것을 알 수 있으므로 $HCl(aq)$의 초기 농도는 2 M이다.

▶ $X(OH)_2(aq)$의 몰 농도를 yM이라고 할 때 중화점에서 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$n_{HCl}M_{HCl}V_{HCl} = n_{X(OH)_2}M_{X(OH)_2}V_{X(OH)_2}$$

$$1 \times 2 \text{ M} \times 0.05 \text{ L} = 2 \times y \text{ M} \times 0.475 \text{ L} \qquad \therefore y = \frac{2}{19}$$

따라서 넣어준 $X(OH)_2(aq)$의 농도는 $\frac{2}{19}$ M이다.

[화학, 문제 4-2 예시답안]

▶ 풀이 과정의 편의를 위해 주어진 반응식을 아래와 같이 변형한다.

$a\,\mathrm{A}(g)$ + $b\,\mathrm{B}(g) \rightarrow c\,\mathrm{C}(g)$

$\mathrm{A}(g)$ + $b'\mathrm{B}(g) \rightarrow c'\mathrm{C}(g)$ ($b' = \dfrac{b}{a}$, $c' = \dfrac{c}{a}$)

▶ 각 실험에서 시간에 따라 변화하는 A, B, C의 몰 농도와 A의 몰 분율은 다음과 같다.

		$\mathrm{A}(g)$	+	$b'\mathrm{B}(g)$	→	$c'\mathrm{C}(g)$	A의 몰분율
실험 I	반응 전 (M)	8		30		0	
	변화량 (M)	-4		$-4b'$		$+4c'$	
	10 초 후 (M)	4		$30-4b'$		$4c'$	$\dfrac{4}{34-4b'+4c'}$
실험 II	반응 전 (M)	16		30		0	
	변화량 (M)	-8		$-8b'$		$+8c'$	
	10 초 후 (M)	8		$30-8b'$		$8c'$	$\dfrac{8}{38-8b'+8c'}$

실험 I, II에서 10초가 지난 후 A의 몰 분율은 각각 $\dfrac{2}{15}$, $\dfrac{4}{15}$이다. 이를 이용하면 모든 실험에서 $\underline{b'-1=c'}$ (혹은 $b-a=c$)의 관계식이 얻어지는 것을 알 수 있다.

▶ 새로운 식 $\mathrm{A}(g) + b'\mathrm{B}(g) \rightarrow (b'-1)\mathrm{C}(g)$를 이용해 문제에서 묻고 있는 실험 I의 진행 상황에 따라 반응물과 생성물의 농도 변화를 표시하면 다음과 같다.

	$\mathrm{A}(g)$	+	$b'\mathrm{B}(g)$	→	$(b'-1)\mathrm{C}(g)$
반응 전 (M)	8		30		0
변화량 (M)	-4		$-4b'$		$+4(b'-1)$
10 초 후 (M)	4		$30-4b'$		$4(b'-1)$
변화량 (M)	-2		$-2b'$		$+2(b'-1)$
20 초 후 (M)	2		$30-6b'$		$6(b'-1)$
A, B x mol 씩 첨가(M)	$+2x$		$+2x$		
첨가 후 (M)	$2(1+x)$		$30-6b'+2x$		$6(b'-1)$
변화량 (M)	$-(1+x)$		$-b'(1+x)$		$+(b'-1)(1+x)$
30 초 후 (M)	$(1+x)$		$30-6b'+2x-b'(1+x)$		$6(b'-1)+(b'-1)(1+x)$

반응을 시작한지 10초가 되었을 때 A의 농도는 4 M이고, 이때 A의 몰분율은 $\dfrac{2}{15}$이므로 전체 농도는 30 M이 된다.

반응을 시작한지 30초가 되었을 때 A, B, C의 전체 농도는 다음과 같다.

$$(1+x)+\{30-6b'+2x-b'(1+x)\}+\{6(b'-1)+(b'-1)(1+x)\}=24+2x$$

10초에서의 전체 압력과 30초에서의 전체 압력이 같다고 했기 때문에 일정 온도에서 10초에서의 전체 농도와 30초에서의 전체 농도가 같다고 할 수 있다. 즉, $30=24+2x$ 이 된다. 따라서 20초에 첨가해 준 $\underline{\text{몰수 } x\text{는 } 3\text{ mol}}$이다.

▶ x = 3을 넣어 30초에서의 반응물과 생성물의 양을 정리하면 다음과 같다.

	A(g)	+	b'B(g)	→	($b'-1$)C(g)
30 초 후 (M)	$1+3$ $=4$		$30-6b'+2\times3-b'(1+3)$ $=36-10b'$		$6(b'-1)+(b'-1)(1+3)$ $=10b'-10$

30초에서의 전체 농도가 30 M이기 때문에, C의 몰 분율은 $\frac{10b'-10}{30}=\frac{b'-1}{3}$이다. 이때 전체 압력은 $P=\frac{n}{V}RT$ = $30\,\mathrm{M}\times0.08\,\mathrm{atm}\cdot\mathrm{L}/(\mathrm{mol}\cdot\mathrm{K})\times300\,\mathrm{K}=720\,\mathrm{atm}$이고, C의 압력이 $120\,\mathrm{atm}$으로 주어졌기 때문에 부분 압력 법칙을 이용하여 C의 몰 분율을 구하면 다음과 같다.

$$X_C=\frac{P_C}{P}=\frac{120\,\mathrm{atm}}{720\,\mathrm{atm}}=\frac{1}{6}$$

따라서 $\frac{b'-1}{3}=\frac{1}{6}$의 관계가 성립하므로 $b'=1.5$가 얻어지고, $c'=b'-1$이므로 $c'=0.5$가 얻어진다. 따라서 문제에서 주어진 화학 반응식을 완성하면 다음과 같다.

A(g) + b'B(g) → c'C(g)

A(g) + 1.5 B(g) → 0.5 C(g)

2 A(g) + 3 B(g) → C(g)

문항카드 23

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열Ⅲ(수학) / 문제 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	확률변수, 확률분포, 기댓값
예상 소요 시간	15분	

2. 문항 및 제시문

[수학]

[문제 1] 주사위를 네 번 던지는 실험을 할 때, 처음으로 6의 눈이 나올 때까지 던졌던 횟수를 확률변수 X로 정의한다. 만약 네 번 던지는 동안 6의 눈이 나오지 않는 경우는, $X=5$로 정의한다. 예를 들어, 주사위의 눈이 순서대로 $4,1,6,2$로 나오면 $X=3$이 된다. 주사위를 두 번째 던졌을 때 처음으로 5의 눈이 나왔다고 하자. 이때 X의 기댓값을 구하시오. **[20점]**

3. 출제 의도

주어진 상황에서 확률변수가 가지는 값을 이해하고 관련된 확률을 이끌어 내기 위한 능력은 중요하다. 특히, 반복된 실험에서 동일한 확률 구조를 가지지 않는 경우 확률 계산에서 이해력이 요구된다. 확률변수의 기댓값은 확률변수의 성질을 파악하기 위한 중요한 값이다. 본 문제에서는 이산확률변수 및 그 확률분포를 이용하여 기댓값을 계산하는 능력을 평가한다. 본 문제는 이산확률변수의 기댓값에 대한 이해도를 평가하며 난이도는 ‘중,하’ 정도로 볼 수 있다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2015-74호 [별책 8] 수학과 교육과정
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
성취기준	3. 통계 [12확통03-01] 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다. [12확통03-02] 이산확률변수의 기댓값(평균)과 표준편차를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	배종숙 외	금성출판사	2019	93-98, 99-103
	확률과 통계	류희찬 외	천재교과서	2019	80-84, 85-92

	확률과 통계	권오남 외	교학사	2019	82-88, 89-95

5. 문항 해설

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 $1, 3, 4, 5$ 중 하나이다. 또한, 주사위를 두 번째 던졌을 때 처음으로 5의 눈이 나왔으므로, 첫 번째는 5가 아니며 두 번째에 5의 눈이 나온 것이다. 따라서, $X = 1$일 확률은 $\frac{1}{5}$이며, $X = 3$일 확률은 $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$이다. 세 번째에 6의 눈이 나올 확률은 5의 눈에 대한 제약이 없으므로 $\frac{1}{6}$이기 때문이다. $X = 4$일 확률은 $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$이다. 세 번째에 6의 눈이 나오지 않을 확률은 $\frac{5}{6}$이기 때문이다. $X = 5$일 확률은 $\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)$이 된다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	[채점요소] 확률변수가 가지는 값을 이해하고 확률분포를 계산할 수 있는가? 확률변수의 기댓값을 계산할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 1. 확률변수 X의 확률분포를 바르게 계산한 경우: +16점 ($X = 1, 3, 4, 5$의 각 확률값을 바르게 계산한 경우, 각각 4점씩) 1. X의 기댓값을 X가 가지는 값과 확률을 곱하고 더하여 바르게 계산한 경우: +4점 (계산결과가 틀렸어도 기댓값의 구조를 정확하게 이해하고 있는 경우: +2점) ※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함.	20

7. 예시 답안

주사위를 두 번째 던졌을 때 처음으로 5의 눈이었을 때, X의 확률분포는 아래와 같다.

확률변수 X	1	3	4	5	계
확률	$\frac{1}{5}$	$\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$	$\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{1}{6}\right)$	$\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)$	1

⇩

보조계산1	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$	$\frac{20}{180}=\frac{1}{9}$	$\frac{100}{180}=\frac{5}{9}$	1
보조계산2	$\frac{36}{180}$	$\frac{24}{180}$	$\frac{20}{180}$	$\frac{100}{180}$	1

따라서, X의 기댓값 $=1\left(\frac{1}{5}\right)+3\left(\frac{2}{15}\right)+4\left(\frac{1}{9}\right)+5\left(\frac{5}{9}\right).$

$$=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{4}{9}+\frac{25}{9}$$

$$=\frac{9+18+20+125}{45}$$

$$=\frac{172}{45}$$

문항카드 24

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열Ⅲ(수학) / 문제 [2-1], 문제 [2-2]	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ 문제 2-2: 미적분, 수학 Ⅱ
	핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 삼차방정식, 음함수 미분 문제 2-2: 부분적분, 다항식
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$가 $x=c$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(c, f(c))$에서의 접선의 방정식은 $y-f(c)=f'(c)(x-c)$이다.
- 직선 $y=mx+n$이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ라고 하면 $\tan\theta=m$이다.
- 각 α와 β에 대하여 다음 식이 성립한다.

  $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta,\qquad \tan(\alpha-\beta)=\dfrac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$
- 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능하고 극값을 가지면 $f'(a)=0$이다.

