문항카드 10

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 수학 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	포물선, 초점, 접선, 급수
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[수학 1] 다음 <제시문1>~<제시문4>를 읽고 [수학 1-ⅰ] ~ [수학 1-ⅲ]을 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

초점이 $(0, p)$, 준선이 $y = -p$인 포물선의 방정식은 다음과 같다.

$$x^2 = 4py \qquad (\text{단, } p \neq 0)$$

<제시문2>

포물선 $x^2 = 4py$ 위의 원점이 아닌 점 C를 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 D라 한다. 또한, 점 C에서 y축에 내린 수선의 발을 E라 한다.

<제시문3>

자연수 n에 대하여, 포물선 $y = nx^2$ 위의 원점이 아닌 점 C_n을 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선이 y축과 만나는 점을 D_n이라 한다. 또한, 점 C_n에서 y축에 내린 수선의 발을 E_n이라 한다. 이때 선분 $\mathrm{D}_n\mathrm{E}_n$의 길이를 a_n이라 한다.

<제시문4>

포물선 $x^2 = 4py$ 위의 원점이 아닌 점 $\left(a, \dfrac{a^2}{4p}\right)$ (단, $a > 0$)을 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선을 ℓ_a라 한다. 직선 ℓ_a가 포물선 $x^2 = 4py$와 만나는 두 점의 y좌표의 값을 각각 $f(a)$, $g(a)$라 하고, ℓ_a가 x축과 만나는 점의 x좌표의 값을 $h(a)$라 한다.

[수학 1-ⅰ] <제시문2>의 점 D와 점 E 사이의 거리는, 점 C의 위치에 관계없이 항상 포물선 $x^2 = 4py$의 초점과 준선 사이의 거리와 같음을 보이고 그 이유를 논하시오.

[수학 1-ⅱ] <제시문3>에서 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대해서, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1}$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1-ⅲ] <제시문4>에서 정의된 $f(a)$, $g(a)$, $h(a)$에 대해서, 극한 $\lim_{a\to} \frac{f(a)\,g(a)}{a\,h(a)}$ 의 값은 p에 관계없이 일정함을 보이고 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

문제의 기하학적 정보를 파악하고 이를 수식화한 후 다양한 수학적 이론을 활용하여 필요한 정보를 얻어내는 것은 대학 수학 능력의 필수 요소 중의 하나이다. 본 문제는 제시문의 포물선과 접선에 수직인 직선 간의 관계를 파악하여 적절히 수식으로 표현하고, 그로부터 유도되는 다양한 점들 사이의 기하학적 관계를 이해할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 2	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 3	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 4	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 1-i	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
문제 1-ii	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	[미적분] - (1) 수열의 극한 - ② 급수 [12미적01-04] 급수의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.
문제 1-iii	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ① 함수의 극한 [12수학Ⅱ01-01] 함수의 극한의 뜻을 안다. [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	127-131
	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	120-122
	수학 II	박교식 외	동아출판	2020	11-15, 73-76
	수학 II	김원경 외	비상교육	2020	10-13, 71-73
	미적분	이준열 외	천재교육	2020	29-35, 108-111
	미적분	김원경 외	비상교육	2020	28-31, 96-98
	기하	김원경 외	비상교육	2020	10-15
	기하	고성은 외	좋은책신사고	2020	10-15
	기하	류희찬 외	천재교과서	2020	36-40

5. 문항 해설

[수학 1- i] 포물선의 접선에 수직인 직선을 구하고 이루부터 문제의 조건에 제시된 두 점 사이의 거리가 일정함을 보일 수 있는지 평가한다.
[수학 1- ii] 제시문의 수열을 이용하여 급수를 구할 수 있는지 평가한다.
[수학 1- iii] 포물선의 접선에 수직인 직선으로부터 유도된 다양한 점들의 좌표로 정의된 극한값이 초점의 좌표에 관계없이 일정함을 보일 수 있는지 평가한다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
수학1- i	접선에 수직인 직선의 방정식 $y=-\dfrac{2p}{a}x+2p+\dfrac{a^2}{4p}$ 도출	7점
	선분 DE의 길이가 $2\lvert p\rvert$ 임을 도출	3점
수학1- ii	$a_n=\dfrac{1}{2n}$ 도출	5점
	$\sum_{n=1}^{\infty}a_n a_{n+1}=\dfrac{1}{4}$ 도출	5점
수학1- iii	$f(a)(\text{or } g(a))=\dfrac{1}{4p}\left(\dfrac{8p^2+a^2}{a}\right)^2$, $h(a)=a+\dfrac{a^3}{8p^2}$ 유도	각 3점
	$\lim_{a\to\infty}\dfrac{f(a)g(a)}{ah(a)}=\dfrac{1}{2}$ 도출	4점

7. 예시 답안

[수학 1-ⅰ]

점 C를 $C\left(a, \frac{a^2}{4p}\right)$라 두면 E의 좌표는 $\left(0, \frac{a^2}{4p}\right)$가 된다.

한편, $y' = \frac{x}{2p}$ 이므로 C를 지나고 이 점에서의 접선에 수직인 직선의 방정식은

$$y = -\frac{2p}{a}(x-a) + \frac{a^2}{4p} = -\frac{2p}{a}x + 2p + \frac{a^2}{4p}$$

이고, 따라서 D의 좌표는 $\left(0, 2p+\frac{a^2}{4p}\right)$이다.

따라서 선분 DE의 길이는

$$\left|2p+\frac{a^2}{4p}-\frac{a^2}{4p}\right| = 2|p|$$

이다. 이는 포물선의 초점 $(0,p)$와 준선 $y=-p$의 거리 $|p-(-p)|=2|p|$와 일치한다.

[수학 1-ⅱ]

$$x^2 = \frac{1}{n}y = 4\left(\frac{1}{4n}\right)y$$

이므로 [수학 1-i]의 결과를 사용하면

$a_n = 2\left(\frac{1}{4n}\right) = \frac{1}{2n}$임을 알 수 있다.

따라서

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+1} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}\frac{1}{2(n+1)} \\ &= \frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)} \\ &= \frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right) \\ &= \frac{1}{4}\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right) \\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

[수학 1-ⅲ]

접선에 수직인 직선을 ℓ_a라 하면

$$\ell_a:\ y = -\frac{2p}{a}(x-a) + \frac{a^2}{4p} = -\frac{2p}{a}x + 2p + \frac{a^2}{4p}$$

따라서

$$h(a)=\frac{2p+\dfrac{a^2}{4p}}{\dfrac{2p}{a}}=a+\frac{a^3}{8p^2}$$

한편 직선 ℓ_a와 포물선을 연립하면

$$\frac{x^2}{4p}=-\frac{2p}{a}x+2p+\frac{a^2}{4p}$$

즉

$$x^2+\frac{8p^2}{a}x-8p^2-a^2=0$$

인수분해 하면

$$(x-a)\left(x+\frac{8p^2+a^2}{a}\right)=0$$

이로부터 일반성을 잃지 않고

$$f(a)=\frac{1}{4p}\left(\frac{8p^2+a^2}{a}\right)^2,\quad g(a)=\frac{a^2}{4p}$$

라 둘 수 있다. 따라서

$$\lim_{a\to\infty}\frac{f(a)g(a)}{ah(a)}=\lim_{a\to\infty}\frac{\dfrac{1}{16p^2}(a^4+16p^2a^2+64p^4)}{\left(a^2+\dfrac{a^4}{8p^2}\right)}$$

$$=\lim_{a\to\infty}\frac{\dfrac{1}{16p^2}\left(1+\dfrac{16p^2}{a^2}+\dfrac{64p^4}{a^4}\right)}{\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{8p^2}\right)}$$

$$=\frac{\dfrac{1}{16p^2}}{\dfrac{1}{8p^2}}=\frac{1}{2}$$

문항카드 11

1. 일반 정보

<table>
<tr><td>유형</td><td colspan="2">■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사</td></tr>
<tr><td>전형명</td><td colspan="2">논술우수전형</td></tr>
<tr><td>계열(과목) / 문항번호</td><td colspan="2">자연계 1교시 / 수학 2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">출제 범위</td><td>수학과 교육과정 과목명</td><td>수학, 수학Ⅱ, 미적분</td></tr>
<tr><td>핵심개념 및 용어</td><td>유리함수, 최대・최소, 두 점 사이의 거리</td></tr>
<tr><td>예상 소요 시간</td><td colspan="2">30분 / 전체 100분</td></tr>
</table>

2. 문항 및 제시문

[수학 2]

<제시문1>

유리함수 $y=\dfrac{2x+1}{2x+2}$의 그래프 위의 임의의 한 점 $\mathrm{P}(\alpha,\,\beta)$로부터 원점까지 이르는 거리를 r이라 하자.

<제시문2>

실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$가 성립한다.

[수학 2 - i] <제시문1>의 $\alpha,\ \beta$에 대해 $\alpha>-1$일 때, $\alpha-\beta$의 최솟값과 $\alpha<-1$일 때, $\alpha-\beta$의 최댓값을 각각 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - ii] <제시문1>의 $\alpha,\ \beta,\ r$에 대해 $\alpha<-1$일 때, $\alpha-\beta$를 r에 대한 식으로 나타내고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - iii] <제시문1>의 $\alpha,\ r$, 점 P, 그리고 점 $\mathrm{Q}(-2,\,2)$에 대해 $\alpha<-1$일 때, 선분 PQ의 길이를 r에 대한 식으로 나타내고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - iv] <제시문1>의 α와 r에 대해 $\alpha<-1$일 때, α를 한 근으로 갖는 2차방정식을 $2x^2+b_1x+b_0=0$이라고 하자. 이 때, $b_0,\ b_1$의 값을 r에 대한 식으로 표시하고, 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제는 유리함수의 그래프 위의 점과 그래프 밖의 점과의 거리에 관련된 기하 내용을 이해하고 있는지 평가한다. 이러한 내용을 함수의 미분을 이용한 증감의 분석, 또는 산술-기하 평균을 이용한 최대, 최소를 올바르게 적용할 수 있는지 평가한다. 또한 이를 이용하여 유리함수의 그래프 위의 점의 좌표를 그래프 밖의 특정한 점까지의 거리와 관련지을 수 있는지를 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

<table>
<tr><th>적용 교육과정</th><th>교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”</th></tr>
<tr><th>문항 및 제시문</th><th>관련 성취기준</th></tr>
<tr><td rowspan="2">제시문 1</td><td>[수학] - (4)함수 - ② 유리함수와 무리함수
[10수학04-04] 유리함수 $y=\frac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.</td></tr>
<tr><td>[수학] - (2)기하 -① 평면좌표
[10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>제시문 2</td><td>[수학] - (1)문자 - ① 다항식의 연산
[10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">문제 2-i</td><td>[수학] - (3)수와 연산 - ② 명제
[10수학03-08] 절대부등식의 의미를 이해하고, 간단한 절대부등식을 증명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>[수학Ⅱ] - (2)미분 - ② 도함수의 활용
[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>[미적분] - (2)미분법 - ③ 도함수의 활용
[12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">문제 2-ii</td><td>[수학] - (4)함수 - ② 유리함수와 무리함수
[10수학04-04] 유리함수 $y=\frac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.</td></tr>
<tr><td>[수학] - (1)문자와 식 - ① 다항식의 연산
[10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">문제 2-iii</td><td>[수학] - (4)함수 - ② 유리함수와 무리함수
[10수학04-04] 유리함수 $y=\frac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.</td></tr>
<tr><td>[수학] - (2)기하 - ① 평면좌표
[10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">문제 2-iv</td><td>[수학] - (4)함수 - ② 유리함수와 무리함수
[10수학04-04] 유리함수 $y=\frac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.</td></tr>
<tr><td>[수학] - (1)문자와 식 - ① 다항식의 연산
[10수학01-01] 다항식의 사칙연산을 할 수 있다.</td></tr>
</table>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	김원경 외	비상교육	2020	99-101, 221-225
	수학 Ⅱ	이준열 외	천재교육	2020	83-89
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	128-132

5. 문항 해설

[수학 2-ⅰ] 함수의 미분 또는 산술-기하 평균을 이용하여 함수의 최대, 최소를 계산할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.
[수학 2-ⅱ] 유리함수의 그래프 위의 점의 좌표를 그래프 밖의 특정한 점까지의 거리와 관련지을 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.
[수학 2-ⅲ] 유리함수의 그래프 위의 점에서 그래프 밖의 특정한 점들까지의 거리들 간의 관계를 구할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.
[수학 2-ⅳ] 유리함수의 그래프 위의 점의 좌표가 만족하는 다항식을 계산할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
수학 2-ⅰ	$\alpha > -1$일 때, $\alpha-\beta$의 최솟값을 구한다	4점
	$\alpha < -1$일 때, $\alpha-\beta$의 최댓값을 구한다.	4점
수학 2-ⅱ	$(\alpha-\beta+1)^2=r^2$임을 보인다.	8점
	$\alpha < -1$일 때, $\alpha-\beta+1$가 항상 음수임을 보이고, 이를 이용하여 $\alpha-\beta=-r-1$임을 보인다.	4점
수학 2-ⅲ	$\alpha < -1$일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}^2=(r-2)^2$ 임을 보인다.	3점
	$\alpha < -1$일 때, $r-2$가 항상 양수임을 보이고, 이를 이용하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=r-2$ 임을 보인다.	3점
수학 2-ⅳ	b_0와 b_1의 값을 r에 대한 식으로 구한다.	4점

7. 예시 답안

[수학2- i]

$\alpha-\beta=\alpha-\dfrac{2\alpha+1}{2\alpha+2}$이므로 함수 $f(\alpha)=\alpha-\dfrac{2\alpha+1}{2\alpha+2}$로 정의하고, $f(\alpha)$의 미분을 계산하면 $f'(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+4\alpha+1}{2(\alpha+1)^2}$이 된다. 이로부터 다음과 같은 표를 얻는다.

x	$\cdots$	$-1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$	-1	$\cdots$	$-1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	정의되지않음	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	$-2-\sqrt{2}$	↘	정의되지않음	↘	$-2+\sqrt{2}$	↗

따라서 $\alpha<-1$일 때, 최댓값 $f\left(-1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=-2-\sqrt{2}$를 얻고, $\alpha>-1$일 때, 최솟값 $f\left(-1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=-2+\sqrt{2}$를 얻는다.

별해: $\beta=\dfrac{2\alpha+1}{2\alpha+2}$로부터 $2(\alpha+1)(\beta-1)=-1$을 얻고, $(\alpha+1)(1-\beta)=\dfrac{1}{2}$가 성립한다. 따라서 $\alpha>-1$이면, $\beta<1$이 되고, 산술-기하평균의 관계로부터 다음 부등식을 얻는다.

$\alpha-\beta=(\alpha+1)+(1-\beta)-2\ge 2\sqrt{(\alpha+1)(1-\beta)}-2\ge 2\sqrt{\dfrac{1}{2}}-2=\sqrt{2}-2$. 그러므로 α가 -1보다 큰 경우에 $\alpha-\beta$의 최솟값은 $\sqrt{2}-2$가 된다. $\alpha<-1$이면, $\beta>1$이 되고, 산술-기하평균의 관계로부터 다음 부등식을 얻는다.

$-(\alpha-\beta)=(-\alpha-1)+(\beta-1)+2\ge 2\sqrt{(-\alpha-1)(\beta-1)}+2\ge 2\sqrt{\dfrac{1}{2}}+2=\sqrt{2}+2$ 그러므로 α가 -1보다 작은 경우에 $\alpha-\beta$의 최댓값은 $-\sqrt{2}-2$가 된다.

답: α가 -1보다 큰 경우에 $\alpha-\beta$의 최솟값은 $\sqrt{2}-2$
α가 -1보다 작은 경우에 $\alpha-\beta$의 최댓값은 $-\sqrt{2}-2$

[수학2- ii]

$\beta=\dfrac{2\alpha+1}{2\alpha+2}$로부터 $2\alpha\beta+2\beta=2\alpha+1$을 얻고, 양변에 $\alpha^2+\beta^2$을 더하면, $2\alpha\beta+2\beta+\alpha^2+\beta^2=2\alpha+1+\alpha^2+\beta^2$이 된다. 이제 좌변에 $\alpha^2+\beta^2$을 남겨놓고, 나머지 항들을 우변으로 이항하면, $\alpha^2+\beta^2=2\alpha+1+\alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta-2\beta=(\alpha-\beta+1)^2$ 이 된다. 따라서 $(\alpha-\beta+1)^2=\alpha^2+\beta^2=r^2$ 이 항상 성립한다. (i)번의 풀이에서 α가 -1보다 작은 경우에 $\alpha-\beta$의 최댓값은 $-\sqrt{2}-2$이므로, $\alpha-\beta+1$의 최댓값은 $-\sqrt{2}-1$이 되어 $\alpha-\beta+1$은 항상 음수가 된다. 따라서

α가 -1보다 작은 경우에 $\alpha-\beta+1=-r$이 된다. 그러므로 $\alpha-\beta=-r-1$과 같다.

답: $\alpha-\beta=-r-1$

[수학2-ⅲ]

(ii)번의 결과로부터 $\alpha-\beta=-r-1$이므로, 다음 식이 성립함을 알 수 있다.
$\overline{\mathrm{PQ}}^2=(\alpha+2)^2+(\beta-2)^2=\alpha^2+\beta^2+4(\alpha-\beta)+8=r^2+4(-r-1)+8=(r-2)^2$
(i)번의 결과로부터 $-r-1=\alpha-\beta\leq-\sqrt{2}-2$이므로, $r-2\geq\sqrt{2}-1>0$이므로, 위의 식에서 $\overline{\mathrm{PQ}}=r-2$가 된다.

답: $\overline{\mathrm{PQ}}=r-2$

[수학2-ⅳ]

(ii)번의 결과로부터 $\alpha-\beta=-r-1$이고 $\beta=\dfrac{2\alpha+1}{2\alpha+2}$이므로, $\alpha-\dfrac{2\alpha+1}{2\alpha+2}=-r-1$이 되어 양변에 $2\alpha+2$를 곱해주고 정리하면, $2\alpha^2+(2r+2)\alpha+(2r+1)=0$이 된다. 따라서 $b_1=2r+2$, $b_0=2r+1$이 됨을 알 수 있다.

답: $b_1=2r+2$, $b_0=2r+1$

문항카드 12

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 물리학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I
	핵심개념 및 용어	힘, 역학적 에너지, 빛과 물질의 이중성
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[물리학 I]

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [물리학 I -i] ~ [물리학 I - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

가속도가 a로 일정한 물체의 직선 운동에서 물체의 처음 속도가 v_0일 때 시간 t가 지난 후 물체의 속도 v와 변위 s는 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$v = v_0 + at,\ s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2,\ v^2 - v_0^2 = 2as$$

<제시문2>

일정한 크기의 힘 F에 의하여 물체가 힘의 방향으로 직선거리 s만큼 이동하였을 때 힘이 한 일은 $W = Fs$이고, 물체에 해 준 일만큼 물체의 운동 에너지가 증가한다. 질량 m, 속력 v인 물체의 운동 에너지는 $\frac{1}{2}mv^2$이다.

<제시문3>

운동하는 물질이 파동성을 나타낼 때 물질의 파동을 물질파라고 한다. 질량 m, 속력 v인 물질의 물질파 파장은 $\lambda = \frac{h}{mv}$이다. (여기서 h는 플랑크 상수이다.)

[물리학 I - i] 그림 (a)는 자동차 운전자가 위험을 인식하고 자동차를 정지시키는 과정이다. 운전자가 위험을 인식한 순간부터 브레이크가 작동하기 전까지 이동한 거리를 공주 거리, 브레이크가 작동하기 시작한 때부터 자동차가 정지할 때까지 이동한 거리를 제동 거리라고 한다. 공주 거리와 제동 거리의 합을 정지 거리라고 한다.

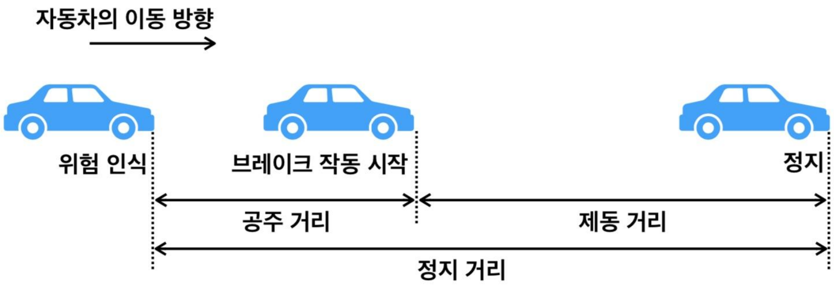


그림 (a)

(가) 일정한 속도 v로 움직이고 있는 질량 m인 자동차의 정지 거리를 구하고자 한다. 운전자가 위험을 인식하고 브레이크가 작동하기까지 t_0의 시간이 걸린다. 브레이크가 작동하면 자동차의 운동 방향과 반대 방향으로 일정한 힘 F가 가해진다. 운전자가 위험을 인식한 순간부터 자동차가 정지할 때까지 이동한 정지 거리 s와 걸린 시간 t_s를 m, v, t_0, F를 이용하여 나타내고 그 근거를 논하시오.