[문제 2-1] 좌표평면 위의 원 $(x-1)^2+y^2=1$과 원 $x^2+y^2=t^2$의 교점 중 $y\geq 0$인 점을 $\mathrm{P}(t)$라고 하자. 점 $\mathrm{P}(t)$에서 두 원의 접선이 이루는 각을 $\theta(t)$라고 할 때, 정적분 $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2}\{\tan\theta(t)\}^2dt$의 값을 구하시오. (단, $\sqrt{2}\leq t\leq 2$이고 $0\leq\theta(t)\leq\dfrac{\pi}{2}$이다.) **[10점]**

[문제 2-2] 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 이등변 삼각형 ABC가 있다. $\overline{\mathrm{BC}}=x$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=y$라 할 때, x^3e^{-2y}의 최댓값을 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

[문제 2-1] 원의 방정식을 이용하여 그래프를 그릴 수 있는지 평가한다. 미분을 활용하여 접선의 방정식을 구하는 과정을 묻는다. 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여 직선이 이루는 각을 구할 수 있는지를 평가한다.

[문제 2-2] 삼각형의 각도와 변 사이의 관계식을 삼각함수를 이용해 표현할 수 있는지를 묻는다. 미분을 활용해서 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 2-1	(2) 기하 ③ 원의 방정식 [10수학I 02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II 02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [12수학II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
문제 2-2	(3) 적분 ② 정적분 [12수학II 03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다. (2) 미분법 ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적 02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 II	황선욱 외 8인	미래엔	2019	73
	수학 I	배종숙 외 6안	금성출판사	2020	79
	미적분	권오남 외 14인	교학사	2020	65
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	68
	수학 II	김원경 외 14인	비상교육	2019	83

5. 문항 해설

문제 2-1

원의 방정식에 음함수 정리를 적용하면 접선의 방정식을 얻을 수 있다. 그리고 탄젠트의 덧셈정리를 이용하면 두 직선 사이의 각도를 구할 수 있다. 본 문항에서는 이 내용을 이해하여 두

개의 원이 주어진 상황에서 두 접선이 이루는 각도를 구할 수 있는 묻는 문제이다. 덧붙여 간단한 정적분을 계산할 수 있는 지도 평가한다.

문제 2-2

본 문항은 이등변 삼각형의 기본적인 성질을 이용해 각과 변 사이의 관계를 삼각함수로 표현할 수 있는지를 묻는다. 그리고 미분을 활용해서 최대최소 문제를 해결할 수 있는지도 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	두 원의 교점을 찾아 두 접선의 기울기 $-\frac{t}{\sqrt{4-t^2}}$, $-\frac{t^2-2}{t\sqrt{4-t^2}}$를 얻으면 +4점. 탄젠트 함수의 덧셈정리를 이용하여 $\tan\theta(t)=\frac{\sqrt{4-t^2}}{t}$를 얻으면 +4점. 적분을 계산하여 정답 $3\sqrt{2}-4$를 얻으면 +2점.	10
2-2	이등변 삼각형의 성질을 이용하여 함수 $y^3(4-y^2)^{\frac{3}{2}}e^{-2y}$를 얻으면 +5점. 도함수를 계산하여 도함수가 0인 $y=1$를 찾으면 +5점. $y=1$을 대입하여 최댓값 $3\sqrt{3}e^{-2}$을 얻으면 +5점.	15

7. 예시 답안

[문제 2-1]

$1=(x-1)^2+y^2=x^2-2x+1+y^2$를 전개한 후, $x^2+y^2=t^2$를 대입하여 교점 $\mathrm{P}\left(\frac{t^2}{2},\frac{t}{2}\sqrt{4-t^2}\right)$를 구한다. $t=2$일 때는 두 원의 접선이 일치하므로 $\tan\theta(t)=0$이다. $\sqrt{2}\le t<2$이라고 하고, 원의 방정식 $x^2+y^2=t^2$에 음함수 미분을 적용하여 점 P에서의 접선의 기울기

$$2x+2y\frac{dy}{dx}=0 \Rightarrow m_1=-\frac{x}{y}=-\frac{t}{\sqrt{4-t^2}}$$

를 구한다. 마찬가지로 원의 방정식 $(x-1)^2+y^2=1$에 음함수 미분을 적용하여 접선의 기울기

$$2(x-1)+2y\frac{dy}{dx}=0 \Rightarrow m_2=-\frac{x-1}{y}=-\frac{t^2-2}{t\sqrt{4-t^2}}$$

를 구한다. 따라서 탄젠트 함수의 덧셈정리에 의해 두 접선이 이루는 각 $\theta(t)$는

$$\tan\theta(t)=\frac{m_2-m_1}{1+m_2m_1}=\frac{\sqrt{4-t^2}}{t}$$

로 주어진다. (보충설명: 위 식은 $t=2$일 때도 성립하므로 $t=2$도 포함한다. 실제 그림을 그려보면 $\tan(\theta(2))=0$이다. 또한, 여기서 조건 $\sqrt{2}\le t\le 2$에 의해 $\tan(\theta(t))$가 0과 1사이이므로 $\theta(t)$는 예각임을 확인할 수 있다)

마지막으로 위에서 얻은 식을 대입하여 적분을 계산하여 정답을 얻는다.

$$\int_{\sqrt{2}}^{2}\tan^2\theta(t)dt=\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{4-t^2}{t^2}dt=\left[-\frac{4}{t}-t\right]_{\sqrt{2}}^{2}=3\sqrt{2}-4$$

[문제 2-2]

각 BAC를 α, 각 ABC를 β라 하자. 사인법칙을 이용하면 $\sin\alpha=\frac{x}{2}$, $\sin\beta=\frac{y}{2}$임을 알 수 있다. 그런데 여기서 삼각형 ABC가 이등변 삼각형이므로 $\alpha+2\beta=\pi$를 만족하므로 $\sin(2\beta)=\frac{x}{2}$인데, 이 식에 사인함수의 덧셈공식을 적용하면

$$x=2\sin(2\beta)=4\sin\beta\cos\beta=2y\sqrt{1-\frac{y^2}{4}}=y\sqrt{4-y^2}$$

(또는 $y^4-4y^2+x^2=0$)임을 알 수 있다. 따라서

$$x^3e^{-2y}=y^3(4-y^2)^{\frac{3}{2}}e^{-2y}$$

이다. 위 식을 y에 대한 함수로 보고 미분을 하면,

$$2y^2\sqrt{4-y^2}\,e^{-2y}(y-1)(y^2-2y-6)$$

가 된다. y의 범위가 $0\le y\le 2$이므로 구간 내에서 도함수가 0인 경우는 $y=1$일 때 이다. (구간 내에서 y^2-2y-6은 0이 아니다.)

경계 $y=0$, $y=2$일 때 $y^3(4-y^2)^{\frac{3}{2}}e^{-2y}$의 값을 체크해서 $y=1$일 때 최댓값 $3\sqrt{3}e^{-2}$을 얻는다는 결론을 내린다.

[문제 2-2 별해1]

각 BAC를 θ로 두는 경우, 문제의 조건과 삼각함수의 성질로부터 $1\cdot\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=\frac{y}{2}$와 $y\cdot\cos\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)=\frac{x}{2}$를 얻고, $y=2\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$와 $x=2y\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=4\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$로 정리한 후 x^3e^{-2y}에 대입한다. 이렇게 얻은 함수를 θ에 대한 함수로 보고 $f(\theta)$라 하자.

$$f(\theta)=x^3e^{-2y}=64\sin^3\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^3\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{-4\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

$f(\theta)$의 최댓값을 찾기 위해 도함수

$$f'(\theta)=32\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{-4\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}\left\{3\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)-3\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+4\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\}$$

를 구한 다음, 방정식

$$3\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)-3\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)+4\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)=0$$

을 풀어서 θ에 대한 도함수가 0인 $\theta=\frac{2\pi}{3}$를 구한다. θ의 범위의 경계값 $\theta=0,\pi$에서 $f(0)=f(\pi)=0$이고 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=3\sqrt{3}e^{-2}$이므로 최댓값은 $3\sqrt{3}e^{-2}$이다.

[문제 2-2 별해2]

각 ABC 또는 각 ACB를 θ로 두는 경우, 문제의 조건과 삼각함수의 성질로부터 $y=2\sin\theta$와 $x=2y\cos\theta=4\sin\theta\cos\theta$를 얻고 x^3e^{-2y}에 대입하여 함수

$$f(\theta)=x^3e^{-2y}=64(\sin^3\theta)(\cos^3\theta)e^{-4\sin\theta}$$

를 얻는다. 별해1과 마찬가지로 도함수

$$f'(\theta)=-64(\sin^2\theta)(\cos^2\theta)e^{-4\cos\theta}\left\{-3\cos^2\theta+3\sin^2\theta+4\sin\theta\cos^2\theta\right\}$$

를 구한 다음, 방정식

$$-3\cos^2\theta+3\sin^2\theta+4\sin\theta\cos^2\theta=0$$

을 풀어서 θ에 대한 도함수가 0인 $\theta=\frac{\pi}{6}$를 구한다. θ의 범위의 경계값 $\theta=0,\pi$에서 $f(0)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$이고 $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=3\sqrt{3}e^{-2}$이므로 최댓값은 $3\sqrt{3}e^{-2}$이다.

문항카드 25

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 III(수학) / 문제 [3-1], 문제 [3-2]	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 3-1: 미적분 문제 3-2: 수학 I, 수학 II
	핵심 개념 및 용어	문제 3-1: 정적분의 활용 문제 3-2: 수열의 합, 극대와 극소
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(x) \geq 0$이면, 정적분 $\int_a^b f(x)dx$ 는 곡선 $y=f(x)$, 직선 $x=a$, 직선 $x=b$와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타낸다.

- 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $x=g(t)$로 놓으면, 다음 식이 성립한다.
$$\int f(x)dx = \int f(g(t))g'(t)dt$$

- 수열 $\{a_k\}$, $\{b_k\}$와 상수 c에 대하여, 다음 식이 성립한다.
$$\sum_{k=0}^{n}(ca_k+b_k) = c\sum_{k=0}^{n}a_k + \sum_{k=0}^{n}b_k$$

[문제 3-1] 두 곡선 $y=x^4$과 $y=\dfrac{2}{1+x^2}$로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. **[10점]**

[문제 3-2] $a_0=3$이고 자연수 i에 대하여 $a_i=3-i$인 수열이 있다. 음이 아닌 정수 n에 대하여 $b_n=\sum_{k=0}^{n}a_{n-k}a_k$라 할 때, b_n의 최솟값을 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

문제 3-1

좌표평면에서 두 곡선의 위치관계를 파악하고 교점을 구할 수 있는지 평가한다. 또한, 두 곡선 사이의 넓이를 적분법을 활용하여 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

문제 3-2
등차수열의 곱으로 표현된 급수를 잘 구할 수 있는지 평가한다. 그리고 급수의 합을 통해 구해진 n에 대한 3차 방정식의 최솟값을 그래프의 개형, 특히 극솟값을 통해 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책 8]
문항 및 제시문	학습내용 성취 기준
문제 3-1	(3) 적분법 ② 정적분의 활용 [12미적03-05]곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
문제 3-2	(3) 수열 ② 수열의 합 [12수학I 03-05]여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 구할 수 있다. (2) 미분 ③ 도함수의 활용 [12수학II 02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분	박교식 외 19인	동아출판	2019	156
	미적분	이준열 외 7인	천재교육	2019	168
	수학 I	배종숙 외 6인	㈜금성출판사	2019	143
	수학 I	이준열 외 9인	천재교육	2019	141
	수학 II	고성은 외 6인	좋은책 신사고	2019	80
	수학 II	이준열 외 9인	천재교육	2019	83

5. 문항 해설

문제 3-1
좌표평면에서 두 곡선의 위치관계를 파악하고 교점을 구할 수 있는지 평가한다. y의 4차 방정식이지만 y^2에 대한 2차 방정식이 나와서 인수분해를 통해서 y의 값을 구할 수 있고 교점의 x값도 구할 수 있다. 또한, 두 곡선 사이의 넓이를 적분법을 활용하여 구할 수 있는지 평가하는 문제이다.