(나) $t_0 = 0.5$초, $m = 10^3\,\mathrm{kg}$, $F = 10^4\,\mathrm{N}$일 때, 주행속력 $36\,\mathrm{km/h}$, $72\,\mathrm{km/h}$에 대하여 각각 정지 거리를 구하고 그 근거를 논하시오.

[물리학 I - ii] 그림 (b)는 입자를 일정한 힘 F로 거리 L만큼 이동시켜 입자를 가속시키는 장치이다.

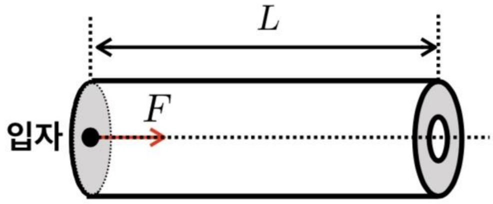


그림 (b)

(가) 질량이 m인 입자 A가 정지 상태에서 가속되어 장치에서 방출된 순간 A의 운동 에너지는 <제시문2>와 같이 주어진다. 이때 A의 운동량의 크기를 F와 L을 포함하여 나타내고 그 근거를 논하시오.

(나) (가)의 가속 장치에서 방출된 입자 A가 등속도 운동을 할 때, A의 물질파 파장 λ_A를 F와 L을 포함하여 나타내고 그 근거를 논하시오.

(다) 질량이 $100m$인 입자 B를 같은 장치에서 같은 힘 F로 가속시켰다. 가속 장치에서 방출된 B의 물질파 파장을 λ_B라고 할 때, A와 B의 물질파 파장의 비 $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$를 구하고 그 근거를 논하시오.

3. 출제 의도

- 뉴턴의 등가속도 직선운동을 이용하여 힘과 가속도의 상관관계를 이해하고, 이를 1차원 운동에 적용할 수 있는지를 평가한다.
- 전자현미경의 원리를 이용하여 물질의 이중성을 이해하고 있는지 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[물리학 I]**

	영역별 내용
제시문	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다. [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다.
	(3) 파동과 정보통신 [12물리 I 03-06] 물질의 이중성을 알고, 전자 현미경의 원리를 설명할 수 있다.
물리학 I - i	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동을 속력만 변하는 경우, 운동 방향만 변하는 경우, 속력과 운동 방향이 모두 변하는 경우로 분류하게 한다. [12물리 I 01-02] 힘이 작용할 때 물체의 운동이 변하는 경우와 힘의 합이 0인 경우를 다루고, 직선 상에서 알짜힘을 구하는 학습 활동을 통해 크기와 방향을 지닌 물리량은 더해질 수 있음을 알게 한다.
	평가 방법 및 유의 사항 -정량적 계산은 학생이 그 계산 과정을 보이고 결과값의 의미를 설명할 수 있는 서술형으로 평가할 수 있다. -물리학의 기본 개념의 이해와 적용 능력을 평가한다. -탐구 활동 수행 능력과 이를 일상생활 문제 해결에 활용하는 능력을 평가한다..
물리학 I - ii	(3) 파동과 정보통신 [12물리 I 01-06] 직선 상에서 운동하는 물체의 역학적 에너지가 보존되는 경우와 열에너지가 발생하여 역학적 에너지가 보존되지 않는 경우를 구별하여 설명할 수 있다. [12물리 I 03-06] 물질의 이중성을 알고, 전자 현미경의 원리를 설명할 수 있다.
	평가 방법 및 유의 사항 -뉴턴 운동 법칙이 적용되는 사례, 열 및 역학적 에너지 전환 및 보존 사례 등을 학생들이 스스로 찾아 과학적으로 적절하게 증거에 기반을 두어 설명할 수 있는 글쓰기, 논증 등의 수행평가를 통해 개념 이해 및 탐구 역량을 평가할 수 있다. -물리학의 기본 개념의 이해와 적용 능력을 평가한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학I	곽영직 외	와이비엠	2018	12-25, 48-55, 199-204
	물리학I	이상연 외	금성출판사	2018	14-27, 180-187
	물리학I	김성진 외	미래엔	2018	14-27, 50-55, 200-205
	물리학I	김영민 외	교학사	2019	12-30, 56-63, 202-208
	물리학I	손정우 외	비상교육	2018	12-25, 46-51, 176-181
	물리학I	송진웅 외	동아출판	2018	10-23, 39-45, 184-190
	물리학I	강남화 외	천재교육	2018	10-26, 44-50, 178-183

5. 문항 해설

물리학은 모든 자연과학의 기반이 되는 개념을 제공하고, 자연 세계에 대한 본질적 이해를 추구하는 학문이다. 고등학교 [물리학 I]에서는 자연과 일상생활의 다양한 현상에 대하여 호기심과 흥미를 가지고, 물리학의 핵심 개념에 대한 이해와 탐구 능력의 함양을 통하여 개인과 사회의 문제를 과학적이고 창의적으로 해결하기 위한 과학적 소양을 기르는 것을 목표로 하고 있다. 출제 문항에서는 고등학교 [물리학 I] 교과과정의 물리학 기본 개념들을 이해하고 적용할 수 있도록 구성하였으며, 자연 현상에 대한 호기심과 흥미를 갖고, 자연과 일상생활의 문제를 과학적으로 탐구할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 고등학교 교과과정 [물리학 I]의 “힘과 운동”영역에서 힘, 역학적 에너지와 “현대물리”영역에서 빛과 물질의 이중성 개념을 이해하고 적용하는 문항을 출제하였다.
문항 [물리학 I - i]은 뉴턴의 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 운동하는 자동차를 정지시키는 데 걸리는 정지 거리와 정지 시간을 정량적으로 예측할 수 있는지를 묻는 문제이다.
[물리학 I - ii]는 일과 운동에너지의 관계를 이용하여 가속 장치에서 방출되는 입자의 운동량을 예측하고, 물질의 이중성을 통하여 물질파의 파장을 이해하고 있는지를 묻는 문제이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
[물리학 I - i] (가)	[5점] 정지 거리를 공주 거리와 제동 거리의 합으로 계산. 공주 거리는 등속도운동, 제동 거리는 등가속도운동임을 이용하여 각각의 거리를 계산하고 그 결과를 더하여 정지 거리를 도출함 정지 거리s는 $s = s_0 + s_1 = vt_0 + \frac{mv^2}{2F}$ [5점] 정지하는데 걸린 시간을 계산. 공주 거리를 움직이는데 걸린 시간과, 제동 거리를 움직이는데 걸린 시간을 각각 구하고 그 결과를 더하여 정지하는데 걸린 시간을 도출함 정지 시간 t_s는 $t_s = t_0 + t_1 = t_0 + \frac{mv}{F}$	10점
[물리학 I - i] (나)	문항 I-(i)-(가)에서 구한 정지 거리를 이용하여 실제 상황에서 정지 거리를 정량적으로 계산. [5점] 속력이 $36\ \mathrm{km/h}$인 경우의 정지 거리는 10m/s×0.5s+10^3kg(10m/s)^2/(2×10^4N)=10m [5점] 속력이 $72\ \mathrm{km/h}$ 인 경우의 정지 거리는 20m/s×0.5s+10^3kg(20m/s)^2/(2×10^4N)=30m	10점
[물리학 I - ii] (가)	일과 운동에너지의 관계로부터 얻은 식 $\frac{1}{2}mv^2 = FL$을 이용하면 운동량의 크기는 $mv = \sqrt{2mFL}$	10점
[물리학 I - ii] (나)	<제시문3>에서 주어진 물질파 식과 문항 I-(ii)-(가)에서 얻은 결과를 이용하면 입자 A의 물질파 파장은 $\lambda_A = \frac{h}{\sqrt{2mFL}}$	5점

[물리학 I - ii] (다)	질량이 $100m$인 입자 B의 물질파 파장은$\lambda_B = \dfrac{h}{10\sqrt{2mFL}}$ 이다. 따라서 A와 B의 물질파 파장의 비는 $$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = 10$$	5점

7. 예시 답안

[물리학 I - i] (가) 공주 거리동안은 속력 v의 등속도 운동이므로 <제시문1>에서 가속도가 없는 경우에 해당하며, 이때 시간 t_0동안 움직인 공주 거리는 $s_0 = vt_0$이다. 브레이크가 작동하는 동안에는 운동 방향과 반대 방향의 일정한 힘이 작용하므로 등가속도운동을 하고, 그때 가속도는 뉴턴의 운동 제2법칙으로부터 $a = -\dfrac{F}{m}$ 로 주어진다.(음의 부호는 가속도의 방향이 운동방향과 반대인 왼쪽을 의미함.) 등가속도 운동인 경우 <제시문1>의 내용에서 정지할 때 속력이 0이라는 사실을 사용하면, $0 = v + at_1 = v - \dfrac{Ft_1}{m}$을 얻을 수 있다. 따라서 브레이크가 작동한 후 정지하는데 까지 걸린 시간은 $t_1 = \dfrac{mv}{F}$이고 제동 거리는 $s_1 = vt_1 + \dfrac{1}{2}at_1^2 = \dfrac{mv^2}{2F}$이다.

(또는, <제시문1>에서 주어진 식 $v^2 - v_0^2 = 2as$를 이용하여 $s_1 = -\dfrac{v^2}{2a} = \dfrac{mv^2}{2F}$ 을 구할 수도 있음.) 정지 거리 s는 공주 거리와 제동 거리의 합이므로 $s = s_0 + s_1 = vt_0 + \dfrac{mv^2}{2F}$이다. 그리고 이 때 정지하는데 걸린 총 시간 t_s는 $t_s = t_0 + t_1 = t_0 + \dfrac{mv}{F}$이다.

[물리학 I - i] (나) (가)에서 얻은 결과를 이용하여 계산한다. 주어진 속력의 단위를 바꾸면 36 km/h=10m/s, 72km/h=20m/s이다. $s = vt_0 + \dfrac{mv^2}{2F}$에 문제에서 주어진 $t_0 = 0.5$ 초, $m = 10^3$ kg, $F = 10^4$ N를 각각 대입하면,
첫 번째의 경우는, 10m/s×0.5s+10^3kg(10m/s)^2/(2×10^4N)=10m
두 번째의 경우는, 20m/s×0.5s+10^3kg(20m/s)^2/(2×10^4N)=30m 이다.

[물리학 I - ii] (가) 일정한 힘 F로 거리 L만큼 가해준 경우 힘이 한 일은 $W = FL$이다. <제시문2>에서 운동에너지는 물체에 해준 일만큼 증가하므로, 질량 m인 입자의 운동에너지는 $\dfrac{1}{2}mv^2 = FL$이 된다. 따라서, 운동량의 크기는 $mv = \sqrt{2mFL}$이다.
[물리학 I - ii] (나) <제시문3>에서 주어진 물질파의 파장 공식을 이용하면, 입자 A의 물질파 파장은 $\lambda_A = \dfrac{h}{mv} = \dfrac{h}{\sqrt{2mFL}}$이다.

[물리학 I - ii] (다) 질량이 $100m$인 입자 B의 물질파 파장은 $\lambda_B = \dfrac{h}{10\sqrt{2mFL}}$이다. 따라서 두 파장의

비는 $\dfrac{\lambda_A}{\lambda_B} = 10$이다. **(별해)** (나)의 결과에서 물질파의 파장이 질량의 제곱근에 반비례함을 이용하여 물질파파장의 비가 10임을 구할 수 있음.

문항카드 13

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 화학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I
	핵심개념 및 용어	몰, 원자량, 분자량, 화합물, 화학 반응에서의 양적 관계, 몰 농도, 산화-환원, 산화수, 산화제, 루이스 전자점식, 전자쌍 반발 원리, 결합각, 산, 염기, 중화 반응, 양자수,
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

전자쌍 반발 원리에 따르면, 한 분자 내에서 중심 원자를 둘러싸고 있는 전자쌍끼리는 서로 정전기적 반발력이 작용하여 가능하면 멀리 떨어져 있으려 한다. 중심 원자와 다른 두 원자가 이루는 각을 결합각이라고 한다.

<제시문2>

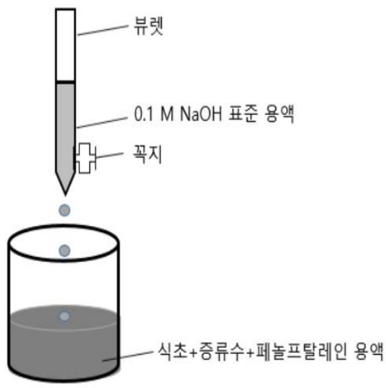
식초 속 아세트산 함량 구하기 실험은 다음과 같이 실행한다.

(1) 식초 10mL를 취하여 비이커에 넣고 증류수를 넣어 100mL가 되게 한 후 페놀프탈레인 용액을 2방울 떨어뜨린다.

(2) 뷰렛에 0.1M NaOH 표준 용액을 채운 후 뷰렛의 눈금을 읽는다.

(3) 그림과 같이 장치한 후 NaOH 표준 용액을 희석된 식초가 든 비이커에 조금씩 떨어뜨린다.

(4) 붉은색이 나타나면 비이커를 흔들어 주면서 한 방울씩 떨어뜨리고 붉은색이 사라지지 않을 때 꼭지를 잠근 후 뷰렛의 눈금을 읽는다.



<제시문3>

수소와 달리 네온과 수은의 선 스펙트럼이 여러 개 선들이 무리 지어진 모습으로 나타나는 것은 다전자 원자에서 각 전자 껍질 속에 조금씩 다른 에너지 준위를 가진 오비탈들이 존재하기 때문이다. 그리고 이 오비탈들을 구분하기 위해서 에너지, 크기, 모양, 좌표축에서의 방향을 나타내는 요소들이 존재하는데, 이를 양자수라고 한다.

<제시문4>

산화 환원 반응에서 한 물질이 산화되어 잃은 전자를 다른 물질이 환원되면서 얻게 된다. 자신이 환원되어 다른 물질을 산화시키는 물질을 산화제라고 한다. 아래와 같이 여러 산화 환원 반응의 예를 찾아

볼 수 있다.
$SO_2(g) + 2H_2S(g) \rightarrow 2H_2O(l) + 3S(s)$
$SO_2(g) + 2H_2O(l) + Cl_2(g) \rightarrow H_2SO_4(aq) + 2HCl(aq)$
$2SO_2(g) + O_2(g) + 2H_2O(l) \rightarrow 2H_2SO_4(l)$
$O_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2ClO(g)$

[화학Ⅰ- ⅰ] 화합물 C_2H_6, CH_2O를 비교 분석하고자 한다. (H, C, O의 원자량은 각각 1, 12, 16이다.)
(가) 각각의 화합물 10g에 포함된 수소 원자 수의 상대 비를 논하시오.
(나) C_2H_6의 결합각 ∠HCH, CH_2O의 결합각 ∠HCO, NH_3의 결합각 ∠HNH, BCl_3의 결합각 ∠ClBCl를 큰 것부터 작은 순서로 나열하고, 그 이유를 논하시오.

[화학Ⅰ- ⅱ] 식초에 포함된 아세트산(CH_3COOH)의 함량은 6%로 알려져 있다. 식초의 밀도가 1.1g/mL 라면, <제시문2>의 실험에서 식초 10mL를 완전히 중화시키는 데 필요한 0.1M NaOH 표준 용액의 부피를 구하고, 그 근거를 논하시오.

[화학Ⅰ- ⅲ] 주 양자수(n)이 3이고, 방위 양자수(l)이 2이며, 스핀 자기 양자수(m_s)가 $+\frac{1}{2}$인 전자가 최대 몇 개까지 가능한지 제시하고, 그 이유를 논하시오.

[화학Ⅰ- ⅳ] SO_2, H_2S, Cl_2, O_2를 산화제로 사용하고자 한다. 산화제의 상대적 세기가 큰 것부터 작은 순서로 나열하고, 그 이유를 <제시문4>에 주어진 반응들을 참조하여 논하시오.

3. 출제 의도

화학 Ⅰ 교과에서 다루고 있는 화학 반응에서의 양적 관계, 원자 구조, 화학 결합, 분자의 구조와 성질, 화학 반응 등에 걸쳐 고르게 문제를 출제하였다. 화학의 기본적인 개념인 몰, 원자량과 분자량 등의 의미를 이해하고, 이를 바탕으로 분자에 포함된 원자 수를 몰이라는 개념으로 이해할 수 있는지 평가하고자 하였다. 또한, 분자의 루이스 구조와 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 화학에서 많이 사용되는 퍼센트 농도, 몰농도의 개념을 이용하여, 산-염기 중화 반응 적정을 이해하여, 화학 반응의 양적 관계를 이해하는지 평가하고자 하였다. 이외에도, 양자수에 대한 여러 표현법을 이해하는지 평가하고자 하였다. 이와 더불어, 산화-환원 반응 단원에 대한 기본적인 개념을 여러 화학 반응을 비교하여 판단할 수 있는 이해력을 가늠하고자 하였다. 기본적으로 고등학교 화학 Ⅰ 교과에 대한 이해의 충실도를 평가하려는 의도에서 문제를 출제하였으며, 단순 암기를 지양하고, 고등학교 과정을 통해 얻어진 지식을 단순 나열이 아니라, 논리적 의견 전개를 통해 설득력 있게 서술이 가능한지에 대하여서도 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[화학 I]**

	영역별 내용
제시문1	[12화학 I 03-06] 전자쌍 반발 이론에 근거하여 분자의 구조를 모형으로 나타낼 수 있다.
제시문2	[12화학 I 04-03] 산･염기 중화 반응을 이해하고, 산･염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학 I 04-04] 중화 적정 실험을 계획하고 수행할 수 있다.
제시문3	[12화학 I 02-02] 양자수와 오비탈을 이용하여 원자의 현대적 모형을 설명할 수 있다.
제시문4	[12화학 I 04-05] 산화･환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화･환원 반응식을 완성할 수 있다.
화학 I - i (가) (나)	[12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다. [12화학 I 03-06] 전자쌍 반발 이론에 근거하여 분자의 구조를 모형으로 나타낼 수 있다.
화학 I - ii	[12화학 I 04-03] 산･염기 중화 반응을 이해하고, 산･염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학 I 04-04] 중화 적정 실험을 계획하고 수행할 수 있다.
화학 I - iii	[12화학 I 02-02] 양자수와 오비탈을 이용하여 원자의 현대적 모형을 설명할 수 있다. [12화학 I 02-03] 전자 배치 규칙에 따라 원자의 전자를 오비탈에 배치할 수 있다.
화학 I - iv	[12화학 I 04-05] 산화･환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화･환원 반응식을 완성할 수 있다.

나) 자료 출처

<제시문1>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	148-149
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	134-135
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	138-139
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	125-129
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	133-135

<제시문2>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	185-187
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	170-173
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	173-181
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	162-167
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	168-174

<제시문3>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	80-89
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	72-81
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	68-77
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	67-73
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	68-75

<제시문4>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	193-199
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	176-187
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	185-196
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	168-173
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	188-192

<문제 Ⅰ- i >

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	148-149
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	134-135
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	138-139
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	125-129
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	133-135

<문제 Ⅰ-ⅱ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	185-187
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	170-173
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	173-181
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	162-167
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	168-174

<문제 Ⅰ-ⅲ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	80-89
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	72-81
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	68-77
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	67-73
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	68-75

<문제 Ⅰ-ⅳ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	193-199
	화학I	최미화 외 5인	미래엔	2020	176-187
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	185-196
	화학I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	168-173
기타	EBS 수능특강 화학1	고삼곤 외 5인	EBS	2020	188-192

5. 문항 해설

<문제 Ⅰ-ⅰ>

몰의 의미에 대한 이해를 바탕으로 간단한 양적 계산을 할 수 있는지 평가하고자 하였다. 전자쌍 반발 원리를 이해하여 결합각을 판단할 수 있으며, 화합물간의 결합각을 비교할 수 있는지 평가하는 문제이다. 고등학교 화학 Ⅰ 교과의 교육 내용에 대한 이해의 충실도를 평가하려는 의도에서 분자의 루이스 구조와 전자쌍 반발 이론을 통해 분자의 구조를 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

<문제 Ⅰ-ⅱ>

산-염기 적정을 이해하여, 화학 양론 계산을 수행할 수 있으며, 퍼센트 농도, 몰 농도, 밀도에 대한 개념을 이해하고 있는지 평가하고자 하였다. 이러한 개념들이 복합적으로 혼합되어 있을 때 논리적으로 활용하는 능력을 평가하고자 하였다.