문제 3-2
등차수열의 곱으로 표현된 급수를 잘 구할 수 있는지 평가한다. 그리고 급수의 합을 통해 구해진 n에 대한 3차 방정식의 최솟값을 그래프의 극소를 통해 구할 수 있는지 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 3-1	● 교점을 구하여 적분 구간이 $[-1,1]$이다. +3점 ● 적분식을 구성한다. +3점 ● $\int_0^1 \frac{2}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{2}$와 $\int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5}$ 구해서 $\pi - \frac{2}{5}$ 구하면 +4점	10
문제 3-2	● $b_n = \frac{1}{6}(n^3 - 18n^2 + 35n + 54)$을 구한다. +5점 ● 그래프의 개형을 고려해서 $n=9,10,11,12$ 조사한다. 아니면 미분 등을 이용하여 $n=10,11$ 조사한다. +7점 ● $b_{11} = -68$ 구하면 +3점	15

7. 예시 답안

[문제 3-1]

교점을 구하자. $x^4(1+x^2)=2$ 이고 $x^2=t$로 쓰면 $t^2(1+t)=2$이 되고 $t=1$이다. 주어진 영역의 넓이는 아래와 같다.

$$\int_{-1}^{1}\left\{\frac{2}{1+x^2}-x^4\right\}dx = 2\int_0^1\left\{\frac{2}{1+x^2}-x^4\right\}dx$$

$\int_0^1 \frac{2}{1+x^2}dx = \frac{\pi}{2}$이고 $\int_0^1 x^4 dx = \frac{1}{5}$이므로 정답은 $\pi - \frac{2}{5}$이다.

[문제 3-2]

$b_n = \frac{1}{6}(n^3 - 18n^2 + 35n + 54) = \frac{1}{6}(n+1)(n^2 - 19n + 54)$이다.

삼차함수 $f(x) = \frac{1}{6}(x+1)(x^2 - 19x + 54)$의 그래프의 개형을 고려해 보자. 근이 $x = -1$, $\frac{19-\sqrt{145}}{2} \approx 3.5$, $\frac{19+\sqrt{145}}{2} \approx 15.5$이므로 $n = 4, 5, \cdots, 15$일 때 b_n이 음수가 나온다. 그래프의 개형을 고려해서 $n = 9, 10, 11, 12$인 경우만 조사해 보면 된다.

최솟값의 위치를 찾는 다른 방법으로 $f(x)=\frac{1}{6}(x+1)(x^2-19x+54)$를 미분하면 $f'(x)=0$의 근이 $6-\frac{\sqrt{219}}{3}$, $6+\frac{\sqrt{219}}{3}$이고 $10<6+\frac{\sqrt{219}}{3}<11$이므로 $n=10, 11$만 체크해도 된다. $b_{10}=-66$이고 $b_{11}=-68$이므로 최솟값은 -68이다.

문항카드 26

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 Ⅲ(생명과학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	유전, 가계도, 항상성과 몸의 조절, 생식, 유전
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 가계도는 한 가계의 유전 형질을 조사하여 기호로 나타낸 것으로, 집안의 유전 형질을 조사할 때 주로 이용되는 유전 연구 방법이다. 사람의 형질 가운데 혀 말기, 쌍꺼풀, 귓불 등과 같은 형질은 한 쌍의 대립유전자가 하나의 형질을 결정하는 단일 인자 유전 형질이다. 단일 인자 유전 형질의 유전자가 상염색체에 있는 경우, 가계도 분석을 통하여 그 형질이 우성인지 열성인지 쉽게 확인할 수 있다. 형질을 결정하는 유전자가 X 염색체에 있어서 유전자가 발현되는 빈도가 성에 따라 달라지는 유전 현상을 반성 유전이라고 한다. 어떤 형질을 나타내는 유전자가 Y 염색체에 있으면 항상 남자에게만 그 형질이 유전된다.

(나) 항체는 항원을 인식하는 부위를 가지고 있어 그 인식 부위에 맞는 항원과만 결합한다. 이러한 특성을 항원 항체 반응의 특이성이라고 한다. 항체는 특정 항원에 대해서만 반응하므로 이를 이용하여 혈액형을 판정하거나 질병을 진단할 수 있다. 예를 들면, 적혈구 표면의 응집원(A, B)과 혈청 속의 응집소(α, β) 사이에서 일어나는 혈액의 응집 반응으로 혈액형을 판정할 수 있다.

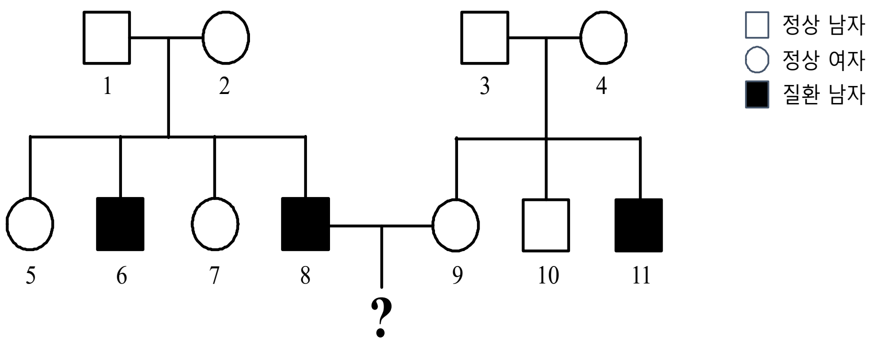
(다) 사람처럼 유성 생식을 하여 자손을 만드는 생물은 부모의 염색체 중 절반이 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 따라서 세대를 거듭해도 생물 종의 염색체 수와 유전 물질 양은 부모와 같게 유지된다. 생식세포는 정소와 난소 같은 생식 기관에서 생식세포 분열을 통해 형성된다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포 분열을 감수 분열이라고도 한다. 감수 분열은 체세포 분열과 달리 두 번의 분열이 연속하여 일어나므로 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다.

(라) 세포가 생장하여 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 한다. 세포 주기는 크게 간기와 분열기로 나뉜다. 간기는 G_1기, S기, G_2기로 구분한다. G_1기는 세포가 빠르게 생장하는 시기이고, S기는 DNA를 복제하는 시기이며, G_2기는 분열을 준비하는 시기이다. 감수 1분열 전기에는 염색체가 응축되면서 상동 염색체가 접합하여 2가 염색체를 형성한다. 중기에는 2가 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기

에는 상동 염색체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에는 세포질 분열이 시작된다. 감수 1분열이 끝난 후 DNA 복제 없이 감수 2분열이 일어난다. 감수 2분열 중기에는 모든 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에 세포질 분열이 일어난다. 감수 분열 과정에서 염색체가 제대로 분리되지 않는 염색체 비분리 현상이 일어나면 염색체 수가 정상보다 적거나 많은 생식세포가 만들어진다. 이 생식세포가 배우자의 생식세포와 수정하여 태아로 발생하면 염색체 수에 이상이 있는 자손이 태어날 수 있다.

[문제 4-1] 다음은 반성 유전으로 세포 내 대사 과정에 이상이 있는 유전 질환을 가진 환자의 가계도를 나타내고, 그 원인을 찾기 위한 실험을 하여 결과를 정리한 것이다.

[가계도]



[실험 과정]

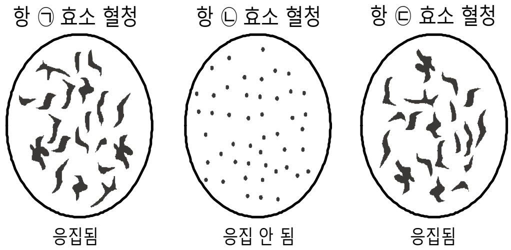
Ⅰ. 위의 가계도에서 8번 남자의 혈장과 피부 세포를 채취하였다.

Ⅱ. 8번 남자의 혈장을 효소 ㉠에 반응하는 혈청(항 ㉠ 효소 혈청), 효소 ㉡에 반응하는 혈청(항 ㉡ 효소 혈청), 효소 ㉢에 반응하는 혈청(항 ㉢ 효소 혈청)과 각각 반응시키고, 그 결과를 〈그림〉에 나타내었다.

Ⅲ. 채취한 8번 남자의 피부 세포를 배양하여 분쇄한 뒤, 세포를 구성하는 각 유기물의 비율을 정상인의 수치와 비교하여 〈표〉에 나타내었다.

[실험 결과]

〈그림〉 효소 혈청 반응 검사



〈표〉 세포 내 유기물 구성비

(상댓값)

구분	정상인	8번 남자
포도당	1.0	1.1
단백질	1.0	1.0
지질	1.0	3.8
핵산	1.0	1.1

[문제 4-1] 위의 가계도에서 8번 남자와 9번 여자가 결혼하여 아이를 낳는다고 가정할 때, 이 아이가 유전 질환을 가진 아들일 확률을 제시문 (가)에 근거하여 구하시오. 또한, 제시문 (나)에 근거하여 두 실험 결과를 해석하고, 이를 종합하여 유전 질환의 원인이 무엇인지 논리적으로 설명하시오. (단, 제시된 유전 질환 외에 다른 유전 질환은 고려하지 않으며, 정상인의 혈장은

항 ㉠ 효소 혈청, 항 ㉡ 효소 혈청, 항 ㉢ 효소 혈청에 모두 응집 반응이 있다.) **[15점]**

[문제 4-2] 생식세포 형성 과정에 작용하는 신약을 개발하기 위해 다음과 같은 실험을 하고 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

Ⅰ. 후보 물질 A, B, C, D를 식염수에 녹이고 각각의 모세포($2n$ = 6)에 처리한 후 배양하였다.

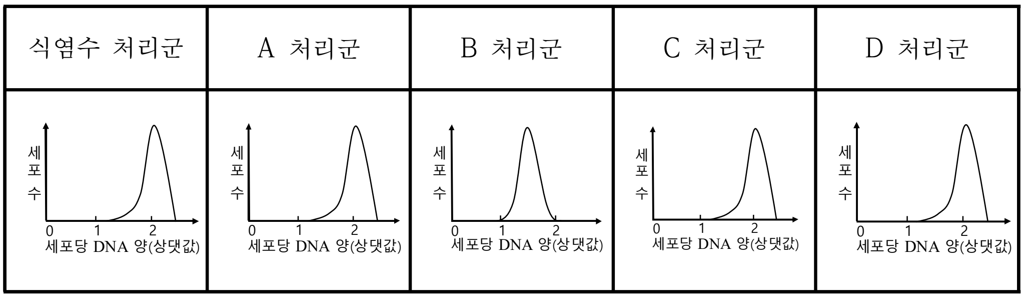
Ⅱ. 배양 후 후보 물질이 처리된 세포의 DNA 양을 <그림 1>에 나타내었다.

Ⅲ. 후보 물질이 처리된 세포를 현미경으로 관찰한 후, 각 세포 주기의 대표 사진을 아래 <그림 2>에 나타내었다.

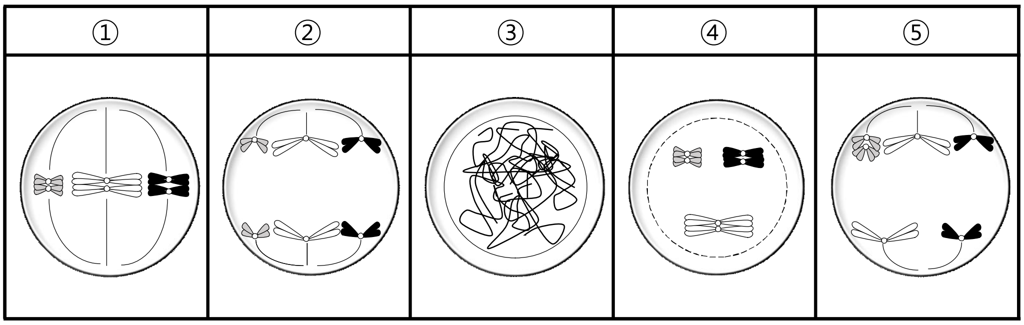
Ⅳ. 각 처리군 내에서 관찰된 세포 사진 ① ~ ⑤의 비율을 분석하여 <표>에 나타내었다.

[실험 결과]

<그림 1> 실험 후 관찰된 세포의 DNA 양



<그림 2> 실험 후 관찰된 세포 사진



<표> 세포 사진 분석

(단위: %)

세포 사진	식염수 처리군	A 처리군	B 처리군	C 처리군	D 처리군
①	40	70	5	40	5
②	35	5	0	15	0
③	5	5	90	5	85
④	20	20	5	20	10
⑤	0	0	0	20	0

[문제 4-2] 위 실험 결과와 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 후보 물질 A, B, C, D가 세포 주기에 끼치는 영향에 대해 논리적으로 설명하시오. 또한, 이 실험 결과와 제시문 (라)에 근거하여 세포 ⑤에서 형성될 수 있는 생식세포 4개에 대한 각각의 염색체 수를 논리적으로 구하시오. **[15점]**

3. 출제 의도

[생명과학 문제 4-1]

인간이 자손을 낳아 다음 세대를 이어가는 유전의 원리를 이해하고 있는지를 묻는 문제이다. 성염색체에 의한 유전 중, X 염색체 연관 유전병과 관련된 가계도를 보여주고 유전병을 나타내는 형질이 어떻게 자손에게 전달되는지를 파악할 수 있는지 평가한다. 정상 여자의 유전형에 따라 유전병을 가진 남자와의 사이에서 유전병을 가진 아들이 나올 확률이 달라지는 것을 이해하고 있는지 평가한다. 또한, 유전병의 원인을 찾는 실험에서는 항원 항체 반응의 특이성을 이해하고 유전병의 원인을 찾을 수 있는 지를 묻고 있다. 항체는 항원을 인식하는 부위를 가지고 있어 그 인식 부위에 맞는 항원과만 결합하는 것을 이해하고 있는지 묻고 있다. 따라서 주어진 실험 결과를 분석하고, 항원 항체 반응으로 효소 혈청에서 응집된 경우와 되지 않은 경우가 무엇을 의미하는지 파악할 수 있어야 한다. 이를 세포 내 유기물 분석표와 연관 지어 추론하여 유전병이 있는 8번 남자는 효소 B가 결여되어있고, 이 때문에 세포의 지질 대사가 잘 일어나지 않고 있음을 유추할 수 있는지 평가한다.

[생명과학 문제 4-2]

사람을 비롯한 정자와 난자의 수정을 통해 자손을 만드는 생물은 부모의 염색체 중 절반이 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 따라서 세대를 거듭해도 생물종의 염색체 수와 유전 물질 양은 부모와 같게 유지된다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포 분열을 감수 분열이라고도 한다. 감수 분열은 체세포 분열과 달리 두 번의 분열이 연속하여 일어나므로 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다. 세포가 생장하여 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 한다. 감수 분열 과정에서 염색체가 제대로 분리되지 않은 염색체 비분리 현상이 일어나면 염색체 수가 정상보다 적거나 많은 생식세포가 만들어진다. 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열을 이해하는지, 그리고 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 이해하는지를 평가한다. 추가적으로 세포 주기에서 발생할 수 있는 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 원인을 종합적으로 이해하는지를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

		영역별 내용
제시문	(가)	생명과학 I (4) 유전 [12생과 I 04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다.
	(나)	생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-07]

		백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다.
	(다)	생명과학 I (4) 유전 [12생과 I 04-01] 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열과 관련지어 설명할 수 있다. [12생과 I 04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다.
	(라)	생명과학 I (4) 유전 [12생과 I 04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다. [12생과 I 04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	생명과학 I (4) 유전 [12생과 I 04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다. 생명과학 I (3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해하고, 백신으로 예방하기 힘든 질병을 조사하여 그 이유를 토의할 수 있다.
	문제 4-2	생명과학 I (4) 유전 [12생과 I 04-01] 염색체, 유전체, DNA, 유전자의 관계를 이해하고, 염색분체의 형성과 분리를 DNA 복제와 세포 분열과 관련지어 설명할 수 있다. [12생과 I 04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다. [12생과 I 04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	이용철 외 3인	와이비엠	2020	108-112 141-148
	생명과학 I	오현선 외 5인	미래엔	2020	110-113 126-150 140-144
	생명과학 I	전상학 외 7인	지학사	2019	95-96 126-133
	생명과학 I	권혁빈 외 5인	교학사	2020	105-107 121-126 134-141
	생명과학 I	이준규 외 5인	천재교육	2019	105-106 121-127 135-140 142
	생명과학 I	심재호 외 5인	금성출판사	2019	114-117 148-152
	생명과학 I	심규철 외	비상	2018	122-128 142-144

5. 문항 해설

[생명과학 문제 4-1]

주어진 문제에서 반성유전을 언급하였으며 제시문을 통해 반성유전이 성염색체에 의한 유전 중 X 염색체에 존재하는 유전임을 알 수 있다.

반성유전은 유전형질이 X 염색체를 통해 전달되므로 자손 세대인 6번과 8번에서 나타난 유전병은 부모세대인 2번을 통해 전달되었음을 알 수 있다.

유전병을 가진 8번 남자와 정상 여자인 9번 사이에서 유전병을 가진 아들이 태어날 확률은 정상 여자의 유전형에 따라 달라진다.

9번 여자가 가질 수 있는 유전형은 XX (정상) 또는 X’X (보인자)이며, 이 중 8번 남자와 결혼하여 유전병이 있는 아들을 낳을 확률에서 남자의 X’는 고려하지 않는다.

유전병인 아들이 태어나기 위해서 9번 여자에서 받아야할 유전자는 X’이며, 이를 받아 아들이 태어날 확률은 1/4 x 1/2 = 1/8 이다.

주어진 실험에서 항 ㉠ 효소 혈청과 항 ㉢ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타난 반면, 항 ㉡ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타나지 않았고, 이는 8번 남자의 혈액에 효소 ㉡이 결여 되어있음을 나타낸다.

주어진 표에서 8번 남자의 세포에는 정상인에 비해 지질이 상대적으로 과량 축적되어 있음을 알 수 있고, 항원 항체 반응과 연관지어보면 유전병을 앓고 있는 8번 남자는 효소 ㉡이 결여되어있고, 이 효소는 지질 대사에 관여하는 것으로 추론할 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

사람처럼 유성 생식을 하여 자손을 만드는 생물은 부모의 염색체 중 절반이 생식세포를 통해 자손에게 전달된다. 따라서 세대를 거듭해도 생물종의 염색체 수와 유전 물질 양은 부모와 같게 유지된다. 생식세포는 정소와 난소 같은 생식 기관에서 생식세포 분열을 통해 형성된다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포 분열을 감수분열이라고도 한다. 감수 분열은 체세포 분열과 달리 두 번의 분열이 연속하여 일어나므로 감수 1분열과 감수 2분열로 구분된다. 세포가 생장하여 분열을 마칠 때까지의 기간을 세포 주기라고 한다. 세포 주기는 크게 간기와 분열기로 나뉜다. 간기는 G_1기, S기, G_2기로 구분한다. G_1기는 세포가 빠르게 생장하는 시기이고, S기는 DNA를 복제하는 시기이며, G_2기는 분열을 준비하는 시기이다. 감수 1분열 전기에는 염색체가 응축되면서 상동 염색체가 접합하여 2가 염색체를 형성한다. 중기에는 2가 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 상동 염색체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에는 세포질 분열이 시작된다. 감수 1분열이 끝난 후 DNA 복제 없이 감수 2분열이 일어난다. 감수 2분열 중기에는 모든 염색체가 세포의 중앙에 배열되고, 후기에는 염색 분체가 분리되어 양극으로 이동하며, 말기에 세포질 분열이 일어난다. 감수 분열 과정에서 염색체가 제대로 분리되지 않은 염색체 비분리 현상이 일어나면 염색체 수가 정상보다 적거나 많은 생식세포가 만들어진다. 이 생식세포가 배우자의 생식세포와 수정하여 태아로 발생하면 염색체 수에 이상이 있는 자손이 태어날 수 있다. 따라서 세포 주기에 따른 DNA 양과 염색체의 분리 과정을 이해하고 있는지와 감수 분열 과정에 의해 형성된 유전병의 현상을 이해하고 있는지를 종합적으로 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점

문제 4-1	반성유전을 인지하고, 9번 여자의 유전형을 정상인과 보인자로 나누어 계산을 하면	3점
	유전병을 가진 아들의 확률을 1/8로 정확하게 계산을 하였으면	4점
	항원항체 반응을 이해하고 8번 남자의 혈액 중에 효소 B가 결여되었음을 설명하면	3점
문제 4-2	8번 남자의 병의 원인이 B효소 결여로 인한 지질대사의 문제임을 통합적으로 설명하면	5점
	문제를 풀기 위해서 <그림 2>의 세포 사진의 세포 주기를 설명하면	3점
	후보 물질 A, B, C, D가 세포 주기에 끼치는 영향을 설명하면	8점

7. 예시 답안

[생명과학 문제 4-1]

▶ 주어진 문제에서 반성 유전을 언급하였으며 제시문을 통해 반성 유전이 성염색체에 의한 유전 중 X 염색체에 존재하는 유전임을 알 수 있다.
9번 여자가 가질 수 있는 유전자형은 XX (정상) 또는 X' X (보인자)이며, 이 중 8번 남자와 결혼하여 유전병이 있는 아들이 태어날 확률에서 남자의 X' 는 고려하지 않는다. 유전병인 아들이 태어나기 위해서 9번 여자에서 받아야할 유전자는 X' 이며, 이를 받아 아들이 태어날 확률은 1/4 x 1/2 = 1/8 이다.