<문제 Ⅰ-ⅲ>

양자수는 현대의 원자 모델을 기술하는 모델이다. 이 모델을 바탕으로 전자들의 에너지 준위에 따른 표기법을 구사할 수 있는지 평가하려고 하였다. 이 모델의 바탕을 이루고 있는 많은 법칙 중 파울리의 배타 원리를 적절히 활용하여 논리적 기술이 가능한지 평가하고자 하였다.

<문제 Ⅰ-ⅳ>

산화-환원 반응에서 산화수 개념과 전자의 이동 등 기본적인 이해를 바탕으로, 주어진 반응들에 참여한 반응물과 생성물의 산화수 분석을 성공적으로 수행할 수 있는지 평가하고자 하였다. 산화력 및 환원력은 서로 연관되어 있고 이들의 반응성은 상대적인 개념이라는 점을 이해하고 있는지 평가하고자 하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
Ⅰ-ⅰ(가)	몰수의 개념을 정확하게 이해하는지 평가함.	5점
Ⅰ-ⅰ(나)	루이스 구조식을 그릴 수 있는지, 전자쌍 반발력을 이해하여 결합각을 판단하고, 그 판단 과정을 논리적으로 서술할 수 있는지 평가함.	5점
Ⅰ-ⅱ	퍼센트 농도, 몰농도, 밀도를 이해하여 주어진 화학 양론적 계산이 가능한지, 그리고 그 과정을 논리적으로 기술할 수 있는지 평가함.	10점
Ⅰ-ⅲ	양자수에 대한 개념을 정확하게 이해하고 있는지, 이를 구성하는 파울리의 배타 원리를 이해하고 기술할 수 있는지 평가함.	10점
Ⅰ-ⅳ	화합물의 산화수 변화를 바탕으로 산화 반응과 환원 반응을 구분할 수 있는가, 산화제의 상대적 세기를 화학 반응물의 산화수를 비교하여 비교를 논리적으로 수행하고 기술할 수 있는지 평가함.	10점

7. 예시 답안

<문제 Ⅰ-ⅰ>

(가)

C_2H_6의 분자량: 2×12 + 6 = 30

CH_2O의 분자량: 12 + 2×1 + 16 = 30

두 분자의 분자량은 30으로 같다. 각각의 10g은 각각 $\frac{1}{3}$몰에 해당한다.

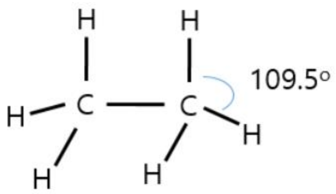
C_2H_6 $\frac{1}{3}$몰에는 수소 원자가 2몰이 포함되어 있다. CH_2O $\frac{1}{3}$몰에는 수소 원자가 $\frac{2}{3}$몰이 포함되어 있다. 따라서, C_2H_6의 수소 원자수:CH_2O의 수소 원자수 = 2:$\frac{2}{3}$ = 6:2 = 3:1이다.

(다른 풀이법)

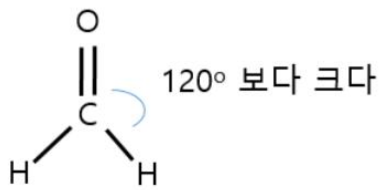
C_2H_6의 분자량: 2×12 + 6 = 30

CH_2O의 분자량: 12 + 2×1 + 16 = 30
즉 두 분자의 분자량이 같다. C_2H_6 분자 1개당 수소는 6개이다. CH_2O 분자 1개당 수소는 2개이다. 이들의 비율은 분자당의 비율과 같으므로, C_2H_6의 수소 원자수:CH_2O의 수소 원자수 = 6:2 = 3:1이다.

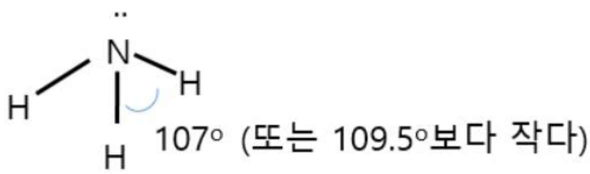
(나)



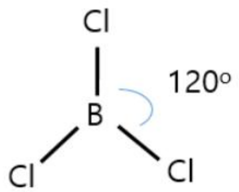
중심 원자에 비공유 전자쌍이 없고 공유 전자쌍만 4개가 있으며, 결합각 ∠HCH = 109.5°에 가깝다.



중심 원자(C)에 비공유 전자쌍이 없고 결합된 원자가 3개이다. C=O의 2중 결합은 C-H의 단일결합보다 전자 밀도가 크므로 전자쌍 사이의 반발력이 더 크다. 따라서, 결합각 ∠HCO > 120° 일 것이다.



중심 원자(N)에 4개의 전자쌍이 있다. 비공유 전자쌍이 존재하며, 비공유 전자쌍 사이의 반발력이 공유 전자쌍 사이의 반발력보다 크므로 비공유 전자쌍의 수가 많을수록 결합각은 작다.



중심 원자(B)에 비공유 전자쌍이 없고 공유 전자쌍만 3개가 있다. 결합각 ∠ClBCl = 120°이다.

따라서, ∠HCO > ∠ClBCl > ∠HCH > ∠HNH 이다. (또는, CH_2O > BCl_3 > C_2H_6 > NH_3)

<문제 Ⅰ-ⅱ>
식초의 밀도가 1.1g/mL이므로 식초 10mL는 11g이다. 식초에 포함된 아세트산의 함량이 6%이므로 식초 11g에 포함된 아세트산의 양은 11g × 0.06 = 0.66g이다.
아세트산 0.66g은 0.66g ÷ 60g/몰 = 0.011몰이다.
아세트산 1몰당 반응하는 NaOH의 몰수는 1몰이다. 따라서, 0.1M 표준용액 NaOH의 부피를 xL라고 하면, 0.011몰 = 0.1M × xL 이므로, x = 0.11L (또는 110mL)가 필요하다.

<문제 Ⅰ-ⅲ>
주 양자수(n)이 3이므로 3번째 전자 껍질이다.
부 양자수(l)이 2이므로 3d 오비탈이다.
스핀 양자수(ms)는 $+\frac{1}{2}$와 $-\frac{1}{2}$이 가능하며, 파울리의 배타 원리에 따라, 한 오비탈에는 $+\frac{1}{2}$인 전자는 1개가 가능하다. 3d 오비탈은 5개가 존재하므로, $+\frac{1}{2}$의 스핀 양자수를 갖는 전자의 총 개수는 5개까지 가능하다.

<문제 Ⅰ-ⅳ>
$SO_2(g) + 2H_2S(g) \rightarrow H_2O(l) + 3S(s)$
SO_2가 환원되었다. (산화수 변화 +4 ->0)
H_2S는 산화되었다. (산화수 변화 -2 ->0)
즉, 산화제 세기 비교는 $SO_2 > H_2S$이다.

$SO_2(g) + 2H_2O(l) + Cl_2(g) \rightarrow H_2SO_4(aq) + 2HCl(aq)$
SO_2가 산화되었다. (산화수 변화 +4 ->+6)
Cl_2는 환원되었다. (산화수 변화 0 ->-1)
즉, 산화제 세기 비교는 $Cl_2 > SO_2$이다.

$SO_2(g) + O_2(g) + H_2O(l) \rightarrow 2H_2SO_4(l)$
SO_2는 산화되었다. (산화수 변화 +4 -> +6)
O_2는 환원되었다. (산화수 변화 +0 -> -2)
즉, 산화제 세기 비교는 $O_2 > SO_2$이다.

$O_2(g) + Cl_2(g) \rightarrow 2ClO(g)$
O_2는 환원되었다. (산화수 변화 0 -> -2)
Cl_2는 산화되었다. (산화수 변화 0 -> +2)
즉, 산화제 세기 비교는 $O_2 > Cl_2$ 이다.

따라서, 산화제의 상대적 세기 비교는 다음과 같다.
$O_2 > Cl_2 > SO_2 > H_2S$

문항카드 14

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 1교시 / 생명과학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	병원체, 항체, 항원, 백신, 면역 반응
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[생명과학 I]

다음 <제시문1> ~ <제시문5>를 읽고 [생명과학 I -i] ~ [생명과학 I - v]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

질병은 비감염성 질병과 감염성 질병으로 나눌 수 있다. 비감염성 질병은 병원체에 감염되지 않아도 발병하는 질병으로 고혈압, 당뇨병 등이 있다. 감염성 질병은 세균, 바이러스, 원생생물, 곰팡이와 같은 병원체에 감염되어 발병하는 질병으로 결핵, 후천성 면역 결핍증(AIDS), 독감 등이 있다. 이처럼 감염성 질병을 일으킬 수 있는 것을 병원체라 한다.

<제시문2>

우리 몸의 방어 작용에는 병원체의 종류에 관계없이 동일한 방식으로 일어나는 비특이적 방어 작용과 병원체의 종류에 따라 다르게 작용하는 특이적 방어 작용이 있다. 특정 병원체에 감염되었던 사람은 그 병원체에 대한 면역이 있어 다시 그 병에 잘 걸리지 않는다. 이는 우리 몸에서 특이적 방어 작용이 일어나기 때문이다.

<제시문3>

몸에 병원체 같은 이물질이 침입하면 이를 제거하는 면역 반응이 일어나며, 면역 반응을 일으키는 이물질을 항원이라고 한다. 항원이 체내에 처음 침입하면 항체를 생성하는 1차 면역 반응이 일어난다. 항원이 재침입하면 다량의 항체가 빠르게 생성되는 2차 면역 반응이 일어난다. 항체는 항원과 결합하여 항원의 기능을 무력화시키는데, 이러한 반응을 항원 항체 반응이라고 한다. 항체는 Y자 모양이며, 두 군데의 항원 결합 부위가 있다. 항원 결합 부위는 항체의 종류마다 구조가 다르기 때문에 특정 항체는 특정 항원과만 결합할 수 있으며, 이를 항원 항체 반응의 특이성이라고 한다. 항체가 항원과 결합하면 항원이 가라앉거나 용해되는 등의 반응이 일어나며, 항체와 결합한 항원은 식세포 작용으로 빠르게 제거된다.

<제시문4>

예방 접종은 우리 몸의 면역 반응을 이용하여 인위적으로 1차 면역 반응을 일으켜 기억 세포를 형성하

게 한다. 그 후 병원체가 체내에 침입하면 2차 면역 반응이 일어나 많은 양의 항체가 효과적으로 병원체를 제거함으로써 질병을 예방한다. 이때 1차 면역 반응을 일으키기 위해 체내에 주입하는 항원을 포함하는 물질을 백신이라고 한다. 백신에는 약화하거나 죽인 병원체 또는 병원체의 일부분이 담겨 있다.

〈제시문5〉
영양소들은 분자 크기가 크므로 소화 과정을 거쳐 작은 분자로 분해되어야 세포막을 통과해 몸속으로 흡수될 수 있다. 녹말(탄수화물)은 포도당으로, 단백질은 아미노산으로, 지방은 지방산과 모노글리세리드로 분해된다.

새롭게 대규모로 발생한 감염성 질병 사태에 대처하기 위해 성균관 박사를 중심으로 만들어진 연구팀이 연구를 시작하였다. 성균관 박사팀은 이 새로운 감염성 질병을 일으키는 병원체를 “병원체 X”로 이름지었다.

[생명과학 I – i] 성균관 박사팀은 환자로부터 병원체 X를 얻은 후, 병원체 X의 종류를 알아내기 위해 다음과 같은 실험을 하였다. 병원체 X와 더불어 종류를 알고 있는 병원체 (가), (나)를 준비하여 배지에 넣은 후 밀폐된 배양기에서 하루 동안 배양하였다. 이때 항생제를 처리한 경우와 그렇지 않은 경우를 분리하였다. 항생제를 처리하지 않은 경우는 병원체만 배양하는 경우와 인간 세포와 병원체를 함께 배양하는 경우를 분리하였다. 성균관 박사팀은 병원체 (가), (나), X의 개체 수 변화를 측정하여 <표1>의 결과를 얻었다.

<표1>

병원체	개체 수		
	항생제 처리	항생제 처리 없음	
	병원체만 배양	병원체만 배양	인간 세포와 함께 배양
병원체 (가)	의미 있는 변화 없음	의미 있는 변화 없음	증가
병원체 (나)	감소	증가	증가
병원체 X	의미 있는 변화 없음	의미 있는 변화 없음	증가

병원체 (가)와 (나)에 의한 실험 결과를 고려하여 병원체 X의 종류를 추론하고 그 근거를 논하시오.

[생명과학 I – ii] 성균관 박사팀은 병원체 X를 물질의 종류별로 분리하여 각각 A, B 시험관에 넣었다. A, B 각 시험관에 들어 있는 물질을 실험동물에 주입하고 일정 기간 후 생성되는 항체의 농도를 측정한 결과 B 시험관의 물질을 주입한 경우에만 항체가 만들어졌다. 성균관 박사팀은 A, B 시험관에 있는 물질의 특성을 조사한 끝에 해당 물질이 3대 영양소 또는 유전 물질 중 하나라는 가설을 세웠다. 각 시험관에 영양소와 유전 물질을 분해할 수 있는 효소를 넣고 실험을 수행하여 <표2>의 결과를 얻었다.

<표2>

시험관	물질의 양(임의의 단위)			
	지방산	아미노산	뉴클레오타이드	포도당
A	0.01	0.02	94	0
B	0	95	0	0.03

실험동물에서 병원체 X에 대한 항체를 형성하게 만든 주된 물질의 종류를 추론하고 그 근거를 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅲ] 성균관대 학생인“명륜”과 “율전”은 같은 날 우연히 병원체 X에 감염되었다. 감염되고 30일 후에“명륜”은 계속 증상을 보였지만 “율전”은 완전히 나았다. 성균관 박사팀은 이러한 현상이 면역 세포의 수 변화 때문이라는 것을 발견하였다. 좀더 자세한 상황을 알기 위해 감염되고 3일 후, 8일 후, 20일 후에 세 종류의 면역 세포 수를 조사하여 <표3>의 결과를 얻었다.

<표3>

시간	보조 T 림프구 수(상대값)		형질 세포 수(상대값)		기억 세포 수(상대값)	
	명륜	율전	명륜	율전	명륜	율전
감염되고 3일 후	10	10	10	10	10	10
감염되고 8일 후	11	75	12	368	13	40
감염되고 20일 후	11	18	13	30	12	40

(1)“명륜”과 “율전”이 감염되고 30일 후에 다른 건강 상태를 보인 이유를 <표3>에 있는 세포 종류별 수의 변화를 그래프로 그리고 그 근거를 논하시오.

(2) “율전”이 나중에 병원체 X에 의해 다시 감염된다면 시간이 지남에 따라 어떤 건강 상태를 보일지 예측하고 그 근거를 <표3>을 이용하여 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅳ] 성균관 박사팀은 병원체 X에 의한 감염성 질병을 예방하기 위하여 백신 후보 SKKU-31213과 SKKU-31317을 개발하였다. 두 백신 후보는 모두 독성이나 부작용이 없었다. 두 백신 후보와 생리식염수를 실험동물에 주입하고(0일), 28일 후에 병원체 X를 주사하였다. 실험 마지막 날에 실험동물의 생존 여부를 조사하여 <표4>의 결과를, 실험 기간 중 혈중 항체 농도 변화를 조사하여 <표5>의 결과를 얻었다. 단, 실험동물은 모두 유전적으로 동일하며, 실험 전에 병원체 X에 노출된 적이 없다.

<표4>

백신 후보 물질	전체 실험동물 수(마리)	생존한 실험동물 수(마리)	죽은 실험동물 수(마리)
SKKU-31213	20	19	1
SKKU-31317	20	12	8
생리식염수	20	0	20

<표5>

시간(일)	혈중 항체 농도(상대값)	
	SKKU-31213	SKKU-31317
0	0	0
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	1
5	1	2
6	2	4
7	5	7
8	12	12
9	24	18
10	41	26
11	61	35
12	81	43
13	95	48
14	100	50

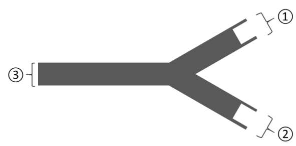
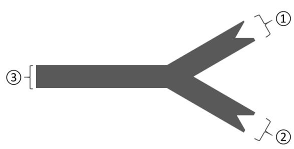
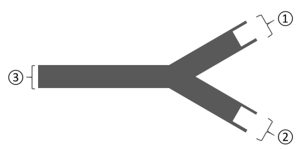
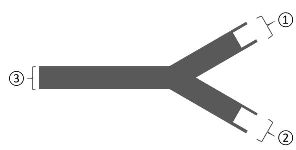
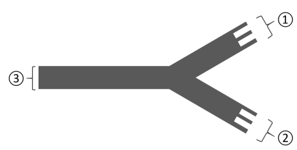
시간(일)	혈중 항체 농도(상대값)	
	SKKU-31213	SKKU-31317
32	322	243
33	660	378
34	921	471
35	1000	500
36	963	480
37	938	443
38	924	434
39	918	428
40	913	423
41	908	418
42	903	413
43	898	408
44	893	403
45	888	398
46	884	394

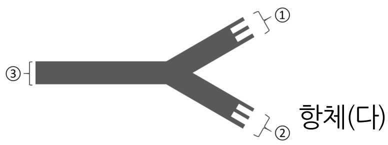
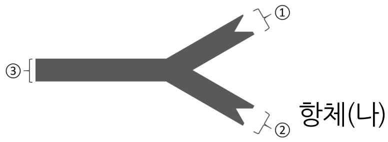
15	95	48		47	880	390
16	83	43		48	876	386
17	66	35		49	872	382
18	49	26		50	869	379
19	35	18		51	866	376
20	23	12		52	863	373
21	14	7		53	860	370
22	9	4		54	857	367
23	5	2		55	854	364
24	3	1		56	852	362
25	2	0		57	850	360
26	1	0		58	848	358
27	1	0		59	846	356
28	0	0		60	845	355
29	1	10		61	844	354
30	14	41		62	843	353
31	94	118		63	842	352

두 백신 후보 중 어느 후보가 백신으로 더 적합한지 정하고 그 이유를 생존 비율과 혈중 항체 농도 실험 결과에 근거하여 정량적으로 논하시오.

[생명과학 I - v] 성균관 박사팀은 병원체 X에 의한 감염병을 치료하고자 항체를 이용한 치료제 후보 5가지(SAb-32153, SAb-32264, SAb-32364, SAb-33000, SAb-34000)를 개발하였다. 치료제 후보 5가지의 치료 효과와 각 치료제 후보에 들어 있는 항체의 구조를 분석해서 <표6>의 실험 결과를 얻었다. 이때 (가), (나), (다)는 구조가 다른 항체를, ①, ②, ③은 항체의 부위를 일컫는다. 치료 효과의 정도는 “+”의 개수로 표시하였다. 치료 효과가 없는 경우는 “-”로 표시하였다. 단, 항원의 양은 모두 같다.