▶ 주어진 실험에서 항 ㉠ 효소 혈청과 항 ㉢ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타난 반면, 항 ㉡ 효소 혈청에서는 응집반응이 나타나지 않았고, 이는 8번 남자의 혈액에 B효소가 결여 되어있음을 나타낸다. 또한 주어진 표를 통해 8번 남자의 세포에는 정상인에 비해 지질이 상대적으로 과량 축적되어 있음을 알 수 있다. 항원 항체 반응과 연관지어보면 유전병을 앓고 있는 8번 남자는 ㉡ 효소가 결여되어 있고, 이 효소는 지질 대사에 관여하는 것으로 추론할 수 있다.

[생명과학 문제 4-2]

▶ <그림 2>의 세포 사진을 제시문 (가), (나)에 근거하여 설명하면, ①은 감수 1분열 중기, ②는 후기, ③은 간기, ④는 전기이다. 그리고 ⑤는 감수 1분열 후기의 염색체 비분리된 세포이다. <그림 1>과 <표>에서 얻은 결과를 해석하면, 대조군인 식염수 처리군은 DNA 복제가 완료된 후, 감수 1분열 간기 5%, 전기 20%, 중기 40%, 후기 35%의 세포가 관찰되었음을 알 수 있다. A 처리군은 DNA 복제가 완료되었지만, 70%의 세포가 ① 시기에 있는 것으로 보아 물질 A는 감수 1분열 중기에 영향을 끼치는 약물이다. B 처리군은 복제가 완료되지 않아, 90%의 세포가 ③에 있는 것으로 보아 물질 B는 DNA 복제에 영향을 끼치는 약물이다. C 처리군은 DNA 복제가 완료되었지만, 20%의 세포가 ⑤에 있는 것으로 보아 물질 C는 염색체 비분리를 일으키는 약물이다. D 처리군은 DNA 복제가 완료되었지만, 85%의 세포가 ③에 있는 것으로 보아 물질 D는 감수 1분열 간기에서 분열기로 진행하는데 영향을 끼치는 약물이다.

▶ 세포 ⑤는 감수 1분열에서 생겨난 염색체 비분리 현상이 관찰되며 모세포는 2n = 6의 핵상을 가지므로 형성될 수 있는 생식세포 4개의 염색체 수는 각각 4개, 4개, 2개, 2개 이다.

문항카드 27

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 Ⅲ(물리) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 Ⅰ, 물리학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	전류에 의한 자기장, 벡터의 분해, 전자기 유도
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (다)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 두 벡터 $\overrightarrow{F}_A$와 $\overrightarrow{F}_B$의 합은 다음과 같이 구한다. 먼저 $\overrightarrow{F}_B$를 평행 이동하여, $\overrightarrow{F}_A$의 끝점에 $\overrightarrow{F}_B$의 시작점을 일치시켜 삼각형을 이루도록 한 다음 $\overrightarrow{F}_A$의 시작점과 $\overrightarrow{F}_B$의 끝점을 이으면 $\overrightarrow{F}_A+\overrightarrow{F}_B$가 된다. 또한, 벡터는 필요에 따라 성분별로 분해할 수 있다. 벡터 분해는 직각 좌표를 이용하여 벡터의 수직 성분과 수평 성분으로 나누어 분해한다. 크기가 $|\overrightarrow{C}|$이고 x축과 이루는 각도가 θ인 벡터 $\overrightarrow{C}$를 분해하면, 수평 성분은 $C_x=|\overrightarrow{C}|\cos\theta$이고 수직 성분은 $C_y=|\overrightarrow{C}|\sin\theta$이다.

(나) 직선 도선에 전류가 흐를 때 생기는 자기장의 방향은 앙페르의 오른손 법칙으로 알 수 있다. 오른손 엄지손가락이 전류의 방향을 향하게 하고 나머지 네 손가락으로 도선을 감아쥘 때 네 손가락이 가리키는 방향이 자기장의 방향이다. 아래 식과 같이, 무한히 긴 직선 도선으로부터 수직으로 r만큼 떨어진 지점에서의 자기장의 세기 B는 도선에 흐르는 전류 I에 비례하고 거리 r에 반비례한다.

$$B=k\frac{I}{r}\quad \text{(단, } k\text{ 는 비례상수이다.)}$$

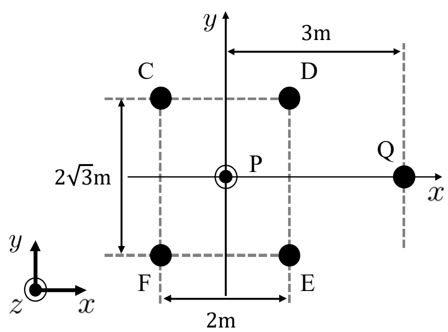
원형 전류 중심에서 자기장의 방향은 오른손 네 손가락을 전류의 방향으로 감아쥘 때 엄지손가락이 가리키는 방향이다.

(다) 자석을 위아래로 움직이면 코일을 통과하는 자기 선속이 시간에 따라 변화하면서 코일에 전류가 흐른다. 이러한 현상을 전자기 유도라고 하며, 이때 흐르는 전류를 유도 전류라고 한다. 자기 선속(Φ)은 자기장의 세기와 닫힌 회로의 넓이를 곱한 것과 같다. 코일에 유도되는 유도 기전력(V)의 크기는 코일을 통과하는 자기 선속의 시간(t)에 따른 변화율과 같다. 이를 패러데이 법칙이라고 하며 다음 식으로

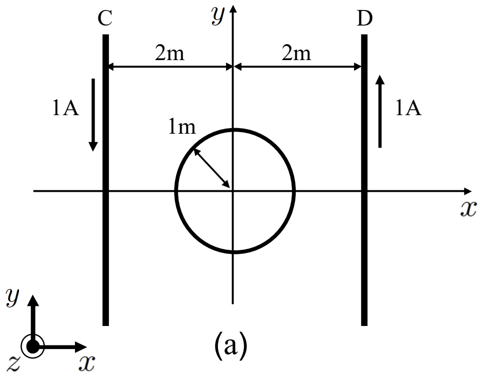
표현한다.

$$V = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

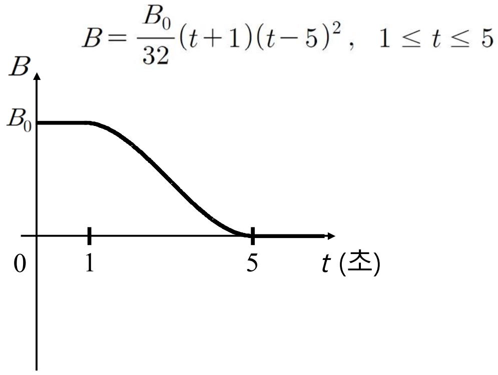
[문제 4-1] 다음 그림과 같이 xy평면에 놓인 직사각형 CDEF의 각 꼭짓점에 z축과 평행한 무한히 긴 직선 도선이 있고 방향을 알 수 없는 일정한 전류 $6\,\mathrm{A}$가 각각 흐른다. 이때 직사각형의 중심점 P에서 자기장 B의 세기를 측정하였다($B \neq 0$). 그 후 점 P에서 $+x$ 방향으로 $3\,\mathrm{m}$ 떨어진 위치에 $+z$ 방향으로 전류 I가 흐르는 직선 도선 Q를 놓아 P에서 자기장의 세기를 0으로 만들 수 있었다. 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 직선 도선 Q가 없을 때 P에서 측정한 자기장 B의 세기와 방향을 구하고, 직선 도선 Q에 흐르는 전류 $I(\mathrm{A})$를 구하시오. (단, 비례상수는 $k = 2 \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$이고 필요시 $\sin 30° = \frac{1}{2}$, $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$을 이용하시오.) **[15점]**



[문제 4-2] 그림 (a)와 같이 xy 평면에 무한히 긴 직선 도선 C, D가 놓여있고 전류 $1\,\mathrm{A}$가 각각 $-y$ 방향과 $+y$ 방향으로 일정하게 흐른다. 원점에는 반지름이 $1\,\mathrm{m}$인 원형 도선이 놓여 있다. 외부 자석을 이용하여 시각 $t = 0$에서 원점의 자기장을 0으로 만드는 외부 자기장 $B = B_0$ 을 xy 평면에 균일하게 가한 후, 그 세기를 일정하게 유지하다가 그림 (b)와 같이 변화시켰다. 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 B_0과 그 방향을 구하고, $1 \le t \le 5$에서 원형 도선의 유도 기전력을 t의 함수로 표현한 후 유도 전류의 최댓값을 구하시오. (단, 비례상수는 $k = 2 \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$이며 원형 도선의 저항은 $10\,\Omega$이다.) **[15점]**



(a)



(b)

3. 출제 의도

전류와 자기장은 고등학교 물리 I 단원 II 물질과 전자기장, 고등학교 물리 II 단원 II 전자기장 등에서 다루어지고 있는 물리학의 기본 분야이다. 본 문항 평가에는 고교생들에게 익숙한 물리 현상인 전류에 의한 자기장, 전자기 유도 현상 등 기본 물리 현상을 제시하고, 이를 기반으로 전류, 자기장, 유도 기전력, 유도 전류가 나타나는 물리적 상황을 수리적으로 해석하는 문제를 출제하였다.

[문제 4-1]

전자기장은 고등학교 물리에서 다루는 주요 분야 중 하나이다. 직선 도선에 흐르는 전류에 의해 자기장이 생기는 물리 현상은 전자기장의 특성과 전자기장을 기술하는 물리 법칙을 이해할 수 있는 주요 실험이다. 그림에서 제시된 직선 도선 Q에 흐르는 전류의 방향을 고려하면 직사각형 CDEF의 각 꼭짓점에 놓여있는 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기와 방향을 알 수 있다. 또한, 벡터의 수직 성분과 수평 성분을 고려하면, 자기장의 세기를 상쇄됨과 직선 도선 Q에 흐르는 전류를 알 수 있다.

제시문 (가)와 (나)를 이용하여 네 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 합과 이를 상쇄시킬 수 있는 자기장을 만들어 낼 수 있는 전류의 세기를 찾을 수 있다. 본 문제는 전자기장에서 주요 실험인 직선 전류에 의해 자기장이 생성되는 물리 현상을 이해하며 벡터의 합과 분해에 대한 이해를 바탕으로 문제를 해결할 수 있는 논리적 사고력과 응용력을 평가하며, 중간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

[문제 4-2]

전자기 유도 현상은 자기장이 만드는 자기 선속이 시간에 따라 변화하면 코일에 전류가 흐르는 현상으로, 문제 4-1에서 다룬 흐르는 전류에 의해 자기장이 생성되는 현상과 반대이다. 전자기 유도 현상을 설명하는 패러데이 법칙을 이해함으로써 전자기장을 통합적으로 이해할 수 있게 된다. 또한, 유도 기전력와 전류의 크기를 코일을 통과하는 자기 선속의 시간에 따른 변화율임을 수식적으로 이해할 수 있다.