<표6>

<table>
<tr><th>치료제 후보</th><th>치료
효과</th><th>항체량
(상대값)</th><th colspan="2">항체 구조</th></tr>
<tr><td>SAb-32153</td><td>++</td><td>100</td><td colspan="2"> 항체(가)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SAb-32264</td><td rowspan="2">+++</td><td rowspan="2">200</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>항체(나)(항체량 비율: 50%)</td><td>항체(가)(항체량 비율: 50%)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">SAb-32364</td><td rowspan="2">++</td><td rowspan="2">200</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>항체(가)(항체량 비율: 50%)</td><td>항체(다)(항체량 비율: 50%)</td></tr>
</table>

SAb-33000	-	100	
SAb-34000	+	100	

<표6>에 나타난 실험 결과를 바탕으로 병원체 X에 있는 항원 구조의 특징을 그림을 그려서 예측하고, 이에 근거하여 5가지 항체치료제 후보가 다른 정도의 치료 효과를 보이는 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

2020년은 전 세계적인 감염병인 코로나-19로 인해 수많은 사람이 고통을 받고 있는 해이다. 본 문항은 <Ⅲ. 항상성과 몸의 조절> - <5. 질병과 방어 작용>에서 학습한 개념과 원리를 이용하여 코로나-19와 같은 바이러스 매개 감염병의 종류, 병원체 일부로서의 항원의 물질 종류, 인체의 방어 작용 원리와 백신 및 치료제 개발에 이르는 전 과정을 이해할 수 있는지를 5개의 소문항으로 나누어 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[생명과학 Ⅰ]**

	영역별 내용
제시문	(3)항상성과 몸의 조절 [12생과03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어작용을 이해한다. [12생과03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해한다.
하위문항1	(3)항상성과 몸의 조절 [12생과03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어작용을 이해한다.
하위문항2	(3)항상성과 몸의 조절 [12생과03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어작용을 이해한다.
하위문항3	(3)항상성과 몸의 조절 [12생과03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어작용을 이해한다.
하위문항4	(3)항상성과 몸의 조절 [12생과03-07] 백신의 작용 원리를 항원 항체 반응과 관련지어 이해한다.
하위문항5	(3)항상성과 몸의 조절 [12생과03-06] 다양한 질병의 원인과 우리 몸의 특이적 방어 작용과 비특이적 방어작용을 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학	김윤택 외 4인	동아출판	2020	92-102, 40
	생명과학	이용철 외 3인	와이비엠	2020	98-112, 37
	생명과학	심규철 외 5인	비상교육	2020	92-102, 39
	생명과학	오현선 외 5인	미래엔	2020	100-115, 38, 46
	생명과학	이준규 외 5인	천재교육	2020	94-106, 39
	생명과학	전상학 외 7인	지학사	2020	92-99, 39

5. 문항 해설

[생명과학 Ⅰ-ⅰ]

감염성 질환을 일으키는 병원체의 종류에는 세균(박테리아), 원생생물, 곰팡이 그리고 바이러스가 있다. 코로나-19는 널리 알려진 것처럼 바이러스의 일종인 코로나바이러스가 병원체로 작용하여 감염성 질병을 일으킨다. 바이러스는 일반적인 생명체와 달리 자체적으로 증식을 할 수 없으며 숙주 세포가 있어야지만 증식을 할 수 있는 특징을 가지고 있다. 반면에 세균은 자체적으로 증식을 할 수 있으며 항생제로 치료할 수 있다. 병원체로서 세균과 바이러스는 생물학적 특성이 다르지만 중요한 병원체의 종류이다. 본 소문항에서는 병원체 중 세균과 바이러스를 구분할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다. 구체적으로 <표1>에서 가상의 실험을 통해 얻은 종류를 이미 알고 있는 병원체 (가), (나)의 특성에 근거하여 병원체 X의 종류를 추론할 수 있는지를 묻고 있다.

<표1>에 의하면 종류를 이미 알고 있는 병원체 (가)는 항생제를 처리하고 배양하였을 때나 면 항생제를 처리하지 않고 병원체만 배양했을 때 개체 수 변화가 없으므로 자체적으로 증식을 할 수 없다는 것을 알 수 있다. 반면 병원체와 인간 세포를 함께 배양할 때 개체 수가 증가하므로 자체적으로 증식할 수 없고 숙주 세포가 있어야지만 증식할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 병원체 (가)는 바이러스이다. 종류를 이미 알고 있는 병원체 (나)는 항생제를 처리하고 배양했을 때 개체 수가 감소하는 반면 항생제를 처리하지 않고 배양했을 때 개체 수가 증가하는 것으로부터 자체적으로 증식할 수 있다. 병원체 (나)는 자체적으로 증식하기 때문에 항생제를 처리하지 않고 인간 세포와 함께 배양했을 때에도 증가함을 알 수 있다. 따라서 병원체 (나)는 세균이다. 종류를 모르는 병원체 X의 경우를 보면 항생제를 처리 여부와는 무관하게 병원체 자체만 배양했을 때에 개체 수 변화가 없다. 따라서 병원체 X는 세균인 병원체 (나)와 같은 종류가 아니다. 병원체 X는 병원체 (가)와 같이 항생제를 처리하지 않고 인간 세포와 함께 배양한 경우에만 개체 수가 증가하였다. 따라서 병원체 X는 병원체 (가)와 같은 종류인 바이러스이다.

[생명과학 Ⅰ-ⅱ]

바이러스는 유전 물질인 핵산이 단백질 껍질에 쌓여 있는 단순한 구조를 가지고 있으며 그 크기도 세균보다 작다. 본 소문항에서는 <생명과학Ⅰ>에서 다루는 바이러스의 기본 구조에 대한 지식을 바탕으로 코로나-19를 이해하는데 도움을 주고자 주어진 가상의 실험 결과로부터 항체 형성을 일으키는 물질의 종류를 추론하는 능력을 평가하고자 하였다. 물질의 종류를 추론하기 위해 <Ⅱ. 사람의 물질대사> 단원에서 설명하는 이화 작용의 개념을 일부 사용하였다.

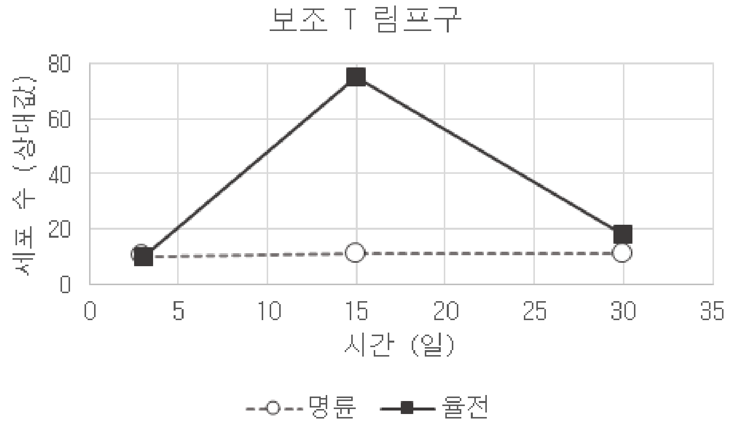
<표2>에 의하면 A 시험관에는 핵산이 분해되어 나오는 뉴클레오타이드가 주된 물질로 존재하며 B 시

험관에는 단백질이 분해되어 나오는 아미노산이 주된 물질로 존재함을 알 수 있다. B 시험관의 물질을 실험동물에 주입한 경우에만 항체가 형성되었다고 하였으므로 실험동물에서 병원체 X에 대한 항체를 형성하게 만든 주된 물질의 종류는 단백질이다.

[생명과학 Ⅰ-ⅲ]

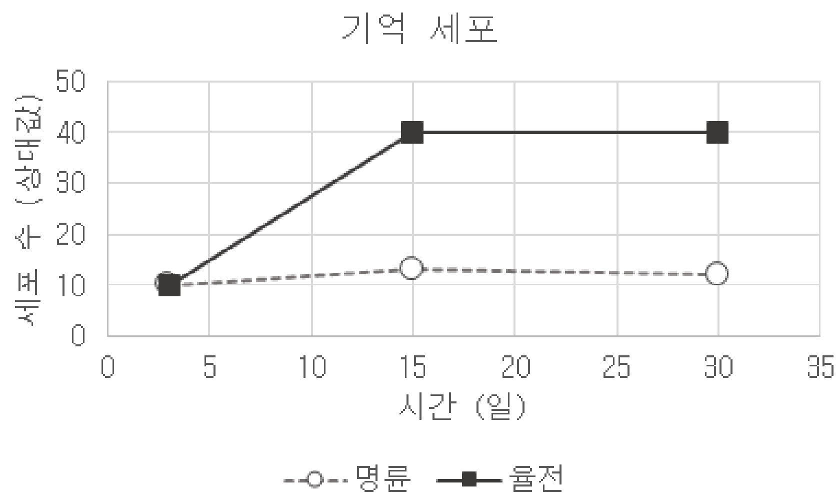
항체에 의한 면역 반응인 체액성 면역에서는 보조 T 림프구가 B 림프구의 분화를 촉진하여 형질 세포와 기억 세포가 만들어진다. 형질 세포는 항체를 생성하고 기억 세포는 항원의 특성을 기억하여 병원체에 의한 감염이 다시 일어나면 빠르게 다량의 항체를 생성하여, 병원체를 효과적으로 제거할 수 있다. 본 소문항에서는 (1) 형질 세포 및 기억 세포의 기능에 대한 이해를 바탕으로 가상의 두 감염병 환자인 “명륜”과 “율전”이 최초 감염 후 회복 양상이 달라지는 이유를 추론하는 능력과, (2) 기억 세포가 형성되는 경우에 병원체를 효과적으로 제거한다는 지식을 바탕으로 재감염 시 “율전”의 건강 상태를 추론하는 능력을 평가하고자 하였다. 또한 이러한 추론을 하기 위해 가상의 실험 결과를 그래프로 표현하여 이해하는 능력도 함께 평가하고자 하였다.

(1) <표3>의 결과를 바탕으로 “명륜”과 “율전”이 감염된 후 30일 동안 보조 T 림프구 및 형질 세포 수 변화를 그래프로 나타내면 다음과 같다.



그래프를 통해서 “명륜”의 경우 보조 T 림프구 및 형질 세포 수가 변화가 거의 없고 증가하지 않아서 병원체 X에 대한 항체가 형성되지 않았기 때문에 감염되고 30일 후에도 계속 증상을 보인다고 할 수 있다. “율전”의 경우는 보조 T 림프구 및 형질 세포 수가 급격하게 증가하였다가 감소하는 것으로 보아 항체가 형성되어 30일 후에 완전히 나았다고 할 수 있다.

(2) <표3>의 결과를 바탕으로 “율전”의 기억 세포 수 변화를 그래프로 그리면 다음과 같다.

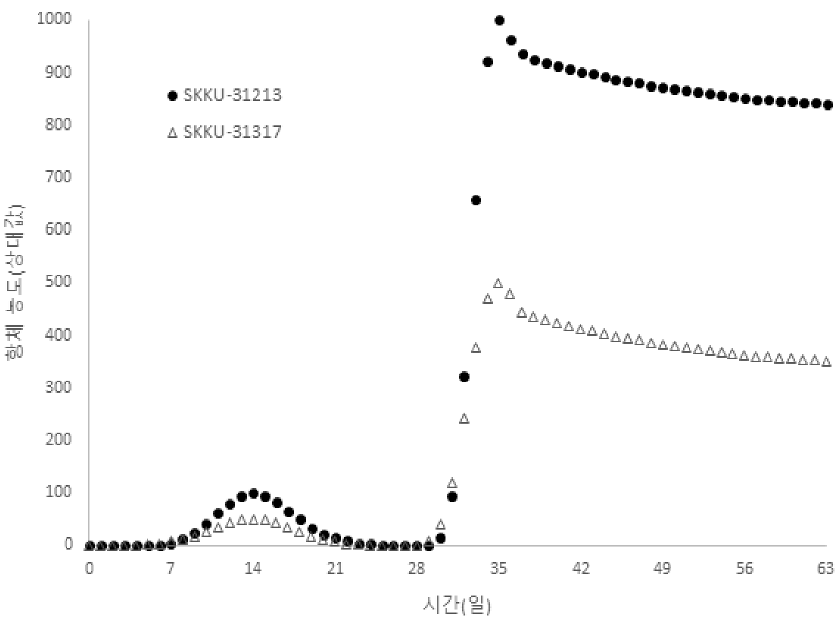


그래프를 통해서 “명륜”의 경우 감염 후 기억 세포가 형성되었음을 알 수 있다. 따라서 “율전”이 병원체 X에 다시 감염된다면 시간이 지남에 따라 병원체 X에 대한 항체를 대량으로 빠르게 생성하여 (빠른 시간 안에) 감염병에서 나을 것이라고 예측할 수 있다.

[생명과학 I-ⅳ]

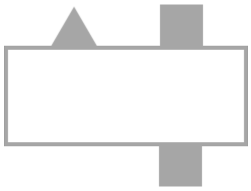
백신 개발에서 여러 후보들의 상대적인 성능을 평가하여 어느 후보가 우수한지 판단하는 것은 중요한 요소 중의 하나이다. 본 소문항에서는 백신의 원리에 대한 이해를 바탕으로 가상의 2가지 백신 후보 물질 중에서 어느 후보 물질이 더 적합한지 추론할 수 있는 능력을 평가하고자 하였다.

<표4>의 결과를 보면 2가지 백신 후보 물질에 의한 실험동물의 생존율의 차이를 알 수 있다. 생리식염수를 주입하였을 때 모든 실험동물이 죽은 반면 SKKU-31213의 경우 95%의 실험동물이, SKKU-31317의 경우 60%의 실험동물이 생존하였다. 따라서 2가지 백신 후보 물질 중에서 SKKU-31213이 더 높은 생존율을 보임을 알 수 있다. <표5>의 결과를 보면 2가지 백신 후보 물질에 의해 형성된 항체의 상대적 양의 차이를 알 수 있다. <표5>의 결과를 그래프로 표시하면 아래 그림과 같다.



SKKU-31213와 SKKU-31317 두 가지 백신 후보 물질 모두 35일 후에 최대 혈중 항체 농도를 보이고 있다. SKKU-31213에 의한 최대 혈중 항체 농도는 SKKU-31317에 의한 최대 혈중 항체 농도의 2배임을 알 수 있다. 더 높은 생존율 (95% 대 60%)와 최대 혈중 항체 농도 (2:1)을 고려할 때 SKKU-31213이 더 백신으로 적합하다고 할 수 있다.

[생명과학 I-v]
본 소문항에서는 항원 항체 반응의 특이성에 대한 이해도를 측정하고자 하였다. 항원 결합 부위가 다른 항체들의 조합을 통해 항원의 구조적 특징을 추론하고 이를 바탕으로 다양한 구조의 항체가 포함된 항체 치료제 후보의 차별적 효과를 설명할 수 있는지 여부를 평가하고자 하였다.
<표6>에 의하면 항체 (가)와 항체 (나)는 항원의 특정 부위와 결합하나 항체 (다)는 항원에 결합할 수 있는 부위가 없다. 항체 (가)와 항체 (나)는 각각 항원 결합 부위(①,②)가 다른 구조를 가지고 있으므로 병원체 X에 있는 항원에는 최소한 두 가지의 다른 항체 결합 부위가 있다. 항체 구조의 종류 및 치료 효과의 상대적인 정도를 고려할 때 가능한 항원의 구조는 다음과 같다.



SAb-34000은 항원에 결합하지 못하는 항체 (다)를 가지고 있어서 치료 효과가 없다. SAb-32364는 항원에 결합하지 못하는 항체 (다)와 항원에 결합할 수 있는 항체 (가)를 1:1의 비율로 가지고 있어서 항체 (가)만 가지고 있는 SAb-32153과 같은 정도의 치료 효과를 보인다. SAb-32264는 항원에 결합하는 항체 (가)와 항체 (나)를 모두 가지고 있어서 항체 (가)만 가지고 있는 SAb-32153과 항체 (나)만 가지고 있는 SAb-34000, 그리고 항체 (가)와 항원에 결합하지 못하는 항원 (다)를 가지고 있는 SAb-32364보다 높은 정도의 치료 효과를 보인다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
I - i	주어진 실험 결과를 이용하여 병원체 X의 종류를 추론할 수 있는가?	7점
I - ii	주어진 실험 결과를 이용하여 병원체 X에서 항체 형성을 유도하는 물질의 종류를 추론할 수 있는가?	3점
I - iii	(1) 보조 T 림프구와 형질 세포의 수 차이를 이용하여 항체 형성 정도의 차이에 따라 감염병으로부터의 회복이 달라짐을 추론할 수 있는가? (2) 기억 세포의 수 차이를 이용하여 항체가 형성된 경우 재감염시 회복 여부를 추론할 수 있는가?	10점
I - iv	백신 후보의 실험 결과를 바탕으로 더 우수한 백신 후보를 추론할 수 있는가?	10점
I - v	항원 항체 반응 특이성을 이용하여 항원의 구조를 예측하고 치료제 후보의 다른 치료 효과를 설명할 수 있는가?	10점

7. 예시 답안

[생명과학 I-ⅰ]

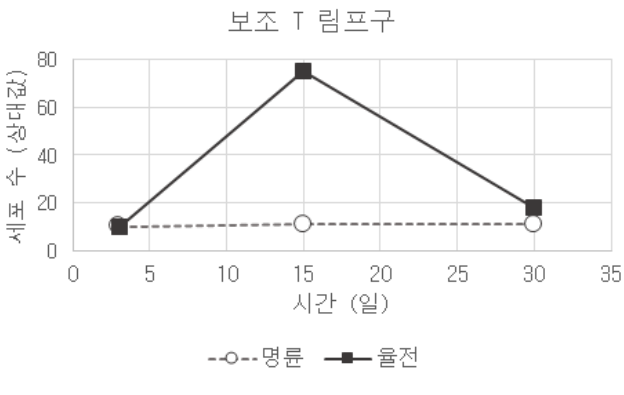
<표1>에 의하면 종류를 이미 알고 있는 병원체 (가)는 항생제를 처리하고 배양하였을 때나 면 항생제를 처리하지 않고 병원체만 배양했을 때 개체 수 변화가 없으므로 자체적으로 증식을 할 수 없다는 것을 알 수 있다. 반면 병원체와 인간 세포를 함께 배양할 때 개체 수가 증가하므로 자체적으로 증식할 수 없고 숙주 세포가 있어야지만 증식할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 병원체 (가)는 바이러스이다. 종류를 이미 알고 있는 병원체 (나)는 항생제를 처리하고 배양했을 때 개체 수가 감소하는 반면 항생제를 처리하지 않고 배양했을 때 개체 수가 증가하는 것으로부터 자체적으로 증식할 수 있다. 병원체 (나)는 자체적으로 증식하기 때문에 항생제를 처리하지 않고 인간 세포와 함께 배양했을 때에도 증가함을 알 수 있다. 따라서 병원체 (나)는 세균이다. 종류를 모르는 병원체 X의 경우를 보면 항생제를 처리 여부와는 무관하게 병원체 자체만 배양했을 때에 개체 수 변화가 없다. 따라서 병원체 X는 세균인 병원체 (나)와 같은 종류가 아니다. 병원체 X는 병원체 (가)와 같이 항생제를 처리하지 않고 인간 세포와 함께 배양한 경우에만 개체 수가 증가하였다. 따라서 병원체 X는 병원체 (가)와 같은 종류인 바이러스이다.

[생명과학 I-ⅱ]

<표2>에 의하면 A 시험관에는 핵산이 분해되어 나오는 뉴클레오타이드가 주된 물질로 존재하며 B 시험관에는 단백질이 분해되어 나오는 아미노산이 주된 물질로 존재함을 알 수 있다. B 시험관의 물질을 실험동물에 주입한 경우에만 항체가 형성되었다고 하였으므로 실험동물에서 병원체 X에 대한 항체를 형성하게 만든 주된 물질의 종류는 단백질이다.

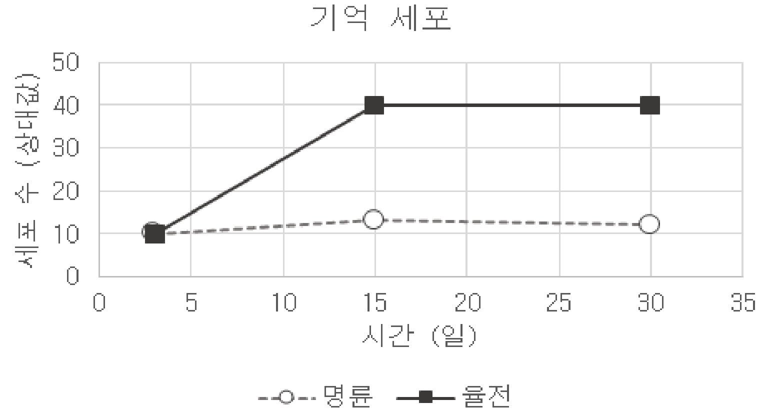
[생명과학 I-ⅲ]

(1) <표3>의 결과를 바탕으로 "명륜"과 "율전"이 감염된 후 30일 동안 보조 T 림프구 및 형질 세포 수 변화를 그래프로 나타내면 다음과 같다.



그래프를 통해서 “명륜”의 경우 보조 T 림프구 및 형질 세포 수가 변화가 거의 없고 증가하지 않아서 병원체 X에 대한 항체가 형성되지 않았기 때문에 감염되고 30일 후에도 계속 증상을 보인다고 할 수 있다. “율전”의 경우는 보조 T 림프구 및 형질 세포 수가 급격하게 증가하였다가 감소하는 것으로 보아 항체가 형성되어 30일 후에 완전히 나았다고 할 수 있다.

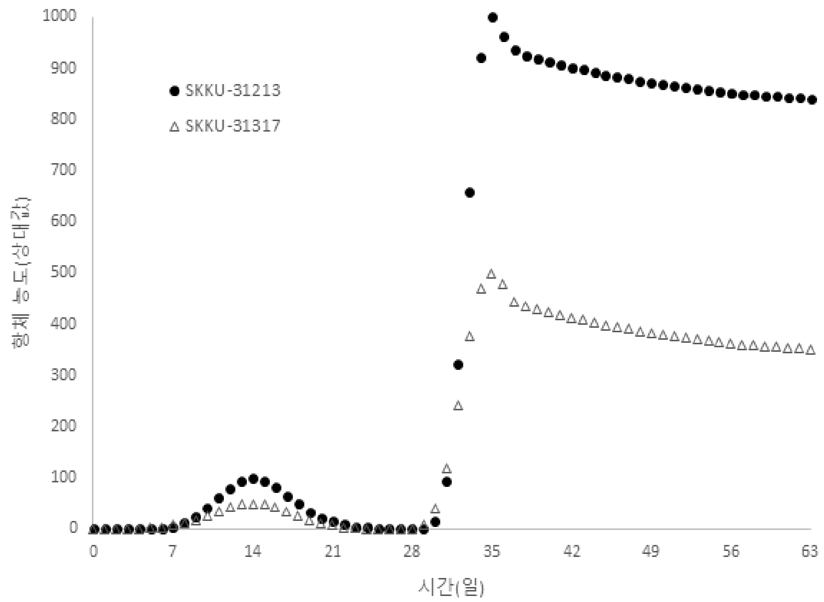
(2) <표3>의 결과를 바탕으로 “율전”의 기억 세포 수 변화를 그래프로 그리면 다음과 같다.



그래프를 통해서 “명륜”의 경우 감염 후 기억 세포가 형성되었음을 알 수 있다. 따라서 “율전”이 병원체 X에 다시 감염된다면 시간이 지남에 따라 병원체 X에 대한 항체를 대량으로 빠르게 생성하여 (빠른 시간 안에) 감염병에서 나을 것이라고 예측할 수 있다.

[생명과학 I-ⅳ]

<표4>의 결과를 보면 2가지 백신 후보 물질에 의한 실험동물의 생존율의 차이를 알 수 있다. 생리식염수를 주입하였을 때 모든 실험동물이 죽은 반면 SKKU-31213의 경우 95%의 실험동물이, SKKU-31317의 경우 60%의 실험동물이 생존하였다. 따라서 2가지 백신 후보 물질 중에서 SKKU-31213이 더 높은 생존율을 보임을 알 수 있다. <표5>의 결과를 보면 2가지 백신 후보 물질에 의해 형성된 항체의 상대적 양의 차이를 알 수 있다. <표5>의 결과를 그래프로 표시하면 아래 그림과 같다.

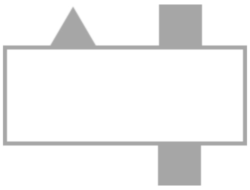


SKKU-31213와 SKKU-31317 두 가지 백신 후보 물질 모두 35일 후에 최대 혈중 항체 농도를 보이고

있다. SKKU-31213에 의한 최대 혈중 항체 농도는 SKKU-31317에 의한 최대 혈중 항체 농도의 2배임을 알 수 있다. 더 높은 생존율 (95% 대 60%)와 최대 혈중 항체 농도 (2:1)을 고려할 때 SKKU-31213이 더 백신으로 적합하다고 할 수 있다.

[생명과학 I-v]

<표6>에 의하면 항체 (가)와 항체 (나)는 항원의 특정 부위와 결합하나 항체 (다)는 항원에 결합할 수 있는 부위가 없다. 항체 (가)와 항체 (나)는 각각 항원 결합 부위(①,②)가 다른 구조를 가지고 있으므로 병원체 X에 있는 항원에는 최소한 두 가지의 다른 항체 결합 부위가 있다. 항체 구조의 종류 및 치료 효과의 상대적인 정도를 고려할 때 가능한 항원의 구조는 다음과 같다.



SAb-34000은 항원에 결합하지 못하는 항체 (다)를 가지고 있어서 치료 효과가 없다. SAb-32364는 항원에 결합하지 못하는 항체 (다)와 항원에 결합할 수 있는 항체 (가)를 1:1의 비율로 가지고 있어서 항체 (가)만 가지고 있는 SAb-32153과 같은 정도의 치료 효과를 보인다. SAb-32264는 항원에 결합하는 항체 (가)와 항체 (나)를 모두 가지고 있어서 항체 (가)만 가지고 있는 SAb-32153과 항체 (나)만 가지고 있는 SAb-34000, 그리고 항체 (가)와 항원에 결합하지 못하는 항원 (다)를 가지고 있는 SAb-32364보다 높은 정도의 치료 효과를 보인다.

문항카드 15

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 수학 1	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	도형의 방정식, 미분법, 이차곡선, 삼각함수
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[수학 1]다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [수학 1-ⅰ] ~ [수학 1-ⅳ]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>
중심의 좌표가 (a, b)이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은 다음과 같다.

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

<제시문2>
초점이 $(0, p)$이고 준선이 $y=-p$인 포물선의 방정식은 다음과 같다.

$$x^2=4py \quad (\text{단, } p \neq 0)$$

<제시문3>
원 $C:(x-12)^2+\left(y-\frac{15}{2}\right)^2=36$ 위의 임의의 점을 A, 포물선 $P: y=x^2$ 위의 임의의 점을 B 라고 하자.

[수학 1-ⅰ] <제시문3>에서 원 C의 중심과 점 B 사이의 거리가 항상 원 C의 반지름보다 큼을 보이고 그 이유를 논하시오.

[수학 1-ⅱ] <제시문3>의 두 점 A, B 사이의 거리가 최소가 되도록 하는 점 A와 점 B를 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1-ⅲ] 문항 [수학 1-ⅱ]에서 구한 점 B에서 <제시문3>의 원 C에 그은 두 접선의 방정식을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1-ⅳ] 문항 [수학 1-ⅲ]에서 구한 두 접선이 이루는 각의 크기를 θ (단,$0<\theta\leq\frac{\pi}{2}$)라고 할 때, $\sin\theta$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제는 도함수를 이용한 함수의 그래프의 개형, 원과 직선의 위치 관계, 삼각함수의 덧셈정리를 이해하고 있는지를 평가하고자 한다.

[수학 1-ⅰ] 두 점 사이의 거리를 함수로 표현하고, 함수의 그래프의 개형에 대한 이해를 통해 최솟값을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학 1-ⅱ] 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구하고, 원과 직선이 만나는 교점을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학 1-ⅲ] 원과 직선의 위치 관계를 이해하여, 원에 접하는 직선의 방정식을 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학 1-ⅳ] 삼각함수의 뜻을 알고 삼각함수의 덧셈정리를 이용할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	**[수학] - (3) 도형의 방정식 - ③ 원의 방정식** [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 2	**[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다.
제시문 3	**[수학] - (3) 도형의 방정식 - ③ 원의 방정식** [10수학02-06] 원의 방정식을 구할 수 있다. **[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다.
수학 1-ⅰ	**[수학] - (2) 방정식과 부등식 - ⑥ 여러 가지 방정식과 부등식** [10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. **[수학] - (3) 도형의 방정식 - ① 평면좌표** [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. **[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용** [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
수학 1-ⅱ	**[수학] - (3) 도형의 방정식 - ② 직선의 방정식** [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. **[수학] - (3) 도형의 방정식 - ③ 원의 방정식** [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
수학 1-ⅲ	**[수학] - (3) 도형의 방정식 - ③ 원의 방정식** [10수학02-07] 좌표평면에서 원과 직선의 위치 관계를 이해한다.
수학 1-ⅳ	**[수학Ⅰ] - (2)삼각함수 - ① 삼각함수** [12수학Ⅰ02-02] 삼각함수의 뜻을 알고, 사인함수, 코사인함수, 탄젠트함수의 그래프를 그릴 수 있다. **[미적분] - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분** [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	황선욱 외	미래엔	2020	83-85, 111-113, 125-127, 138-148
	수학	박교식 외	동아출판	2020	73-75, 101-103, 113-116, 128-137
	수학 I	황선욱 외	미래엔	2020	74-79
	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	77-82
	수학 II	황선욱 외	미래엔	2020	90-97
	수학 II	홍성복 외	지학사	2020	90-98
	미적분	황선욱 외	미래엔	2020	63-69
	미적분	김원경 외	비상교육	2020	58-62
	기하	황선욱 외	미래엔	2020	11-15
	기하	고성은 외	좋은책 신사고	2020	11-15

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학」의 '도형의 방정식', 「수학Ⅱ」의 '미분', 「미적분」의 '미분법' 단원에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 함수의 도함수를 이용한 그래프의 개형, 좌표평면에서의 원과 직선의 위치 관계, 삼각함수의 덧셈정리 등을 적절히 활용하여 주어진 문항을 해결할 수 있는지, 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
수학 1-i	원 C의 중심과 점 B 사이의 거리를 함수로 표현하고, 이 함수의 그래프의 개형에 대한 이해를 통해 최솟값을 얻고, 이 최솟값이 원 C의 반지름보다 큼을 올바르게 유도할 수 있다.	7점
수학 1-ii	[수학 1-i]에서 얻은 결과를 해석하고 원과 직선이 만나는 교점을 이용하여, 두 점 A, B 사이의 거리가 최소가 되도록 하는 점 A와 점 B를 올바르게 유도할 수 있다.	8점
수학 1-iii	원과 직선의 위치 관계를 이해함으로써 점 B에서 원 C에 그은 접선의 방정식을 올바르게 유도할 수 있다.	8점
수학 1-iv	삼각함수의 덧셈정리를 활용하여 접선이 이루는 각의 크기 θ에 대한 $\sin\theta$의 값을 올바르게 유도할 수 있다.	7점

7. 예시 답안

[수학 1 - i]

원 C의 중심과 포물선 P 위의 점 $\mathrm{B}(x, x^2)$ 사이의 거리의 제곱을 $f(x)$라고 하면, 함수 $f(x)$는 다음과 같다.

$$f(x) = (x-12)^2 + \left(x^2 - \frac{15}{2}\right)^2 = x^4 - 14x^2 - 24x + \frac{801}{4}$$

원 C의 중심과 점 B 사이의 거리가 항상 원 C의 반지름보다 큼을 보이기 위해서, 함수 $f(x)$의 최솟값이 원 C의 반지름의 제곱보다 큼을 보이면 된다. 이에 함수 $f(x)$의 도함수를 이용하여 아래와 같이 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타낸다.

$f'(x) = 4x^3 - 28x - 24 = 4(x+2)(x+1)(x-3)$ 이므로 $f'(x) = 0$에서

$x = -2$ 또는 $x = -1$ 또는 $x = 3$

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	$\frac{833}{4}$	$\nearrow$	$\frac{845}{4}$	$\searrow$	$\frac{333}{4}$	$\nearrow$

그러므로 $f(x)$의 최솟값은 $\frac{333}{4}$이다. 따라서, 원 C의 중심과 점 B 사이의 거리의 최솟값

$$\sqrt{\frac{333}{4}} = \frac{3}{2}\sqrt{37}$$

은 원의 반지름 6보다 크다.

[수학 1 - ii]

원 C 밖에 있는 포물선 P 위의 점 B가 주어지면, 점 B와 원 위의 임의의 점 A 사이의 거리가 최소가 되도록 하는 점 A는 점 B와 원 C의 중심을 지나는 직선 위에 있고, 그 거리는 점 B와 원 C의 중심 사이의 거리에서 원 C의 반지름을 뺀 것과 같다. 따라서, 임의의 두 점 A, B 사이의 거리가 최소가 되도록 하는 점 A와 점 B는 다음과 같이 구할 수 있다. 먼저 포물선 P 위의 점 중에서 원 C의 중심과의 거리가 최소인 점이 구하고자 하는 점 B가 된다. 이 점 B와 원 C의 중심을 지나는 직선을 l이라고 하면, 직선 l과 원 C의 두 교점 중 점 B에 가까운 점이 구하고자 하는 점 A가 된다. 앞의 [수학 1-ii]로부터 점 $\mathrm{B}(x, x^2)$와 원 C의 중심 사이의 거리가 최소가 되도록 하는 점 B는 $(3, 9)$이다. 그리고 점 $\mathrm{B}(3, 9)$과 원 C의 중심 $\left(12, \frac{15}{2}\right)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$$y = -\frac{1}{6}x + \frac{19}{2}$$

이다. 또한 직선 l과 원 C: $(x-12)^2 + \left(y - \frac{15}{2}\right)^2 = 36$과의 두 교점

$$\left(12 + \frac{36}{\sqrt{37}},\ \frac{15}{2} - \frac{6}{\sqrt{37}}\right) \text{ 또는 } \left(12 - \frac{36}{\sqrt{37}},\ \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{37}}\right)$$

중 점 $\mathrm{B}(3, 9)$에 가까운 점은 $\left(12 - \frac{36}{\sqrt{37}},\ \frac{15}{2} + \frac{6}{\sqrt{37}}\right)$이다.

즉, 구하고자 하는 점 A는 $\left(12-\frac{36}{\sqrt{37}},\ \frac{15}{2}+\frac{6}{\sqrt{37}}\right)$이고, 점 B는 $(3,\ 9)$이다.

[수학 1 -ⅲ]

점 $\mathrm{B}(3,\ 9)$에서 원 $C:(x-12)^2+\left(y-\frac{15}{2}\right)^2=36$에 그은 접선은 점 $\mathrm{B}(3,\ 9)$를 지나므로 접선의 방정식은 다음과 같다.

$$y=m(x-3)+9 \qquad \text{또는} \qquad x=3$$

직선의 방정식 $y=m(x-3)+9$를 원 C의 방정식에 대입하여 얻은 이차방정식

$$(m^2+1)x^2-3(2m^2-m+8)x+\left(9m^2-9m+\frac{441}{4}\right)=0$$

의 판별식을 D라 하면, $D=-9\left(20m^2+12m-15\right)=0$에서

$$m=\frac{1}{10}\left(-3\pm 2\sqrt{21}\right)$$

한편 직선 $x=3$과 원 C는 만나지 않는다. 그러므로 구하고자 하는 두 접선의 방정식은

$$y=\frac{1}{10}\left(-3\pm 2\sqrt{21}\right)(x-3)+9$$

[수학 1 -ⅳ]

두 접선의 방정식이 이루는 각의 크기를 θ라고 하며, $\sin\frac{\theta}{2}$의 값은 원 C의 반지름 $r=6$을 점 $\mathrm{B}(3,\ 9)$에서 원 C의 중심 O' 사이의 거리 $r'=\overline{BO'}=\sqrt{\frac{333}{4}}=\frac{3}{2}\sqrt{37}$으로 나눈 값이다. 즉,

$$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{r}{r'}=\frac{4}{\sqrt{37}}$$

따라서 $\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{1-\sin^2\frac{\theta}{2}}=\sqrt{\frac{21}{37}}$이고, 삼각함수의 덧셈정리를 이용하면

$$\sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\frac{8}{37}\sqrt{21}$$

문항카드 16

1. 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명		논술우수전형
계열(과목) / 문항번호		자연계 2교시 / 수학 2
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학Ⅰ, 수학Ⅱ, 미적분
	핵심개념 및 용어	로그 함수, 도함수의 활용, 정적분의 활용
예상 소요 시간		30분 / 전체 100분

2. 문항 및 제시문

[수학 2]

다음 <제시문1> ~ <제시문4>를 읽고 [수학 2 - i] ~ [수학 2 - v]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|dx$$

<제시문2>

실수 e를 $e=\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$ 로 정의한다.

<제시문3>

함수 $f(x)$, $g(x)$에서 $\lim_{x\to a} f(x)=L$, $\lim_{x\to a} g(x)=M$ (L, M은 실수)일 때, a에 가까운 모든 실수 x에서 함수 $h(x)$가 $f(x)\le h(x)\le g(x)$ 이고 $L=M$ 이면 $\lim_{x\to a} h(x)=L$ 이다.

<제시문4>

곡선 $y=\frac{1}{x}$ (단, $x>0$), 직선 $x=1$, 직선 $y=\frac{1}{a}$로 둘러싸인 영역의 넓이를 $f(a)$라 한다. 직선 $x=1$, 직선 $x=a$, 직선 $y=\frac{1}{a}$, 직선 $y=0$으로 둘러싸인 영역의 넓이를 $g(a)$라 한다. 함수 h를 $h(a)=f(a)-g(a)$ 라 정의한다. (단, $a>1$)

[수학 2 - i] <제시문4>에서 정의된 $h(a)$를 a에 관한 식으로 표현하고 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - ii] <제시문4>에서 정의된 $h(a)$의 최솟값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - iii] <제시문4>에서 정의된 $h(a)$에 대하여, 극한 $\lim_{a\to 1}\frac{h(a)}{a-1}$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오. (단, 로피탈의 정리는 사용할 수 없음)

[수학 2 - iv] <제시문4>에서 정의된 $h(a)$가 $a>1$에서 부등식 $h(a)<2\sqrt{a}$을 만족함을 보이고 그 이유를 논하시오.

[수학 2 - v] <제시문4>에서 정의된 $h(a)$에 대하여, 극한 $\lim_{a\to}\frac{h(a)}{a}$ 의 값을 구하고 그 이유를 논하시오. (단, 로피탈의 정리는 사용할 수 없음)

3. 출제 의도

문제의 주어진 조건으로부터 적절한 수식을 구성하고, 이 수식에 미분, 적분, 극한의 다양한 개념을 적용하여 원하는 정보를 이끌어 내는 것은 대학 수학 능력의 핵심적 요소 중에 하나이다. 본 문제는 곡선의 넓이들 사이의 관계를 정적분을 이용하여 수식화 하고, 이 수식으로부터 최솟값, 수식이 만족하는 부등식, 수식이 만족하는 다양한 극한값을 도출하는 능력을 검증하고자 한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	**[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용** [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
제시문 2	**[미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법** [12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다.
제시문 3	**[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ① 함수의 극한** [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.
제시문 4	**[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용** [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
수학 2-i	**[수학Ⅱ] - (3) 적분 - ③ 정적분의 활용** [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
수학 2-ii	**[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용** [12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
수학 2-iii	**[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ① 함수의 극한** [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.
수학 2-iv	**[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용** [12수학Ⅱ02-10] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다.
수학 2-v	**[수학Ⅱ] - (1) 함수의 극한과 연속 - ① 함수의 극한** [12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I	박교식 외	동아출판	2020	11-28
	수학 I	류희찬 외	천재교과서	2020	29-35
	수학 II	김원경 외	비상교육	2020	11-13, 78-85, 125-131
	수학 II	박교식 외	동아출판	2020	11-24, 81-88, 126-132
	미적분	이준열 외	천재교육	2020	55-64, 139-141, 168-171
	미적분	김원경 외	비상교육	2020	49-57, 121-125, 147-149

5. 문항 해설

[수학 2 - i] <제시문4>의 정보로부터 정적분을 이용하여 적절한 수식을 유도할 수 있는지 평가한다.
[수학 2 - ii] 미분법을 이용하여 [수학 2-i]에서 유도된 함수 $h(a)$의 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.
[수학 2 - iii] <제시문2>를 활용하여 주어진 극한 값을 구할 수 있는지 평가한다.
(단, 로피탈의 정리는 사용할 수 없음)
[수학 2 - iv] 미분법을 이용하여 [수학 2-i]에서 유도된 함수 $h(a)$에 대한 부등식을 유도할 수 있는지 평가한다.
[수학 2 - v] [수학 2-ii]와 [수학 2-iv]의 결과를 이용하여 주어진 극한 값을 구할 수 있는지 평가한다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
수학2- i	$f(a)=\ln a+\frac{1}{a}-1$ 유도	4점
	$h(a)=\ln a+\frac{2}{a}-2$ 유도	2점
수학2- ii	$h'(a)=\frac{a-2}{a^2}$ 유도	3점
	최솟값 $h(2)=\ln 2-1$	3점
수학2- iii	$\lim_{a\to 1}\frac{\ln a}{a-1}=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{\frac{1}{x}}$ 임을 유도	4점
	$\lim_{a\to 1}\frac{h(a)}{a-1}=-1$ 도출	2점
수학2- iv	$k'(a)=\frac{a^{3/2}-a+2}{a^2}$ 임을 보인다.	2점

	$a>1$이므로 $k'(a)=\dfrac{a(\sqrt{a}-1)+2}{a^2}>0$ 임을 보인다.	3점
	$k(1)>0$임을 보인다.	1점
수학2-ⅴ	$\dfrac{\ln 2-1}{a} \le \dfrac{h(a)}{a} < \dfrac{2}{\sqrt{a}}$ 을 보인다.	3점
	$\lim\limits_{a\to\infty}\dfrac{\ln 2-1}{a}=\lim\limits_{a\to\infty}\dfrac{2}{\sqrt{a}}=0$을 보인다.	3점

7. 예시 답안

[수학 2-ⅰ]

문제의 조건으로 부터

$$f(a)=\int_1^a\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{a}\right)dx=(\ln a-1)-\left(\ln 1-\frac{1}{a}\right)=\ln a+\frac{1}{a}-1$$

$$g(a)=(a-1)\frac{1}{a}=1-\frac{1}{a}$$

따라서

$$h(a)=\ln a+\frac{2}{a}-2$$

[수학 2-ⅱ]

$$h'(a)=\frac{1}{a}-\frac{2}{a^2}=\frac{a-2}{a^2},\ h''(a)=-\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^3}$$

이고 $h''(2)=\dfrac{1}{4}>0$ 이므로

$h(a)$의 최솟값은 $h(2)=\ln 2-1$ 이다.