먼저 제시문 (나)에 근거하여 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 생성되는 자기장의 크기와 방향을 구하면 이를 상쇄시킬 수 있는 외부 자기장을 알 수 있게 된다. 문제에서 주어진 시간에 따른 외부 자기장의 크기와 제시문 (다)에 소개된 패러데이 법칙을 이용하여 유도 기전력과 전류를 구할 수 있다. 전류에 의한 자기장과 자기장의 변화에 따른 유도 전류의 생성은 전자기장을 통합적으로 이해할 수 있게 한다. 물리 현상에 대한 이해와 논리적 사고력을 평가하며, 중

간 수준의 난이도를 갖는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

영역별 내용		
제시문	(가)	[12물리II 01-01] 평면 상에서 여러 가지 힘이 합성될 때 힘의 벡터를 이용하여 알짜힘을 구할 수 있다.
	(나)	[12물리I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-06] 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 자기력선으로 표현할 수 있다.
	(다))	[12물리I 02-07] 일상생활에서 전자기 유도 현상이 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-07] 자기선속이 시간에 따라 변화할 때 유도 기전력이 회로에 유도되는 현상에서 기전력의 크기를 구할 수 있다.
하위문항	문제 4-1	[12물리I 02-05] 전류에 의한 자기 작용이 일상생활에서 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-06] 전류가 흐르는 도선 주위에 발생하는 자기장을 자기력선으로 표현할 수 있다.
	문제 4-2	[12물리I 02-07] 일상생활에서 전자기 유도 현상이 적용되는 다양한 예를 찾아 그 원리를 설명할 수 있다. [12물리II 02-07] 자기선속이 시간에 따라 변화할 때 유도 기전력이 회로에 유도되는 현상에서 기전력의 크기를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	손정우 외	비상교육	2020	126
	물리학 I	곽영직 외	와이비엠	2018	134
	물리학 II	곽성일 외	교학사	2018	15, 16
	물리학 II	강남화 외	천재교육	2018	120, 121
	물리학 II	김영민 외	교학사	2018	141

5. 문항 해설

[문제 4-1] 전자기장은 고등학교 물리에서 다루는 주요 분야 중 하나이다. 직선 도선에 흐르는 전류에 의해 자기장이 생기는 물리 현상은 전자기장의 특성과 전자기장을 기술하는 물리 법칙

을 이해할 수 있는 주요 실험이다. 그림에서 제시된 직선 도선 Q에 흐르는 전류의 방향을 고려하면 직사각형 CDEF의 각 꼭짓점에 놓여있는 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기와 방향을 알 수 있다. 또한, 벡터의 수직 성분과 수평 성분을 고려하면, 자기장의 세기를 상쇄됨과 직선 도선 Q에 흐르는 전류를 알 수 있다.

제시문 (가)와 (나)를 이용하여 네 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 합과 이를 상쇄시킬 수 있는 자기장을 만들어 낼 수 있는 전류의 세기를 찾을 수 있다. 본 문제는 벡터의 합과 분해에 대한 이해를 바탕으로 직선 전류에 의해 자기장을 구할 수 있다.

[문제 4-2] 전자기 유도 현상은 자기장이 만드는 자기 선속이 시간에 따라 변화하면 코일에 전류가 흐르는 현상으로, 문제 4-1에서 다룬 흐르는 전류에 의해 자기장이 생성되는 현상과 반대이다. 전자기 유도 현상을 설명하는 패러데이 법칙을 이해함으로써 전자기장을 통합적으로 이해할 수 있게 된다. 또한, 유도 기전력와 전류의 크기를 코일을 통과하는 자기 선속의 시간에 따른 변화율임을 수식적으로 이해할 수 있다.

먼저 제시문 (나)에 근거하여 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 생성되는 자기장의 크기와 방향을 구하면 이를 상쇄시킬 수 있는 외부 자기장을 알 수 있게 된다. 문제에서 주어진 시간에 따른 외부 자기장의 크기와 제시문 (다)에 소개된 패러데이 법칙을 이용하여 유도 기전력과 전류를 구할 수 있다. 전류에 의한 자기장과 자기장의 변화에 따른 유도 전류의 값을 구할 수 있다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	- 각 꼭짓점에 흐르는 전류의 방향을 찾아 논리적으로 설명함. (개별 전류에 의한 자기장을 논리적으로 서술하면 부분점수 부여할 수 있음.) - P에서 네 직선 도선 전류에 의한 자기장의 세기와 방향을 구함. - 직선 도선 Q에 흐르는 전류 세기 I의 세기와 방향을 구함. - 크기를 구할 때 단위를 제대로 쓰지 못하면 감점. ※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별 점수의 절반 이내에서 부분 점수를 부여할 수 있음. ※ 각 항목 별 답안의 완성도에 따라 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	+4점 +6점 +5점
문제 4-2	- 원점에서 두 직선에 의한 자기장을 구한 후 B_0의 크기와 방향을 구함 - 유도 기전력을 시간 t에 대한 식으로 제대로 표현함 - 유도 전류와 유도 기전력 관계식($I=\frac{V}{R}$)을 언급함. - 유도 전류가 최댓값을 가지는 시각을 구함. - 유도 전류의 최댓값 크기를 구함. - 크기를 구할 때 단위를 제대로 쓰지 못하면 감점. ※ 논리 전개가 맞으면 계산이 틀려도 항목 별로 2-3점 수준의 부분 점수를 부여할 수 있음.	+2점 +4점 +2점 +3점 +4점

	※ 답안의 완성도 수준에 따라 항목 별로 ±0.5점 부여할 수 있음 (최대 점수 이내).	

7. 예시 답안

[물리, 문제 4-1 예시답안]

▶ 점 P에서 직선 도선 Q에 의한 자기장의 방향이 $-y$ 방향이므로 자기장을 상쇄시키는 꼭지점 C, D, E, F에 흐르는 전류에 의한 자기장의 방향은 $+y$ 방향이다. 따라서, 조건을 만족하는 경우를 찾으면 꼭지점 C, D, E, F에 흐르는 전류는 각각 $+z$, $-z$, $-z$, $+z$ 방향이다.

▶ 주어진 그림에서 원점에서 각 꼭지점까지 거리 r은 $2\,\mathrm{m}$로 모두 같으므로 각 직선 도선에 의한 자기장의 크기는 같다. 점 C와 점 E에 있는 직선 도선에 의한 자기장의 방향은 $+x$ 축과 30°를 이루고 점 D와 점 F에 있는 직선 도선에 의한 자기장의 방향은 $-x$ 축과 30°를 이룬다. $I = 6\,\mathrm{A}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $k = 2\times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}$를 이용하여 모든 꼭지점이 주는 자기장의 합을 표현하면 다음과 같다.

$$x\text{축: } 0\,\mathrm{T}$$

$$y\text{축: } +k\frac{I}{r}\sin(30^\circ)\times 4 = 1.2\times 10^{-6}\,\mathrm{T}\ \ (+y\text{ 방향})$$

▶ 위의 자기장을 상쇄시키기 위해서 직선 도선 Q에 흐르는 전류에 의한 자기장 방향은 $-y$여야 하고 전류의 방향은 문제에서와 같이 $+z$이다. 직선 도선 Q에 흐르는 전류 세기 I는 다음과 같다.

$$B = k\frac{I}{r} = 1.2\times 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

$$I = \frac{1.2\times 10^{-6}\,\mathrm{T}}{2\times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A}}\times 3\,\mathrm{m}$$

$$= 18\,\mathrm{A}$$

[물리, 문제 4-2 예시답안]

▶ 원점에서 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장의 세기와 방향은 동일하므로 자기장의 합은 다음과 같다.

$$B = 2\times k\frac{I}{r} = 2\times 2\times 10^{-7}\times\frac{1}{2} = 2\times 10^{-7}\mathrm{T}\ (+z\ \text{방향})$$

▶ 두 직선 도선에 흐르는 전류에 의한 자기장을 상쇄시키는 외부 자기장 B_0 의 세기와 방향은 다음과 같다.

$$B_0 = 2\times 10^{-7}\mathrm{T}\ (-z\ \text{방향})$$

▶ 원형 도선의 면적 A은 $\pi r^2 = \pi\ \mathrm{m}^2$이고, 자기 선속 Φ은 자기장과 면적을 곱하여 구한다. 이를 이용하여, 유도 기전력 V는 $\triangle t$를 충분히 작다고 하면 다음과 같이 구한다. 이때 직선 도선에 의한 영향은 없다.

$$\begin{aligned} V &= -\frac{\triangle\Phi}{\triangle t} = -A\frac{\triangle B}{\triangle t} \\ &= -\pi\frac{\frac{B_0}{32}(t+1+\triangle t)(t-5+\triangle t)^2 - \frac{B_0}{32}(t+1)(t-5)^2}{\triangle t} \\ &= -\frac{3\pi B_0(t^2-6t+5)}{32} = -\frac{3\pi(t^2-6t+5)}{16}\times 10^{-7}[\mathrm{V}]\ (1\le \mathrm{t}\le 5) \end{aligned}$$

▶ 원형 도선에 흐르는 전류는 다음과 같이 표현되며 3초일 때($1\mathrm{s}\le t\le 5\mathrm{s}$)일 때 최댓값을 가진다.

$$\begin{aligned} I &= \frac{V}{R} \\ &= \frac{3\pi}{16}[4-(t-3)^2]\times 10^{-8}[\mathrm{A}] \end{aligned}$$

▶ 따라서 원형 도선에 흐르는 전류의 최댓값은 다음과 같고 전류의 방향은 시계 방향이다.

$$I_{\max} = \frac{3\pi}{4}\times 10^{-8}\mathrm{A}$$

문항카드 28

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 Ⅲ(화학) / 문제 [4-1], 문제 [4-2]	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 Ⅰ, 화학 Ⅱ
	핵심개념 및 용어	원소, 주기율표, 원소의 주기성, 이온화 경향, 화학 반응, 기체 방정식, 동적 평형, 상평형
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

제시문

(가) 현대 원자 모형에 의하면 원자핵 주위에 전자가 분포하는 경계가 분명하지 않아 원자 반지름을 명확하게 알 수 없다. 따라서 일반적으로 수소 분자(H_2)와 같이 동일한 2개의 원자가 결합하였을 때, 두 원자핵 간 거리의 $\frac{1}{2}$을 원자 반지름으로 정의하여 사용한다.

(나) 원자에 에너지를 가하면 원자가 전자 껍질에 있는 전자는 원자핵으로부터 떨어져 나오게 된다. 이때 바닥상태에 있는 기체 원자 1몰에서 전자 1몰을 떼어 내어 기체 양이온으로 만들기 위해 필요한 최소 에너지를 이온화 에너지라고 한다.

(다) 금속 원소는 일반적으로 전자를 잃고 양이온이 되려는 성질이 있는데, 이것을 이온화 경향이라고 한다. 여러 가지 금속의 이온화 경향의 크기 순서를 아래와 같이 나타낼 수 있다.

Li > K > Ca > Na > Mg > Al > Zn > Fe > Ni > Sn > Pb

이온화 경향이 다른 두 금속을 전해질 용액 속에 넣으면 자발적으로 산화 환원 반응이 일어날 수 있다. 이때 두 금속 사이에 전자의 이동이 발생하면서 전류가 흐르며, 화학 에너지가 전기 에너지로 전환된다.

(라) 기체의 부피는 기체의 몰수와 절대 온도에 비례하고 압력에 반비례한다. 비례 상수(R)를 이용하여 기체의 압력(P), 부피(V), 몰수(n), 온도(T) 간의 관계에 대해 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있고, 이 식을 이상 기체 방정식이라고 한다.

$$V = R\left(\frac{nT}{P}\right) \Rightarrow PV = nRT$$

기체 1몰은 0 ˚C, 1기압에서 22.4 L의 부피를 차지하므로 이를 대입하면 R값을 구할 수 있다. 이 R를 기체 상수라고 한다.

(마) 밀폐된 용기에 액체를 담아 두면 액체 표면에 있는 분자들이 분자 사이의 인력을 극복하고 기체 상태로 떨어져 나오는데, 이를 증발이라고 한다. 처음에는 용기 내 기체 분자 수가 적기 때문에 증발이 주로 일어나지만, 증발이 계속되면서 용기 내 기체 분자 수가 많아진다. 기체 분자들 중 일부는 액체 표면에 충돌하여 다시 액체로 돌아가는데, 이를 응축이라고 한다. 시간이 지날수록 기체 분자 수가 많아지므로 기체의 응축 속도는 점점 빨라진다. 이에 비해 액체의 증발 속도는 일정한 온도에서 변하지 않으므로 시간이 지나면 증발 속도와 응축 속도가 같아지게 되는 평형에 도달한다. 이와 같이 정반응과 역반응의 속도가 같아서 겉으로 보기에 반응이 일어나지 않는 것처럼 보이는 상태를 동적 평형이라고 한다. 동적 평형에 이르면 증발하는 액체 분자 수와 응축하는 기체 분자 수가 같으므로 더 이상 증발과 응축이 일어나지 않는 것처럼 보인다. 물질은 적절한 온도와 압력에서 고체와 액체, 액체와 기체, 고체와 기체가 평형을 이룰 수 있다. 이와 같이 물질이 두 상 사이에서 평형을 이루고 있는 상태를 상평형이라고 한다. 물질의 상태와 온도, 압력의 관계를 그래프로 나타낸 것을 상평형 그림이라고 한다. 상평형 그림은 세 개의 곡선으로 이루어져 있고, 곡선으로 나누어진 각각의 영역은 고체, 액체, 기체 상태로 안정하게 존재할 수 있는 온도와 압력 조건을 나타낸다.

하위 문항 1 [문제 4-1] 〈15점〉

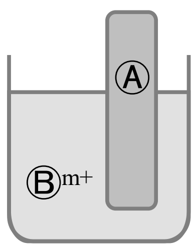
[문제 4-1] 금속 원자 Ⓐ~Ⓔ는 Li, Na, Mg, Al, K 중 각각 하나에 해당한다. 다음은 Ⓐ~Ⓔ에 대한 자료이다.

- 제1 이온화 에너지: Ⓐ > Ⓑ > Ⓔ > Ⓒ > Ⓓ
- 원자 반지름: Ⓓ > Ⓒ > Ⓐ > Ⓔ > Ⓑ
- Ⓒ와 Ⓔ의 원자가 전자 수는 같다.

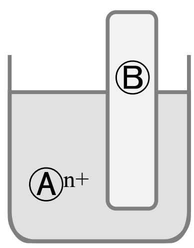
〈그림 1〉의 주기율표와 제시문 (가), (나)에 근거하여 Ⓐ~Ⓔ는 각각 어떤 원소에 해당하는지 논리적으로 예측하시오. 또한, 〈그림 2〉와 같이 Ⓑ$^{m+}$가 들어 있는 수용액에 Ⓐ 금속 막대를 담근 비커와 〈그림 3〉과 같이 Ⓐ$^{n+}$가 들어 있는 수용액에 Ⓑ 금속 막대를 담근 비커를 준비했다. 각 비커에서 어떤 반응이 일어나는지를 제시문 (다)에 근거하여 논리적으로 설명하고, 전체 산화 환원 반응식을 표시하시오. (단, Ⓐ$^{n+}$, Ⓑ$^{m+}$ 이외의 양이온과 물은 고려하지 않고, 음이온은 반응하지 않는다. Ⓐ$^{n+}$와 Ⓑ$^{m+}$는 모두 비활성 기체와 같은 전자 배치를 가진다.) **[15점]**

주기 \ 족	1	2	13	14	15	16	17
2	Li	Be	B	C	N	O	F
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl
4	K	Ca					

<그림 1>



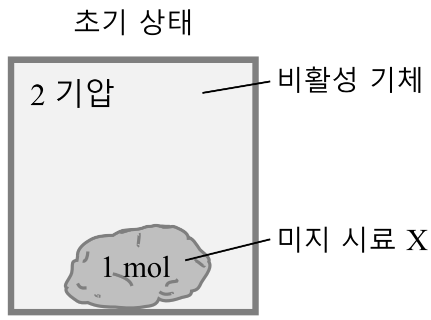
<그림 2>



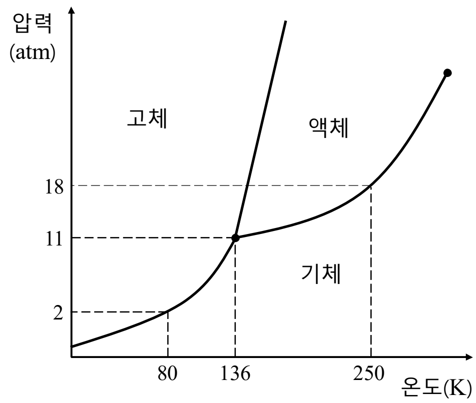
<그림 3>

하위 문항 2 [문제 4-2] <15점>

[문제 4-2] <그림 4>와 같이 고체 상태의 미지 시료 X 1 mol과 비활성 기체가 1 L의 용기 안에 들어 있다. 초기 상태에서 용기 안의 압력은 2 기압이고, 온도는 X의 상태 변화를 관찰하는 동안 250 K 로 일정하다. 고체 상태의 X가 0.5 mol 줄어들었을 때, 제시문 (라)와 <그림 5>에 나온 X의 상평형 그림에 근거하여 용기 안의 압력을 구하시오. 또한, 제시문 (마)에 근거하여 충분한 시간이 지난 후 용기 안의 X가 동적 평형 상태에 이르렀을 때 존재하는 X의 상태를 제시하고 각 상태의 몰수를 구하시오. (단, X의 분자량은 40이고 액체와 고체 X의 밀도는 0.18 g/mL 로 동일하다. 비활성 기체는 항상 기체 상태로 존재하며, 기체 상수 R는 0.08 atm · L/(mol · K)이다.) **[15점]**



<그림 4>



<그림 5>

3. 출제 의도

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 전반적인 이해도 및 문제 해결 능력을 평가하고자 하였다. 주기율표, 원소의 주기성, 이온화 경향, 화학 반응, 기체 방정식, 동적 평형, 상평형 등에 대한 통합적 사고 능력을 평가하고자 하였다. 하위 문항 [4-1]에서는 원소의 주기적 성질(원자 반지름, 이온화 에너지)을 이용하여 무작위로 섞여 있는 미지의 원소를 올바르게 구별하는 방법에 대해 묻고 있다. 1족 알칼리 금속 원소의 제1 이온화 에너지가 다른 족의 원소들에 비해 작은 것, 같은 족에서는 원자 번호가 증가할수록 원자 반지름은 커지고 이온화 에너지는 작아지는 것, 같은 주기에서는 원자 번호가 증가할수록 원자 반지름은 작아지는 것(18족 제외), 원자가 전자 수 등을 이용하면 미지의 원소를 합리적으로 추론할 수 있다. 또한, 제시문을 통해 얻은 금속의 이온화 경향에 대한 정보를 이용해 그림에 표시된 각 비커에서 어떤 반응이 일어나는지를 유추할 수 있다. 하위 문항 [4-2]에서는 기체, 상평형, 증기압에 대한 통합적 이해도와 문제 분석 능력을 가늠하고자 하였다. 첫 번째 질문에 답하기 위해서는 부피와 온도가 일정하게 유지되는 용기 내부에서 일어나는 미지 시료의 승화 과정을 고려하여야 한다. 용기 내에서 고체 미지 시료가 차지하는 부피를 뺀 나머지 부피를 차지하고 있는 혼합 기체에 대한 압력을 이상 기체 방정식을 이용해 정량적으로 계산할 수 있다. 두 번째 질문에 답하기 위해서는 기체와 액체 간 동적 평형을 고려하여야 한다. 상평형 그림에서 주어진 증기압 정보를 이용하면 250 K에서 미지 시료는 기체 및 액체로 존재함을 추론할 수 있다. 따라서 용기 내에 존재하는 혼합 기체의 압력이 250 K에서 미지 시료의 증기압(18atm)과 같음을 이상 기체 방정식에 적용하면 액상과 기상의 미지 시료 몰수를 계산할 수 있다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

'교육부 고시 제 2015-74호[별책 9] 과학과 교육과정' 을 바탕으로 작성

		영역별 내용
제시문	(가)	화학 I. (2) 원자의 세계 (147쪽) [12화학 I 02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
	(나)	화학 I. (2) 원자의 세계 (147쪽) [12화학 I 02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
	(다)	화학 II. (4) 전기 화학과 이용 (161쪽) [12화학 II 04-01] 화학 전지의 작동 원리를 산화·환원 반응으로 설명할 수 있다.
	(라)	화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-02] 이상 기체 방정식을 활용하여 가체의 분자량을 구할 수 있다.
	(마)	화학 I. (4) 역동적인 화학 반응 (150쪽) [12화학 I 04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-03] 혼합 기체에서 몰 분율을 이용하여 분압의 의미를 설명할 수 있다. 화학 II. (1) 물질의 세 가지 상태와 용액 (157쪽) [12화학 II 01-06] 액체의 증기압과 끓는점의 관계를 설명할 수 있다.
하위문항	4-1	제시문 (가)-(마)에 근거
	4-2	제시문 (가)-(마)에 근거

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	이상권 외 7인	㈜지학사	2019	제시문 (가): p. 87-88, 제시문 (나): p. 90-91 제시문 (마): p. 158-159
	화학 I	노태희 외 6인	㈜천재교육	2019	제시문 (가): p. 88-89 제시문 (나): p. 92-94 제시문 (마): p. 161
	화학 I	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (가): p. 88 제시문 (나): p. 89 제시문 (마): p. 149-153
	화학 I	하윤경 외 5인	㈜금성출판사	2019	제시문 (가): p. 84-85 제시문 (나): p. 85-87
	화학 I	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (가): p. 89-91 제시문 (나): p. 92-93
	화학 I	강대훈 외 3인	㈜와이비엠	2020	제시문 (가): p. 102-103 제시문 (나): p. 105-109