[수학 2-ⅲ]

$\dfrac{h(a)}{a-1}=\dfrac{\ln a}{a-1}-\dfrac{2}{a}$이므로

$$\lim_{a\to 1}\frac{h(a)}{a-1}=\lim_{a\to 1}\left(\frac{\ln a}{a-1}-\frac{2}{a}\right)=\lim_{a\to 1}\frac{\ln a}{a-1}-2$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}-2$$
$$=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{\frac{1}{x}}-2$$

따라서 <제시문 2>에 의해서

$$\lim_{a\to 1}\frac{h(a)}{a-1}=\ln e-2=-1$$

임을 알수 있다.

[수학 2-ⅳ]

$$k(a)=2\sqrt{a}-h(a)=2\sqrt{a}-\ln a-\frac{2}{a}+2$$

라 두자. $a>1$ 이므로

$$k'(a)=\frac{a^{3/2}-a+2}{a^2}=\frac{a(\sqrt{a}-1)+2}{a^2}>0$$

그런데

$$k(1)=2>0$$

이므로

$$k(a)=2\sqrt{a}-h(a)>0$$

이다.

따라서 $h(a)<2\sqrt{a}$

(별해)

$$k(a)=2\sqrt{a}-\ln a$$

라 두면 $a>1$ 에서

$$k'(a)=\frac{1}{\sqrt{a}}-\frac{1}{a}=\frac{\sqrt{a}-1}{a}>0$$

이다. 그런데

$$k(1)=2>0$$

이므로

$$k(a)=2\sqrt{a}-\ln a>0$$

이다.

그런데 $a>1$에서 $\frac{a-1}{a}>0$ 이므로

$$2\sqrt{a}-h(a)=2\sqrt{a}-\ln a+\frac{2(a-1)}{a}>2\sqrt{a}-\ln a>0$$

이다.

[수학 2-ⅴ] [수학 1-ii]와 [수학 1-iv]의 결과로부터

$\ln 2-1\le h(a)<2\sqrt{a}$임을 알 수 있다.

양변을 a로 나누면

$$\frac{\ln 2-1}{a}\le\frac{h(a)}{a}<\frac{2}{\sqrt{a}}$$

그런데

$$\lim_{a\to\infty}\frac{\ln 2-1}{a}=\lim_{a\to\infty}\frac{2}{\sqrt{a}}=0$$

이므로 <제시문 3>에 의해

$\lim_{a\to\infty}\frac{h(a)}{a}=0$를 얻는다.

문항카드 17

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 물리학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I
	핵심개념 및 용어	힘과 운동, 운동량, 원자의 에너지 준위
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[물리학 I]

다음 <제시문1> ~ <제시문4>를 읽고 [물리학 I - i] ~ [물리학 I - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>
물체의 가속도 a는 물체에 작용하는 알짜힘 F 에 비례하고 물체의 질량 m에 반비례한다.

<제시문2>
가속도가 a로 일정한 물체의 직선 운동에서 물체의 처음 속도가 v_0일 때, 시간 t가 지난 후 물체의 속도 v와 변위 s는 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$v=v_0+at,\ s=v_0t+\frac{1}{2}at^2,\ v^2-v_0^2=2as$$

<제시문3>
전자가 에너지 준위 사이를 이동하는 것을 전이라고 한다. 에너지 준위 E_n에 있던 전자가 이보다 낮은 에너지 준위 E_m으로 전이할 때 방출되는 빛의 진동수 f는 다음과 같은 관계를 만족한다. (여기서 h는 플랑크 상수이다.)

$$E_n-E_m=hf$$

<제시문4>
보어의 수소 원자 모형에서 양자수 n에 따른 에너지 E_n은 다음과 같이 주어진다.

$$E_n=-\frac{13.6}{n^2}\ \text{eV}$$

[물리학 I - i] 그림 (a)는 질량이 각각 m과 $2m$인 물체 A와 물체 B가 도르래를 통해 늘어나지 않는 실로 연결되어 있을 때, 수평면 위에 놓인 A를 수평 방향의 힘 F_1로 당겨 A와 B가 정지해 있는 모습을 나타낸 것이다. (단, 중력 가속도는 g이고, 물체의 크기, 실의 질량, 도르래의 질량, 모든 마찰과 공기 저항은 무시한다.)

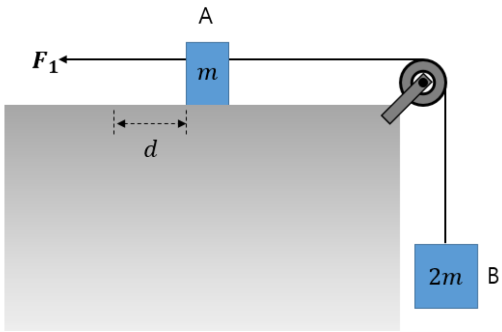


그림 (a)

(가) F_1의 방향으로 크기가 $6mg$인 힘 F_2를 더한, 힘 F 로 A를 끌어 당겼다. ($F = F_1 + F_2$) 이때 실이 B를 당기는 힘 T 의 크기를 구하고 그 근거를 논하시오.

(나) (가)의 힘 F 로 A를 당겨서 거리 d 만큼 수평 이동시킨 순간, A와 B를 연결한 실의 중간 부분이 끊어졌다. 실이 끊어지고 시간 t가 지난 후 A와 B의 운동량의 크기를 각각 구하고 그 근거를 논하시오.

[물리학 I - ii] 그림 (b)는 보어의 수소 원자 모형에서 에너지 준위 E_n을 양자수 $n = 1$에서 $n = 4$까지 나타낸 것이다.

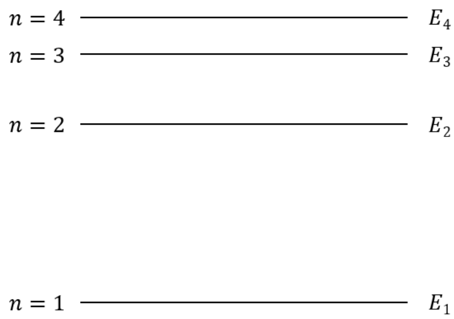


그림 (b)

(가) 빛을 방출하는 전자의 전이를 그림 (b)에 모두 표시하고 이를 답안지에 옮겨 그리시오. 전자의 전이에 따라 방출될 수 있는 서로 다른 빛의 파장은 몇 가지인지 제시하고 그 근거를 논하시오. (단, 전자의 전이는 그림에 표시된 에너지 준위 사이의 전이로 국한된다.)

(나) (가)에서 방출되는 빛의 파장 중 가장 짧은 파장을 λ_S, 가장 긴 파장을 λ_L이라 하자. 두 파장의 비 $\frac{\lambda_S}{\lambda_L}$를 구하고 그 근거를 논하시오.

3. 출제 의도

- 물체에 작용하는 알짜힘을 이해하고 알짜힘이 일정할 때 물체의 운동에 대한 이해를 평가한다.
- 보어의 원자 모형에서 전자의 에너지 준위 개념을 이해하고, 전자 전이와 빛의 흡수 및 방출에 대한 이해를 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 적용 교육과정: 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[물리학 I]**

	영역별 내용
제시문1	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
제시문2	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다. [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
제시문3	(2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-02] 원자 내의 전자는 불연속적 에너지 준위를 가지고 있음을 스펙트럼 관찰을 통하여 설명할 수 있다.
제시문4	(2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-02] 원자 내의 전자는 불연속적 에너지 준위를 가지고 있음을 스펙트럼 관찰을 통하여 설명할 수 있다
[물리학 I - i]	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다. [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다. [12물리 I 01-03] 뉴턴의 제3법칙의 적용 사례를 찾아 힘이 상호 작용임을 설명할 수 있다. [12물리 I 01-04] 물체의 1차원 충돌에서 충돌 전후의 운동량 보존을 이용하여 속력의 변화를 정량적으로 예측할 수 있다.
[물리학 I - ii]	(2) 물질과 전자기장 [12물리 I 02-02] 원자 내의 전자는 불연속적 에너지 준위를 가지고 있음을 스펙트럼 관찰을 통하여 설명할 수 있다

나) 자료 출처

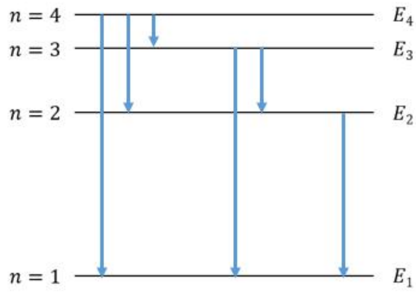
참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학 I	김성진 외	미래엔	2018	24~26
	물리학 I	송진웅 외	동아출판	2018	21~23
	물리학 I	강남화 외	천재교육	2018	95~99
	물리학 I	손정우 외	비상교육	2018	92~96

5. 문항 해설

[물리학Ⅰ]의 탐구 활동은 과학의 본성에 맞도록 구성하며, 탐구 문제의 발견으로부터 결론 도출에 이르기까지의 다양한 탐구기능을 균형 있게 다루도록 한다’ 는 교육부의 취지에 부합하도록 문항을 구성하였다. 고등학교 교과 과정 [물리학Ⅰ]의 “역학과 에너지” 단원에서 뉴턴 운동 법칙과 물체에 작용하는 힘에 대한 이해와 “물질과 전자기장” 단원에서 물질의 구조와 성질 그리고 원자 내 전자가 가지는 에너지의 분포에 대해 이해하고 이를 구체적인 상황에 적용할 수 있는가를 평가하고자 했다. 문항 [물리학Ⅰ-ⅰ]은 알짜힘과 운동량의 개념을 이해하고 이를 물체의 운동에 적용할 수 있는 지를 묻는 문제이다. 문항 [물리학Ⅰ-ⅱ]에서는 원자의 구조 및 보어의 원자 모형에서 전자의 에너지 준위 및 전이의 개념을 이해하고, 이를 적용할 수 있는 지를 묻고자 했다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
물리학Ⅰ-ⅰ (가)	A에 작용하는 알짜힘 $2mg+6mg-T=ma$ (2점) B에 작용하는 알짜힘 $T-2mg=2ma$ (2점) $T=6mg$ (4점)	8
물리학Ⅰ-ⅰ (나)	연결하는 실이 끊어지기 직전, 제시문 2를 이용하여 물체 A와 B의 속력 v 도출 (6점) $v^2=2 \cdot 2g \cdot d,\ v=2\sqrt{gd}$ *별해 *** 힘 F 로 A와 B를 끌어 d만큼 이동하였을 때 한 일은 A와 B의 역학적 에너지로 변환됨 $8mg \cdot d=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}(2m)v^2+2mgd$ $v=2\sqrt{gd}$ *** 시간 t 가 지난 후 물체 A의 속력 v_A $v_A=v+at=2\sqrt{gd}+8gt=2(\sqrt{gd}+4gt)$ A의 운동량의 크기 $P_A=2m(\sqrt{gd}+4gt)$ (6점) 시간 t 가 지난 후 물체 B의 속력 v_B $v_B=v+at=2\sqrt{gd}-gt$ B의 운동량의 크기 $P_B=\lvert 2m(2\sqrt{gd}-gt)\rvert$ (6점) *별해 *** $Ft=P_A-P_{A0}$ (P_{A0}는 실이 끊어진 순간 A의 운동량) $8mgt=P_A-m \cdot 2\sqrt{gd}$ (충격량-운동량변화) $P_A=2m(\sqrt{gd}+4gt)$ $-(2m)gt=P_B-P_{B0}$ (P_{B0}는 실이 끊어진 순간 B의 운동량) $-2mgt=P_B-2m \cdot 2\sqrt{gd}$ (충격량-운동량변화) $P_B=\lvert 2m(2\sqrt{gd}-gt)\rvert$ ***	18

물리학 I - ii (가)	보어의 수소 원자 모형에서 가능한 모든 전자 전이를 그림에 표시 방출되는 파장의 종류 6가지 (6점)  	6
물리학 I - ii (나)	$n=4\ \rightarrow\ n=1$로의 전이: 가장 짧은 파장의 빛(가장 큰 에너지) 방출 (2점) $n=4\ \rightarrow\ n=3$로의 전이: 가장 긴 파장의 빛(가장 작은 에너지) 방출 (2점) $\frac{\lambda_S}{\lambda_L}=\frac{E_4-E_3}{E_4-E_1}=\frac{7}{135}$ 또는 0.052 (4점)	8

7. 예시 답안

[물리학 I-i]

(가) F_1의 힘으로 실로 연결된 물체 A와 B를 당길 때, 힘 F_1과 실로 연결된 물체 A와 물체 B에 작용하는 중력은 힘의 평형을 이루고 있다.

$$F_1=2mg$$

F의 힘으로 실로 연결된 물체 A와 B를 당길 때,

물체 A에 작용하는 알짜힘에 의한 운동방정식은 다음과 같다.

$$F_1+F_2-T=ma \text{ (}a\text{는 물체의 A의 가속도)}$$

$$2mg+6mg-T=ma$$

물체 B에 작용하는 알짜힘에 의한 운동방정식은 다음과 같다.

$$T-2mg=2ma$$

위의 두식을 연립하여 T를 소거하면 $a=2g$ 이며 따라서 실이 물체 B를 당기는 힘 T는 아래와 같다. (*****a를 소거하여 T를 직접 구해도 됨*****)

$$T=6mg$$

(나) 힘 F 로 물체 A를 당길 때 물체 A와 B는 실로 연결되어 함께 움직이고 있으므로 동일한 속력을 지닌다. 연결하는 실이 끊어지기 직전, 제시문 2를 이용하여 물체 A와 B의 속력 v을 구하면 아래와 같다.

$$v^2-v_0^2=2as$$

정지 상태에서 출발하였으므로 $v_0=0$ 이고 변위 s는 d이며 가속도 a는 문제 (가)에서 구한 $2g$이다. 따라서 물체 A와 B의 속력은 아래와 같이 구해진다.

$$v^2=2\cdot 2g\cdot d$$

$$v=2\sqrt{gd}$$

(별해) 일-에너지 정리로 실이 끊어지기 직전 A와 B의 속력**********************************
힘 F 로 A와 B를 끌어 d만큼 이동하였을 때 한 일은 A와 B의 역학적 에너지로 변환됨

$$8mg \cdot d = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}(2m)v^2 + 2mgd$$

$$v = 2\sqrt{gd}$$

****

실이 끊어진 후 물체 A의 가속도는 아래의 운동 방정식으로 구할 수 있다.

$$F = ma_A \text{ (}a_A\text{는 실이 끊어진 후 물체 A의 가속도)}$$

$$8mg = ma_A$$

$$a_A = 8g$$

제시문 <2>에 의해 시간 t 가 지난 후 물체 A의 속력 v_A는 아래와 같다.

$$v_A = v + at = 2\sqrt{gd} + 8gt = 2(\sqrt{gd} + 4gt)$$

따라서 실이 끊어진 후 시간 t가 지났을 때 물체 A의 운동량의 크기 P_A는 아래와 같다.

$$P_A = 2m(\sqrt{gd} + 4gt)$$

실이 끊어진 후 물체 B는 중력에 의해 g의 가속도로 실이 끊어지기 전 움직이는 방향 (위)과 반대방향 (아래)으로 움직인다.
제시문 <2>에 의해 시간 t 가 지난 후 물체 B의 속력 v_B는 아래와 같다.

$$v_B = v + at = 2\sqrt{gd} - gt$$

따라서 실이 끊어진 후 시간 t가 지났을 때 물체 B의 운동량의 크기 P_B는 아래와 같다.

$$P_B = \left|2m(2\sqrt{gd} - gt)\right|$$

(별해) 충격량으로 운동량***
실이 끊어진 후 시간 t 가 지났을 때 A의 운동량은 충격량으로부터 구할 수 있다.

$$Ft = P_A - P_{A0} \text{ (}P_{A0}\text{는 실이 끊어진 순간 A의 운동량)}$$

$$8mgt = P_A - m \cdot 2\sqrt{gd}$$

$$P_A = 2m(\sqrt{gd} + 4gt)$$

실이 끊어진 후 시간 t 가 지났을 때 B의 운동량은 충격량으로부터 구할 수 있다.

$$-(2m)gt = P_B - P_{B0} \text{ (}P_{B0}\text{는 실이 끊어진 순간 B의 운동량)}$$

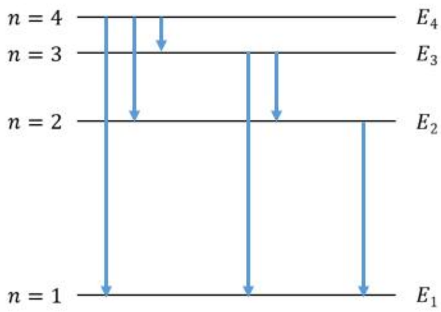
$$-2mgt = P_B - 2m \cdot 2\sqrt{gd}$$

$$P_B = \left|2m(2\sqrt{gd} - gt)\right|$$

****

[물리학 I-ⅱ]

(가) 제시문 <3>에 의해, 전자가 하나의 에너지 준위에서 에너지가 낮은 다른 에너지 준위로 전이할 때 두 에너지 준위 차이에 해당하는 에너지를 빛으로 방출한다. 4개의 에너지 준위에서 빛을 방출할 수 있는 경우의 수는 아래 그림과 같이 6개이며, 따라서 6가지 파장의 빛이 나타날 수 있다.



(나) 제시문 <4>에 의하면 양자 수 $n=4$ 에서 $n=1$로의 전이가 가장 큰 에너지를 지닌 빛을 방출하며, 양자 수 $n=4$ 에서 $n=3$로의 전이가 가장 작은 에너지를 지닌 빛을 방출한다.
빛의 에너지와 진동수는 $E=hf$의 관계를 가지며, 빛의 파장과 진동수는 $f=c/\lambda$ 의 관계를 가진다.
따라서 빛의 에너지와 파장의 아래와 같이 반비례의 관계를 갖는다.

$$E=hc/\lambda$$

그러므로, 양자 수 $n=4$ 에서 $n=1$로의 전이 시 발생되는 빛의 파장(λ_S)이 가장 짧으며,
양자 수 $n=4$ 에서 $n=3$로의 전이 시 발생되는 빛의 파장(λ_L)이 가장 길다.
따라서, 두 파장의 비 λ_S/λ_L는 아래와 같다.

$$\frac{\lambda_S}{\lambda_L}=\frac{E_4-E_3}{E_4-E_1}=\frac{7}{135} \text{ 또는 } 0.052$$

문항카드 18

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 화학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I
	핵심개념 및 용어	몰, 원자량, 분자량, 화학식량, 아보가드로 법칙, 화학 반응에서의 양적 관계, 농도, 전자쌍 반발 이론, 분자의 구조와 성질, 산화수, 산화제와 환원제, 수소 이온 농도 지수, 화학 반응과 열의 출입
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

화학 반응에서 반응물과 생성물이 가지고 있는 에너지가 서로 다르기 때문에 화학 반응이 일어날 때 열의 출입이 있게 된다.

<제시문2>

화학 반응에 관여한 물질 사이의 계수비는 몰비에 해당한다. 따라서, 화학 반응식으로부터 반응물과 생성물의 질량비를 계산할 수 있고, 온도와 압력이 일정할 때에는 기체의 부피비도 계산할 수 있다.

<제시문3>

공유 결합으로 형성된 분자에서 중심 원자를 둘러싼 전자쌍들은 그들 사이의 전기적 반발력을 최소로 하기 위해 가능한 한 멀리 떨어져서 배치되려 하는데, 이를 전자쌍 반발 이론이라고 한다.

<제시문4>

산화수는 물질을 구성하는 원자가 어느 정도로 산화되었는지를 나타내는 가상적인 값이다. 이온 결합 물질에서 산화수는 각 이온의 전하가 그 이온의 산화수이며, 공유 결합 물질에서는 공유 전자쌍이 그것을 더 세게 끌어당기는 원자에 속해 있다고 가정할 때 각 원자에 할당된 전하수가 산화수가 된다. 화학 반응 전후에 어떤 원자의 산화수가 증가한다면 그 원자가 포함된 물질은 산화된 것이다. 산화제는 다른 물질은 산화시키고 자신은 환원되는 물질이며, 환원제는 다른 물질은 환원시키고 자신은 산화되는 물질이다.

다음의 반응(1)은 탄화수소 에테인(C_2H_6)의 연소 반응이고, 반응(2)는 탄산 칼슘($CaCO_3$)이 물(H_2O), 이산화 탄소(CO_2)와 함께 반응하여 물에 잘 녹는 탄산수소 칼슘($Ca(HCO_3)_2$)이 생성되는 반응이다.

$a C_2H_6(g) + b O_2(g) \rightarrow c CO_2(g) + d H_2O(l)$ (a~d는 반응 계수) ………………… 반응(1)

$CaCO_3(s) + H_2O(l) + CO_2(g) \rightarrow Ca(HCO_3)_2(aq)$ ………………… 반응(2)

[화학Ⅰ-ⅰ] 성균이는 반응(1)과 같은 연소 반응에서 발생하는 열을 이용하여 물을 가열하고자 한다. 이를 위해 문헌을 검색하여, 에테인 1g이 완전 연소될 때 52.5kJ의 열량을 방출한다는 것을 알게 되었다.

(가) 0℃, 1기압에서, 성균이가 25℃인 물 500mL를 100℃까지 가열하는데 필요한 산소의 최소 부피(L)를 논하시오. (단, 1kJ = 1000J이며, 연소 반응에서 발생한 열량은 손실 없이 모두 물로 전달된다고 가정한다. 물의 밀도와 비열은 각각 1g/mL와 4.2J/g·℃이며, H, C, O의 원자량은 각각 1, 12, 16이다.)

(나) 위의 과정에서 생성된 이산화 탄소와 동일한 양의 이산화 탄소를 반응(2)와 같이 탄산 칼슘과 반응시킨 후, 생성되는 탄산수소 칼슘을 모두 물에 녹여서 수용액을 만들었다. 이렇게 만든 수용액의 질량이 500g일 때, 이 탄산수소 칼슘 수용액의 퍼센트 농도(%)를 논하시오. (단, Ca의 원자량은 40이다.)

[화학Ⅰ-ⅱ] 성균이는 이산화 탄소와 물에 대전된 막대를 가까이 대어 보면 물만 막대 쪽으로 끌린다는 사실을 알게 되었다. 성균이에게 이산화 탄소와 물이 대전된 막대에 끌리는 성질이 서로 다른 이유를 어떻게 설명하면 좋을지 <제시문 3>에 제시된 전자쌍 반발 이론을 사용하여 논하시오.

[화학Ⅰ-ⅲ] 반응(1)과 반응(2)에 참여하는 모든 원소에 대하여 반응 전후의 산화수를 확인하여, 어떠한 물질이 산화제인지 어떠한 물질이 환원제인지 논하시오.

[화학Ⅰ-ⅳ] 성균이는 화학 시간에 공기 중의 이산화 탄소가 물에 용해될 때 이산화 탄소의 농도는 약 1.2×10^{-5}M이 되고, 이어서 생성되는 탄산(H_2CO_3)에 의해 깨끗한 물의 pH가 약 5.6이 된다고 들었다. 그렇다면 [화학Ⅰ-ⅰ]에서와 같은 과정에서 생성된 이산화 탄소가 모두 순수한 물에 용해되어 pH가 5.6인 수용액이 되는 경우, 이 수용액의 부피(L)는 얼마가 되는지를 논하시오.

3. 출제 의도

화학 Ⅰ 교과에서 다루고 있는 몰, 아보가드로 법칙, 몰 농도, 퍼센트 농도, 화학 반응에서의 양적 관계, 전자쌍 반발 이론, 분자의 구조와 성질, 산화 환원 반응, 화학 반응과 열의 출입 등에 걸쳐 고르게 문제를 출제하였다. 화학의 기본적인 개념인 몰, 원자량과 분자량, 화학식량 등의 의미를 이해하고 이를 바탕으로 간단한 연소 반응 등에서의 화학 반응과 열의 출입, 화학 반응에서의 양적 관계를 종합적으로 파악할 수 있는지 평가하고자 하였다. 이와 함께 몰과 기체 부피 사이의 관계에 대한 이해를 평가하고자 하였으며, 전자쌍 반발에 의해 결정되는 분자의 구조와 분자의 성질 사이의 관계에 대한 기본적인 이해를 평가하고자 하였다. 이외에도, 화학 반응에서 산화수의 변화를 추적함으로써 산화 환원 반응을 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였으며, 몰 농도에 대한 이해를 바탕으로 문제의 핵심을 파악하고 해결할 수 있는 논리적 사고 능력을 평가하고자 하였다. 기본적으로 고등학교 화학 Ⅰ 교과 내용에 대한 충실한 이해를 바탕으로, 단순 암기를 통해 획득한 지식의 제시에 그치지 않고 논리적으로 사고하고 서술하는 능력을 평가하고자 하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 적용 교육과정: 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[화학 I]**

	영역별 내용
제시문1	(4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-06] 화학 반응에서 열의 출입을 측정하는 실험을 수행할 수 있다.
제시문2	(1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
제시문3	(3) 화학 결합과 분자의 세계 [12화학 I 03-06] 전자쌍 반발 이론에 근거하여 분자의 구조를 모형으로 나타낼 수 있다. [12화학 I 03-07] 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있음을 설명할 수 있다.
제시문4	(4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.
[화학 I - i]	(4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-06] 화학 반응에서 열의 출입을 측정하는 실험을 수행할 수 있다.
	(1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다. [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
[화학 I - ii]	(3) 화학 결합과 분자의 세계 [12화학 I 03-06] 전자쌍 반발 이론에 근거하여 분자의 구조를 모형으로 나타낼 수 있다. [12화학 I 03-07] 물리적, 화학적 성질이 분자 구조와 관계가 있음을 설명할 수 있다.
[화학 I - iii]	(4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.
[화학 I - iv]	(1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-05] 용액의 농도를 몰 농도로 표현할 수 있다.
	(4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-01] 가역 반응에서 동적 평형 상태를 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

<제시문1>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	197-198
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	187-189
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	188-191
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	174-175
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	203-209
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	193-195

<제시문2>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	34-37
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	36-39
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	40-41
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	36-37
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	50-53
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	37-38

<제시문3>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	138
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	133-134
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	134-135
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	126
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	149
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	133-134

<제시문4>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	189-192
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	177-178
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	178-182
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	171-172
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	194-199
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	188-191

[화학 I - i]

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	27-28, 34-37, 40, 197-198
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	29-32, 36-39, 40, 187-189
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	30-32, 40-41, 44, 188-191
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	32, 36-37, 40, 174-175
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	37-38, 41, 50-53, 203-209
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	22-24, 37-38, 39, 193-195

[화학 Ⅰ – ⅱ]

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	138-145
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	133-141
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	134-144
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	126-131
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	149-158
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	133-140

[화학 Ⅰ – ⅲ]

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	189-192
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	177-178
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	178-182
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	171-172
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	194-199
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	188-191

[화학 Ⅰ – ⅳ]

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	노태희 외 6인	천재교육	2020	161-162, 171, 41
	화학 I	이상권 외 7인	지학사	2020	158-160, 166, 40
	화학 I	최미화 외 5인	미래엔	2020	156-159, 162, 45
	화학 I	하윤경 외 5인	금성출판사	2020	144-148, 151, 41
	화학 I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	172-173, 176, 42
기타	수능특강 화학 I	고삼곤 외 5인	EBS	2020	152-157, 40

5. 문항 해설

[화학 Ⅰ – ⅰ]

몰, 원자량과 분자량, 화학식량, 몰과 기체 부피 사이의 관계, 농도 등에 대한 이해를 바탕으로 간단한 반응에 대하여 화학 반응에 따른 열의 출입과 양적 관계를 종합적으로 파악하고 논리적으로 서술할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다.

[화학 Ⅰ – ⅱ]

고등학교 화학I 교과의 교육 내용에 대한 이해의 충실도를 평가하기 위하여, 분자의 구조와 물리적, 화학적 성질의 관계를 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 분자의 물리적 성질의 차이를 분자의 극성 차이로 설명하고, 분자의 극성이 다른 이유를 전자점식, 전자쌍 반발 이론을 근거로 찾은

분자의 구조와 관련지여 설명할 수 있는지 평가하는 문제이다.

[화학 I -ⅲ]

산화수 개념과 산화 환원 반응에 대한 기본적인 이해를 바탕으로 주어진 반응 중에서 산화 환원 반응을 찾고 산화제와 환원제를 찾는 과정을 간단히 논술할 수 있는가를 평가하고자 하였다.

[화학 I -ⅳ]

동적 평형과 몰 농도에 대한 기본적인 이해를 바탕으로, 주어진 상황에서 문제의 해결에 필요한 핵심 사항을 파악하여 문제를 해결하는 능력을 평가하고자 하였다. 단순한 암기를 통해 획득한 지식의 제시 능력보다는 문제에 대한 논리적인 판단과 서술이 가능한지 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
[화학 I - i]	(가) 몰, 분자량, 몰과 기체 부피 사이의 관계 등에 대한 충실한 이해를 바탕으로 화학 반응에 따른 열의 출입과 양적 관계를 종합적으로 파악하고 논리적으로 서술할 수 있는가	8
	(나) 몰, 화학식량, 퍼센트 농도 등에 대한 충실한 이해를 바탕으로 화학 반응에 따른 양적 관계를 종합적으로 파악하여 생성물의 질량을 구하고, 물에 녹인 수용액의 퍼센트 농도를 구할 수 있는가	8
[화학 I - ii]	루이스 전자점식 사용하여 중심 원자의 공유 전자쌍과 비공유 전자쌍 수에 따른 분자 구조를 알아내고, 이에 근거하여 분자의 극성과 물리적 성질 사이의 관계를 설명할 수 있는가	8
[화학 I - iii]	제시된 반응에서 산화수의 변화를 통해 산화 환원 반응을 찾고 산화제와 환원제를 구분할 수 있는가	8
[화학 I - iv]	동적 평형과 몰 농도의 의미에 대한 충실한 이해를 바탕으로, 필요한 정보를 활용하여 정해진 용질에 대하여 원하는 농도를 갖는 용액의 부피를 알아낼 수 있는가.	8

7. 예시 답안

[화학 I - i]

(가) 물의 밀도가 1g/mL이므로 500mL의 물은 500g이다. 따라서, 물을 100℃까지 가열하는데 필요한 열량은 다음과 같다.

$$500g \times 4.2J/g\cdot℃ \times \{(100 - 25)℃\} = 157{,}500J = 157.5kJ$$

에테인 1g이 완전 연소될 때 52.5kJ의 열량이 방출되므로, 완전 연소를 통해 157.5kJ 만큼의 열량을 방출하기 위한 에테인의 질량은 다음과 같다.

$$(157.5kJ) / (52.5kJ/g) = 3g$$

따라서, 최소한 3g의 에테인이 필요하다. 에테인 분자량이 30g/mol이므로, 에테인 3g은 에테인 0.1몰

에 해당한다.

반응의 계수를 맞추면, a = 2, b = 7, c = 4, d = 6이므로, 에테인 0.1몰과 반응하는 산소는 0.35몰이다. 0℃, 1기압에서의 기체 1몰의 부피가 22.4L이므로, 필요한 산소의 최소 부피는 다음과 같다.

$$0.35\text{mol} \times 22.4\text{L/mol} = 7.84\text{L}$$

(나) 계수 a와 c의 비가 1:2이고 0.1몰의 에테인이 연소하였으므로, 생성되는 이산화 탄소는 0.2몰이다. 반응(2)를 보면 반응하는 이산화 탄소와 생성되는 탄산수소 칼슘의 계수비가 1:1이므로, 화학식량이 162 g/mol인 탄산수소 칼슘이 생성되는 질량은 다음과 같다.

$$0.2\text{mol} \times 162\text{g/mol} = 32.4\text{g}$$

생성되는 탄산수소 칼슘을 모두 물에 녹여 500g의 수용액을 만들었으므로, 이 수용액의 퍼센트 농도(%)는 다음과 같다.

$$(32.4\text{g} \div 500\text{g}) \times 100\% = 6.48\%$$

[화학 Ⅰ-ⅱ]

이산화 탄소와 물의 루이스 전자점식을 그리면 각각 다음과 같다.

그림에서 알 수 있듯이, 이산화 탄소는 중심 원자에 비공유 전자쌍이 없이 공유 전자쌍만 2개가 있으며 물은 중심 원자에 비공유 전자쌍과 공유 전자쌍이 각각 2개씩 있다. 따라서, 전자쌍 반발 원리에 따르면 이산화 탄소는 직선형 분자 구조를 가지며, 물은 굽은 형 분자 구조를 가진다.

C, O, H는 모두 서로 전기 음성도가 다르므로 C=O 결합과 O-H 결합은 극성 공유 결합이다. 그런데, 이산화 탄소에서는 두 C=O 결합의 쌍극자 모멘트가 서로 상쇄되어 무극성 분자가 된다. 반면, 물 분자에서는 두 O-H 결합의 쌍극자 모멘트가 서로 상쇄되지 않아 극성 분자가 된다.

극성 분자는 쌍극자를 가지므로 분자 내에 부분적인 양전하와 부분적인 음전하를 띠는 부분이 존재한다. 따라서, 대전된 막대를 가까이 가져가면, 극성 분자인 물은 막대의 전하와 반대 부호를 갖는 부분적인 전하가 대전체 쪽으로 향하게 되어 대전된 막대 쪽으로 끌리게 된다. 반면, 무극성 분자인 이산화 탄소에서는 이러한 현상이 일어나지 않는다.

[화학 Ⅰ-ⅲ]

반응(1)과 반응(2)에 참여하는 모든 원소에 대하여 반응 전후의 산화수는 각각 다음과 같다.

반응(1)에 참여하는 원소	산화수	
	반응 전	반응 후
C	-3	+4
H	+1	+1
O	0	-2

반응(2)에 참여하는 원소	산화수	
	반응 전	반응 후
Ca	+2	+2
C	+4	+4
H	+1	+1
O	-2	-2

반응(1)에서는 탄소(C)의 산화수가 증가하고 산소(O)의 산화수가 감소하였으므로 산화 환원 반응이며, 반응(2)는 산화수의 변화가 없으므로 산화 환원 반응이 아니다. <제시문4>에서 “화학 반응 전후에 어떤 원자의 산화수가 증가한다면 그 원자가 포함된 물질은 산화된 것이다. 산화제는 다른 물질은 산화시키고 자신은 환원되는 물질이며, 환원제는 다른 물질은 환원시키고 자신은 산화되는 물질이다.”라고 하였으므로, 이에 따라 산화제는 산소(O_2)이며 환원제는 에테인(C_2H_6)이다.

[화학 Ⅰ-ⅳ]

이산화 탄소가 물에 용해되어 동적 평형 상태에 있으므로, 이 농도는 일정하게 유지된다. 따라서, pH 5.6은 동적 평형 상태에서 산성 수용액의 pH에 해당된다.

[화학 Ⅰ-ⅰ]에서, 생성되는 이산화 탄소의 양은 0.2몰이다. 동적 평형 상태에서 이산화 탄소의 몰 농도가 1.2×10^{-5}M이므로, 0.2몰의 이산화 탄소가 용해된 수용액의 몰 농도가 1.2×10^{-5}M이 되는 수용액의 부피를 구하면 된다. 몰 농도는 용액 1L에 녹아 있는 용질의 양(mol)이므로, 구하는 수용액의 부피(L)는 다음과 같다.

$$(0.2\text{mol}) \div (1.2\times10^{-5}\text{M}) = 1.7\times10^{4}\text{L}$$

문항카드 19

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 2교시 / 생명과학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	군집, 개체군, 개체군의 상호 작용, 막전위, 활동 전위, 시냅스
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[생명과학 I]

다음 <제시문1> ~ <제시문4>를 읽고 [생명과학 I -i] ~ [생명과학 I -ⅳ]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>

귀납적 탐구 방법은 자연 현상을 관찰하여 얻은 자료를 종합하고 분석하는 과정에서 규칙성을 발견하고, 이로부터 일반적인 원리나 법칙을 끌어내는 탐구방법이다. 이에 반해, 연역적 탐구방법은 자연 현상을 관찰하면서 생긴 의문의 답을 찾기 위해 가설을 세우고, 체계적인 검증을 통해 결론을 얻는 탐구 방법이다. 가설을 검증하기 위하여 탐구를 설계하고 수행한다. 탐구를 수행할 때는 대조군을 설정하고 실험군과 비교하는 대조 실험을 하여 실험 결과의 타당성을 높여야 한다. 탐구를 수행하여 얻은 결과는 표나 그래프 등으로 정리하여 분석한다. 이 과정에서 처음에 설정한 가설이 옳지 않다고 판단되면 가설을 수정하여 새로운 탐구를 설계한 후 다시 수행한다. 그리고 실험 결과를 분석한 내용이 가설과 일치하면 결론을 내린다. 이 결론이 다른 과학자들의 탐구를 통해 반복해서 확인되면 이론이나 학설로 인정받아 일반화된다.

<제시문2>

생태계를 구성하는 생물적 요인의 가장 작은 단위는 개체이며, 같은 곳에서 살아가면서 번식하는 같은 종의 개체들이 모여 개체군을 이룬다. 어떤 지역에서는 여러 개체군이 모여 살아가는데, 이곳에 사는 모든 개체군의 집합을 군집이라고 한다. 군집은 여러 생물종으로 되어 있을 뿐만 아니라 각기 다른 방식으로 환경 또는 다른 개체군과 영향을 주고받으므로 단일 개체군과는 구별되는 여러 가지 특성을 나타낸다.

<제시문3>

자극을 받은 뉴런의 세포막에서 일어나는 막전위의 변화를 흥분이라고 하며, 자극을 받아 발생한 흥분이 축삭 돌기를 따라 이동하는 것을 흥분의 전도라고 한다. 뉴런이 자극을 받지 않은 상태에서는 세포 안팎의 Na^+, K^+ 이온들의 불균등한 분포와 이들의 막 투과성의 차이로 인해 세포 안팎에 전위차가 발생한다. 뉴런의 휴지 전위는 약 -70 mV이다. 휴지 전위 상태의 뉴런이 역치 이상의 자극을

받으면, Na^+ 통로가 열려 Na^+이 세포 밖에서 세포 안으로 들어오면서 막전위가 상승한다. 이를 탈분극이라고 하며, 막전위는 약 +35 mV까지 상승한다. 이후 Na^+ 통로는 닫히고, 닫혀 있던 K^+ 통로가 열리면서 K^+이 세포 안에서 세포 밖으로 빠져 나가면 막전위가 휴지 전위까지 하강하는 데, 이를 재분극이라고 한다. 막전위가 휴지 전위보다 더 낮은 과분극 상태가 되면 다시 K^+ 통로가 닫히면서 막전위가 휴지 전위로 돌아간다. 이처럼 막전위가 급격히 상승했다가 다시 되돌아오는 막전위의 변화를 활동 전위라고 한다.

<제시문4>
활동 전위가 뉴런의 축삭 돌기 말단에 도달하면 시냅스 소포가 뉴런의 세포막과 융합하여 시냅스 소포에 들어 있는 신경 전달 물질이 시냅스 틈으로 방출된다. 방출된 신경 전달 물질로 시냅스 이후의 뉴런의 세포막이 탈분극되어 활동 전위가 발생한다. 이러한 현상을 흥분 전달이라고 한다.

다음을 읽고, [생명과학Ⅰ-ⅰ] ~ [생명과학Ⅰ-ⅲ]에 대해 답하시오.
빅데이터-인공지능 관련 벤처기업 “율전”은 다양한 생명 현상을 시뮬레이션해 볼 수 있는 [SKKU-BIO]라는 교육용 소프트웨어를 개발하고, 기능의 일부를 체험할 수 있는 무료 버전을 온라인으로 제공하기로 하였다. 생명과학을 좋아하는 고등학생 “성균”은 이를 바로 실행해 보았다. 무료 버전에서는 다양한 [SKKU-BIO] 프로그램 중에서 오직 한 가지 [군집 내 개체군의 상호 작용 연구]만 사용이 가능하였다. 관련 아이콘을 클릭하고 시뮬레이션을 위한 환경 설정을 완료하니, 알림창과 함께 숫자가 가득한 표가 화면에 나타났다.