	화학 II	최미화 외 5인	㈜미래엔	2020	제시문 (다): p. 180-181 제시문 (라): p. 20-21 제시문 (마): p. 108-111
	화학 II	노태희 외 6인	㈜천재교육	2019	제시문 (다): p. 188-190 제시문 (라): p. 14-18 제시문 (마): p. 104-107
	화학 II	박종석 외 7인	㈜비상교육	2020	제시문 (다): p. 165-166
	화학 II	홍훈기 외 6인	㈜교학사	2020	제시문 (라): p. 19 제시문 (마): p. 103-105

5. 문항 해설

제시문의 내용은 현대 원자 모형, 원소의 주기성, 이온화 경향, 이상 기체 방정식, 동적 평형, 상평형 등 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정에 대한 여러 가지 개념들을 명확하게 이해하여 이를 통합적으로 연계, 분석 및 응용할 수 있는 능력을 알아보고자 한다.
하위 문항 1은 제시문의 내용과 여러 금속 원소의 주기성—제1 이온화 에너지와 원자 반지름—과 원자가 전자수를 이용해 미지 원소의 종류를 규명하고, 각 금속의 이온화 경향을 비교하여 진행될 수 있는 산화 환원 반응을 예상하는 문제이다. 하위 문항 2는 부피와 온도가 일정하게 유지되는 고립된 용기에서 진행되는 물질의 상변화를 분석하고 이를 이상 기체 방정식에 적용하여 양적 관계를 계산하는 능력을 가늠하는 문제이다. 미지 시료의 질량, 밀도, 부피 등의 물리적 특징을 주어진 상변화 그림에 적용하고, 나아가 압력, 몰수에 대한 면밀한 계산 과정을 수행할 수 있는 능력을 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	[채점요소] 1차 이온화 에너지와 원자 반지름을 이용해 Ⓐ ~ Ⓔ가 각각 어떤 원소에 해당하는지 논리적으로 찾아내는가? 금속 원소의 이온화 경향을 이용해 화학 전지의 반쪽 전극을 구성할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다. 1) 1족 알칼리 금속 원소의 제1 이온화 에너지와 원자 반지름, 원자가 전자 수를 이용해 Ⓒ(Na), Ⓓ(K), Ⓔ(Li)를 모두 올바르게 제시하면 +5점 2) Mg보다 큰 유효 핵전하를 가지는 Al의 원자 반지름이 더 작다는 것을 이용해 Ⓐ, Ⓑ가 각각 Mg, Al에 해당함을 모두 올바르게 제시하면 +5점 3) 이온화 경향의 차이를 이용해 각 비커에서의 반응 진행 여부와 올바른 산화 환원 반응을 제시하면 +5점 (Ⓐ와 Ⓑ를 잘못 찾은 경우 오답이지만, 이온화 경향에 따른 산화 환원 반응이 맞는 경우 +2점, 양이온의 전하나 반응식의 계수가 틀린 경우 오답) ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2.0점 추가 점수 부여 가능함.	15

4-2	[채점요소] 물질의 상평형을 올바르게 이해하고 있는가? 물질의 승화나 증발에 따른 양적 관계의 변화를 이상 기체 상태 방정식을 이용해 정량적으로 계산할 수 있는가? [예시답안] 7번 참조 [채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다. 1) 상평형 그림을 바르게 해석하여 초기에 승화가 일어난다고 기술하면 **+2점** 2) 고체 X의 부피 감소를 고려하여 고체 X가 0.5몰 줄어들었을 때 용기 안의 압력이 13 atm임을 보이면 **+5점** 3) 평형 상태에서 액체와 기체가 동적 평형 상태라는 것을 기술하면 **+3점** 4) 평형 상태에서 존재하는 액체와 기체의 몰수를 올바르게 구하면 **+5점** ※ 계산을 잘못하면 -2점. ※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 2.0점 추가 점수 부여 가능함.	15

7. 예시 답안

[화학, 문제 4-1 예시답안]

▶ 제1 이온화 에너지가 가장 작고 원자 반지름이 가장 큰 Ⓓ가 K이 된다. 다음으로 제1 이온화 에너지가 작고 원자 반지름이 큰 Ⓒ가 Na이 된다. Ⓒ와 Ⓔ의 원자가 전자 수는 1로 같기 때문에 Ⓔ는 남은 1족 원소인 Li이 된다. 이것은 Ⓔ가 Ⓒ보다 제1 이온화 에너지가 크고 원자 반지름이 작다는 설명과도 잘 부합한다.

▶ Mg보다 큰 유효 핵전하를 가지는 Al의 원자 반지름이 더 작다. 따라서 원자 반지름이 Ⓐ > Ⓑ라는 사실로부터 Ⓐ, Ⓑ가 각각 Mg, Al에 해당함을 예상할 수 있다.

▶ <그림 2>에서 이온화 경향이 상대적으로 큰 Mg 금속이 산화되면서 발생한 전자가 Al^{3+}을 환원시키는 데 이용된다. 따라서 반응이 진행됨에 따라 환원된 Al 금속이 석출된다. 전체 산화 환원 반응은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$3\,Mg + 2\,Al^{3+} \rightarrow 3\,Mg^{2+} + 2\,Al$$

<그림 3>의 경우 이온화 경향이 상대적으로 큰 Mg이 이미 전자를 잃고 산화된 Mg^{2+}의 형태로 녹아 있어 반응이 진행되지 않는다.

[화학, 문제 4-2 예시답안]

▶ 상평형 그림으로부터 고체 X는 250K, 2 atm에서 기체 상태가 안정한 상태임을 알 수 있으므로 초기에는 용기의 고체 X가 기체 상태로 바뀌는 승화 현상이 일어난다. 승화 현상이 일어나면, 용기 내의 압력이 증가하기 시작하는데 용기의 압력이 18 atm이 되기까지 승화 현상이 계속 일어나게 된다. 용기의 압력의 18 atm이 되면 액체 상태와 기체 상태가 동적 평형을 이룰 것을 예상할 수 있다.

▶ 초기 상태 용기 내 기체의 부피는 전체 부피 1 L에서 고체 시료 X 1 mol이 차지하는 부피를 뺀 것과 같다. 고체 시료 1 mol이 차지하는 부피는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_{0,\text{고체}} = \frac{\text{고체 X의 질량}}{\text{고체 X의 밀도}} = \frac{1\ \mathrm{mol} \times 40\ \mathrm{g/mol}}{0.18\ \mathrm{g/mL} \times 1000\ \mathrm{mL/L}} = \frac{2}{9}\ \mathrm{L}$$

따라서 초기 상태에서 비활성 기체가 차지하는 부피는 $V_{0,\text{비활성기체}} = 1 - \frac{2}{9} = \frac{7}{9}$ L이

다. 이때 기체의 압력은 $P_{0,\text{비활성기체}} = 2\text{ atm}$으로 주어졌다.

▶ 고체 X가 1 mol에서 0.5 mol로 절반이 되면, 고체의 부피 또한 반으로 줄게 되어 $V_{1,\text{고체}} = \frac{1}{9}$ L이고, 용기 내 기체의 부피는 $V_{1,\text{기체}} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ L이다. 모든 기체는 같은 공간을 차지하므로 용기에 존재하는 두 가지 기체(비활성 기체, X) 모두 부피가 $\frac{8}{9}$ L 라고 말할 수 있다. 이를 이용하여 용기 내 존재하는 두 가지 기체의 압력을 구하면 다음과 같다.

$$P_{1,\text{비활성기체}} = \frac{P_{0,\text{비활성기체}} V_{0,\text{비활성기체}}}{V_{1,\text{비활성기체}}} = \frac{2\text{atm} \times \frac{7}{9}\text{ L}}{\frac{8}{9}\text{ L}} = \frac{7}{4}\text{atm}$$

$$P_{1,\mathrm{X}} = \frac{n_{1,\mathrm{X}}RT}{V_{1,\mathrm{X}}} = \frac{0.5\text{ mol} \times 0.08\text{ atm} \cdot \text{L}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 250\text{ K}}{\frac{8}{9}\text{ L}} = \frac{45}{4}\text{ atm}$$

따라서, 용기 안의 압력은 $P_{1,\text{기체}} = P_{1,\text{비활성기체}} + P_{1,X} = \frac{7}{4} + \frac{45}{4} = 13\text{ atm}$이다.

▶ 고체 X가 전부 기체로 변했을 경우를 가정해 보면, 기체의 부피는 $V_{2,\text{기체}} = 1\text{ L} = V_{2,\text{비활성기체}} = V_{2,X}$이므로 각 기체의 압력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{2,\text{비활성기체}} = \frac{P_{0,\text{비활성기체}} V_{0,\text{비활성기체}}}{V_{2,\text{비활성기체}}} = \frac{2\text{atm} \times \frac{7}{9}\text{ L}}{1\text{L}} = \frac{14}{9}\text{ atm}$$

$$P_{2,X} = \frac{n_{2,X}RT}{V_{2,X}} = \frac{1\text{ mol} \times 0.08\text{ atm} \cdot \text{L}/(\text{mol} \cdot \text{K}) \times 250\text{ K}}{1\text{ L}} = 20\text{ atm}$$

즉, 이때 용기 안의 압력은 $P_{2,\text{기체}} = P_{2,\text{비활성기체}} + P_{2,X} = \frac{14}{9} + 20 > 18\text{ atm}$이기 때문에 용기 내의 기체 X는 일부가 응축하여 액체와 기체가 공존하는 동적 평형 상태를 이룰 것을 예상할 수 있다.

▶ 평형 상태에서 액체 상태 X의 몰수를 x라고 하면 기체 상태 X의 몰수는 (1-x)라고 할 수 있다. 이때 액체 상태의 X가 차지하는 부피($V_{3,\text{액체}}$)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$V_{3,\text{액체}} = \frac{\text{액체 X의 질량}}{\text{액체 X의 밀도}} = \frac{x\text{ mol} \times 40\text{ g/mol}}{0.18\text{ g/mL} \times 1000\text{ mL/L}} = \frac{2}{9}x\text{ L}$$

따라서 기체가 차지하는 부피는 $V_{3,\text{기체}} = V_{\text{용기}} - V_{3,\text{액체}} = (1 - \frac{2}{9}x)$ L이고, 각각의 부피를 이용하여 전체 기체의 압력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{3,\text{기체}} = P_{3,\text{비활성기체}} + P_{3,X}$$

$$= \frac{P_{0,\text{비활성기체}} V_{0,\text{비활성기체}}}{V_{3,\text{비활성기체}}} + \frac{n_3 RT}{V_{3,X}} = \frac{2 \times \frac{7}{9}}{1 - \frac{2}{9}x} + \frac{(1-x) \times 0.08 \times 250}{1 - \frac{2}{9}x} = 18\ \text{atm}$$

위 식을 풀게 되면, $x = \frac{2}{9}$가 나오므로 충분한 시간이 흐른 후 동적 평형 상태에 도달했을 때 X는 액체 $\frac{2}{9}$ mol과 기체 $\frac{7}{9}$ mol로 존재한다고 말할 수 있다.