환경 설정	허용함	허용하지 않음
임의로 설정된 생태계	☑	☐
환경 수용력의 한계	☑	☐
종의 이입과 이출	☐	☑
시뮬레이션 시간제한	☐	☑
		다음 단계

알림

현재는 [군집 내 개체군의 상호 작용 연구] 기능만 사용이 가능합니다. 더 많은 기능을 위해서는 생물종 A, B, C, D, E 개체군 사이의 상호 작용에 대한 이해가 필요합니다.

다음은 생태계 (가), (나)에 서식하는 생물종의 시간에 따른 개체수를 나타낸 표이다. <표1> ~ <표3>은 시작 개체수 10으로 설정된 생물종 A, B, C, D, E 개체군의 크기 변화를 나타낸다. <표1>과 <표2>는 시뮬레이션 초기의 개체수 변화를, <표3>은 생태계 평형이 이뤄지고 있는 어느 시점에서의 개체수 변화를 나타낸다.

<표1>

생태계	조건	종	시간(상대적인 값)									
			T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
(가)	단독	A	10	20	40	80	160	300	400	450	460	460
	단독	B	10	25	60	130	250	460	610	680	700	700
	단독	C	10	20	50	100	210	400	540	620	650	650
	단독	D	10	60	330	950	2400	3100	3400	3500	3500	3500
	단독	E	10	11	13	16	21	29	38	50	59	67

<표2>

생태계	조건	종	시간(상대적인 값)									
			T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
(가)	혼합 (A+B)	A	10	20	40	75	90	60	30	10	5	3
		B	10	25	60	120	220	380	500	580	640	680
	혼합 (A+C)	A	10	20	55	130	290	540	700	750	770	770
		C	10	25	65	160	360	640	860	950	980	980
	혼합 (B+D)	B	10	30	75	200	440	750	980	1100	1180	1200
		D	10	60	330	950	2400	3100	3400	3500	3500	3500
	혼합 (B+E)	B	10	25	60	130	250	460	610	680	700	700
		E	10	11	13	16	21	29	38	50	59	67
	혼합 (D+E)	D	10	60	330	950	2400	3100	3400	3500	3500	3500
		E	10	11	13	16	21	29	38	50	59	67

<표3>

생태계	조건	종	시간(상대적인 값)											
			T51	T52	T53	T54	T55	T56	T57	T58	T59	T60	T61	T62
(나)	혼합 (A+ D+E)	A	110	510	860	420	100	220	950	960	570	100	120	600
		D	8100	10200	7200	1200	3200	11800	12500	7200	1500	2200	9500	11200
		E	33	9	66	73	28	12	22	89	95	31	10	15

[생명과학Ⅰ-ⅰ] <표1>과 <표2>를 참고하여, <표2>의 생물종 A와 B 사이, A와 C 사이, B와 D 사이, B와 E 사이, D와 E 사이 각각에서 발견되는 개체군의 상호 작용을 추론하고, 개체군의 생장곡선 그래프를 사용하여 그 근거를 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅱ] 먼저 <표3>에서 관찰되는 생물종 A, D, E 개체군 사이의 상호작용을 추론하시오. 그리고 <표3>의 (A+D+E) 혼합 군집 내로 생물종 B가 이입될 경우, 개별 A, D, E 개체군의 크기 변화를 예측하고, 그 근거를 논하시오. (단, 문항 [생명과학Ⅰ-ⅰ]에서 추론한 개체군의 상호 작용은 그대로 적용이 된다.)

[생명과학Ⅰ-ⅲ] 성균이가 <표2>에 표시된 시간범위를 T1~T10에서 T11~T20으로 변경하자 <표4>가 화면에 나타났다. <표2>를 참고하여 <표4>에서 관찰되는 변화를 분석하고, 이러한 변화를 설명할 수 있는 개체군 A와 B의 상호 작용에 대해서 논하시오.

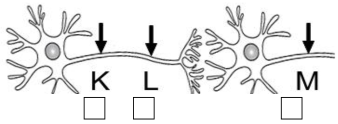
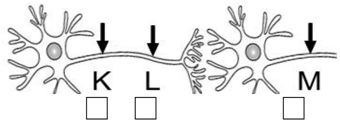
<표4>

생태계	조건	종	시간(상대적인 값)									
			T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19	T20
(가)	혼합 (A+B)	A	3	3	4	8	16	32	64	95	110	120
		B	700	700	700	700	700	700	700	700	700	700

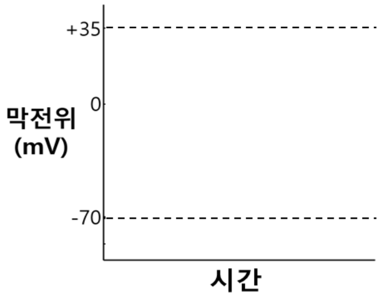
[생명과학Ⅰ-ⅳ] 앞의 문제를 해결한 성균이는 [SKKU-BIO]의 보다 다양한 기능을 활용할 수 있게 되었다. [과학 수사대]라는 아이콘을 클릭하자 다음의 알림창과 함께 <그림1>이 화면에 나타났다.

알림
뒷산의 약수터에서 떠온 물을 마신 명륜이는 갑작스런 신경 마비 증세로 고통을 호소하고 있다. 그가 마셨다는 약수를 율전 과학 수사대에 성분 분석을 의뢰한 결과, 신경을 마비시키는 신경 독소 X가 다량 검출되었다. 율전 과학 수사대의 보고서에는 뉴런의 Na^+ 통로가 열리는 기능을 차단, 뉴런의 K^+ 통로가 열리는 기능을 저해, 시냅스 소포와 세포막의 융합을 차단하는 세 가지 기능 중 하나가 독성 물질 X의 기능이라 표시되어 있다.

<그림1>

(1) 뉴런 처리 용액	(2) 전기 자극을 주는 지점	(3) 막전위 측정 지점	
G. 용매 ☐ H. 용매+독성 물질 X ☐			

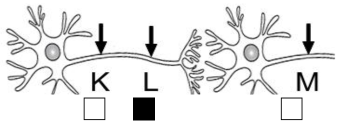
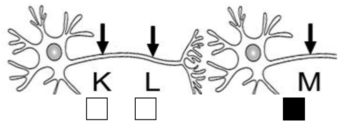
<그림1>은 뉴런에 자극을 주었을 경우, 뉴런에서 발생하는 막전위의 변화를 측정할 수 있는 가상의 장치를 나타낸다. 마우스 클릭으로 뉴런 처리 용액의 종류, 전기 자극을 주는 지점, 막전위 측정 지점을 결정하고 실행 버튼을 누르면, 시간에 따른 막전위의 변화가 <그림2>에 표시되어 출력된다. (1) 뉴런 처리 용액과 (2) 전기 자극을 주는 지점에서는 각각 한 가지씩 선택이 가능하고, (3) 막전위 측정 지점에서는 여러 가지 선택이 가능하다. 막전위 측정 지점의 개수에 따라 화면에 표시되는 그래프의 개수도 달라진다. 전기 자극을 주는 지점과 막전위 측정 지점은 동일하게 설정할 수 없다.



<그림2> 뉴런에서의 막전위의 변화

성균이는 먼저 이 프로그램이 어떻게 작동하는지 살펴보았다.

<그림3>

(1) 뉴런 처리 용액	(2) 전기 자극을 주는 지점	(3) 막전위 측정 지점	
G. 용매 ☐ H. 용매+독성 물질 X ■			

위의 <그림3>과 같이, (1)-H, (2)-L, (3)-M 을 선택하고 실행 버튼을 눌러보았다. 기대한 것과는 다르게 막전위 그래프는 화면에 표시되지 않았고, 오른쪽의 알림 창만 나타났다.

알림
비교할 수 있는 측정 결과가 없기에 독성 물질 X의 효과는 확인이 불가능합니다. 다시 실행하십시오.

성균이는 다음의 두 가지 가설을 이 프로그램을 사용하여 검증해 보고자 한다. 먼저 가설을 검증하기 위한 탐구를 설계하고, 가설이 옳다면 화면에 표시될 예상 결과를 <제시문3>을 참고하여 <그림2>에 표시하고, 그 근거를 논하시오. (답안지에 <그림2>를 옮겨 그리고, 그 위에 시간에 따른 막전위의 변화를 표시하시오. 탐구 설계는 <그림 3>에서 성균이가 수행한 대로 (1)-H, (2)-L, (3)-M 으로 표시하면 충분하다.)

(가설1) 독성 물질 X는 뉴런의 K^+ 통로가 열리는 기능을 저해한다.

(가설2) 독성 물질 X는 시냅스 소포와 세포막의 융합을 차단한다.

3. 출제 의도

본 문항은 생태학에서의 군집 내 개체군의 상호 작용과 뉴런에서의 활동 전위의 발생과 흥분 전달에 대한 학생들의 이해도를 측정하고자 출제되었다. [SKKU-BIO]라는 시뮬레이션 프로그램을 이용하여 가상의 실험 공간을 설정하고, 여기서 생명과학 탐구를 수행하게 함으로써 학생들의 사고력과 과학적 의사소통 능력을 확인하고자 하였다. 군집 내 개체군의 상호작용에 대한 문항 [생명과학Ⅰ-ⅰ] ~ [생명과학Ⅰ-ⅲ]에는 귀납적 탐구 방법이, 뉴런에서의 자극의 전달에 대한 문항 [생명과학Ⅰ-ⅳ]에는 연역적 탐구 방법이 적용되었다.

문항 [생명과학Ⅰ-ⅰ] ~ [생명과학Ⅰ-ⅲ]에서는 5 가지 생물종의 개체수 변화를 알 수 있는 4개의 표를 제시하였다. 자료 해석을 위해 개체군별 생장곡선을 그리도록 안내하였고, 개별 생물종의 개체수 변화를 단일 배양 조건과 혼합 배양 조건에서 비교함으로써 개체군 간의 상호작용을 도출하도록 유도하였다. 문항 [생명과학Ⅰ-ⅳ]에서는 신경을 마비시키는 기능을 하는 독성 물질 X를 설정하고, 학생들에게 연역적 탐구 방식으로 X를 찾는 탐구를 설계하도록 안내하였다. 가설 검증을 위한 탐구 수행과 자료 해석 과정에서 자연스럽게 뉴런에서의 막전위 변화양상을 그래프로 표시하고 근거를 제시하도록 유도하였다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 적용 교육과정: 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[생명과학Ⅰ]**

	영역별 내용
제시문1	(1) 생명과학의 이해 [12생과Ⅰ01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다.
제시문2	(5) 생태계와 상호 작용 [12생과Ⅰ05-02] 개체군과 군집의 특성을 이해하고, 개체군과 군집 내의 상호 작용을 설명할 수 있다.
제시문3	(3) 항상성과 몸의 조절 [12생과Ⅰ03-01] 활동 전위에 의한 흥분의 전도와 시냅스를 통한 흥분의 전달을 이해하고, 약물이 시냅스 전달에 영향을 미치는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
제시문4	(3) 항상성과 몸의 조절 [12생과Ⅰ03-01] 활동 전위에 의한 흥분의 전도와 시냅스를 통한 흥분의 전달을 이해하고, 약물이 시냅스 전달에 영향을 미치는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
생명과학Ⅰ-ⅰ	(1) 생명과학의 이해 [12생과Ⅰ01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다.
	(5) 생태계와 상호 작용 [12생과Ⅰ05-02] 개체군과 군집의 특성을 이해하고, 개체군과 군집 내의 상호 작용을 설명할 수 있다.
생명과학Ⅰ-ⅱ	(1) 생명과학의 이해 [12생과Ⅰ01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다.
	(5) 생태계와 상호 작용 [12생과Ⅰ05-02] 개체군과 군집의 특성을 이해하고, 개체군과 군집 내의 상호 작용을 설명할 수 있다.

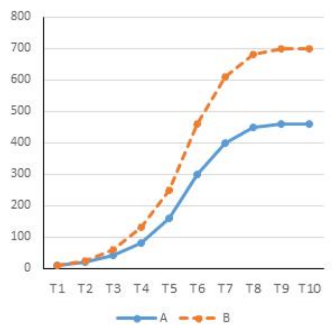
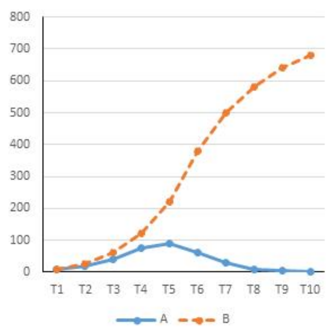
생명과학 I -iii	(1) 생명과학의 이해 [12생과 I 01-03] 생명과학 탐구 방법을 이해하고 생명과학에서 활용되고 있는 다양한 탐구 방법을 비교할 수 있다.
	(5) 생태계와 상호 작용 [12생과 I 05-02] 개체군과 군집의 특성을 이해하고, 개체군과 군집 내의 상호 작용을 설명할 수 있다.
생명과학 I -iv	(5) 생태계와 상호 작용 [12생과 I 05-02] 개체군과 군집의 특성을 이해하고, 개체군과 군집 내의 상호 작용을 설명할 수 있다.
	(3) 항상성과 몸의 조절 [12생과 I 03-01] 활동 전위에 의한 흥분의 전도와 시냅스를 통한 흥분의 전달을 이해하고, 약물이 시냅스 전달에 영향을 미치는 사례를 조사하여 발표할 수 있다.

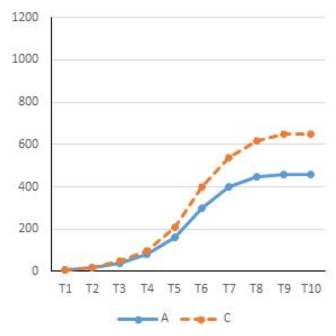
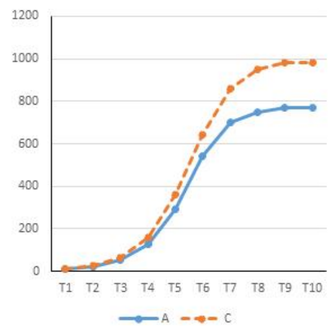
나) 자료 출처

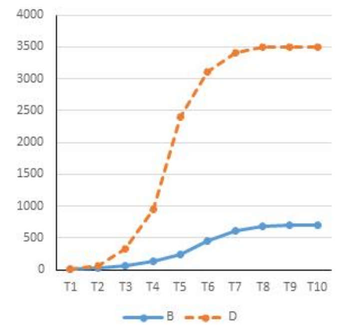
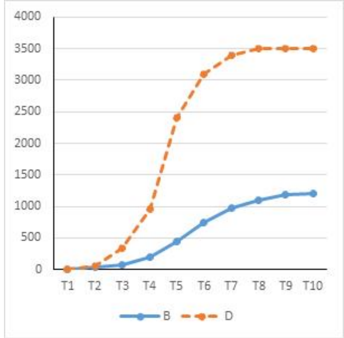
참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	심규철 외 5명	비상교육	2020	59-64
	생명과학 I	오현선 외 5인	미래인	2020	26-29
	생명과학 I	김윤택 외 4인	동아출판	2020	165-178
	생명과학 I	이준규 외 5인	천재교육	2020	58-63

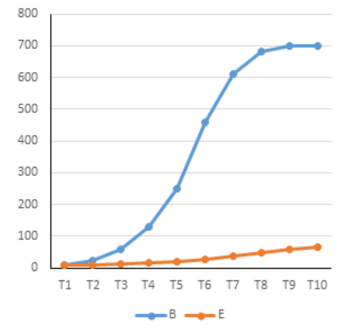
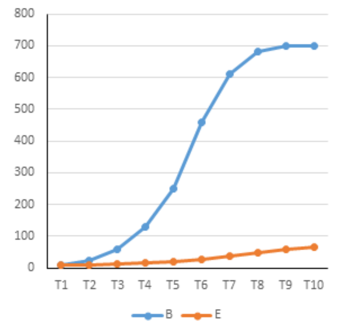
5. 문항 해설

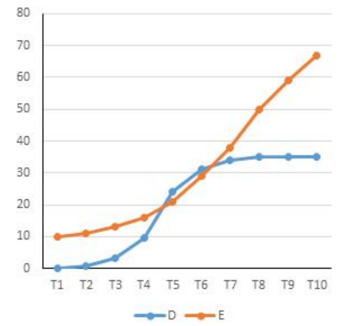
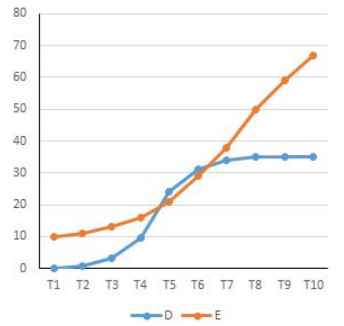
[생명과학 I - i] <표1> 단독배양 조건에서 생물종 A, B, C, D, E 개체군의 생장 곡선을 그리고, 이를 <표2> 혼합배양 조건에서 관찰되는 두 개체군의 생장곡선을 그려 비교하면, 개체군의 상호작용을 도출 할 수 있다.

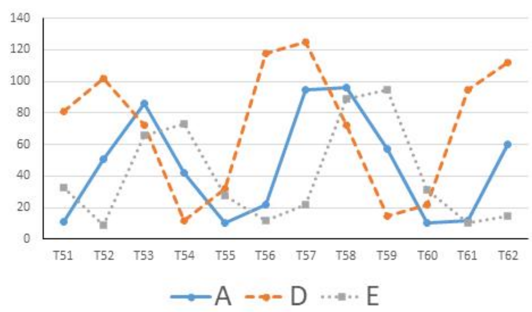
A와 B 단독 배양	A와 B 혼합 배양	A가 밀려나는 배타적 경쟁 관계
		A+B 혼합 배양 조건에서는 초기에는 두 개체군 모두 크기가 증가하지만, 생물종 A는 단독배양에 비해서 증가 속도가 크게 떨어진다. 결국 B는 살아남고, A는 개체수가 급격히 감소하였다. 이는 생태적 지위가 비슷한 두 종 간 경쟁에서 한 종이 경쟁에서 밀려 사라지는 “경쟁 배타의 원리”현상이라 할 수 있다.

A와 C 단독 배양	A와 C 혼합 배양	A와 C 둘 다 이익을 보는 상리 공생 관계
		생물종 A와 C 모두 단독 배양 조건 보다 혼합 배양 조건에서 개체군의 크기가 더 증가했다. 양쪽에 모두 이익이 되는 것으로 보아 A와 C는 상리 공생 관계라 할 수 있다.

B와 D 단독 배양	B와 D 혼합 배양	B만 이익을 보는 편리 공생 관계
		생물종 B는 단독 배양 조건에 비해, B+D 혼합 배양 조건에서 개체군의 크기가 증가하였다. 하지만 D의 개체수는 B와 혼합 배양을 하더라도 단독 배양에 비해 뚜렷한 차이가 관찰되지 않았다. 이는 B만 이득을 보는 편리 공생 관계를 나타낸다.

B와 E 단독 배양	B와 E 혼합 배양	상호 작용은 관찰되지 않음
		생물종 B와 E의 경우는 단독 배양 조건과 혼합 배양 조건 모두에서 비슷한 생장 곡선을 보인다. 생물종 B와 E 사이에는 상호작용이 없다고 이야기 할 수 있다.

D와 E 단독 배양	D와 E 혼합 배양	상호 작용은 관찰되지 않음
		생장 곡선 그래프에서 D의 개체수는 단위를 100으로 표시하였다. 생물종 D와 E의 경우도 마찬가지로, 단독 배양 조건과 혼합 배양 조건 모두에서 같은 생장 곡선을 보인다. D와 E 사이에는 특별한 상호 작용이 관찰되지 않는다고 할 수 있다.



[생명과학Ⅰ-ⅱ] <표3>에서 A의 개체수는 10 단위로, D의 개체수는 100단위로, E의 개체수는 1단위로 생장 곡선을 그려보면, A, D, E 개체군의 크기가 주기적으로 변동한다는 것을 알 수 있다. D의 개체수가 증가하면, A의 개체수도 따라 증가하고, 뒤이어 E의 개체수도 증가한다. 반대로 D의 개체수가 감소하면, A의 개체수와 E의 개체수도 연달아 감소한다. 이는 포식과 피식의 관계의 개체군 사이에서 관찰되는 현상이다. 그리고 개체수 크기가 D>A>E 순서인 것을 고려하면, A, D, E 간 포식과 피식의 먹이사슬은 D→A→E 임을 알 수 있다. E가 A에 대한 포식자이면서 D에 대한 포식자의 가능성도 생각해 볼 수 있으나, [문제1]에서 생물종 D와 E 개체군 사이에는 상호 작용이 없다고 했기에, D→A→E 의 단일 먹이 사슬 구조임을 알 수 있다.

A와 B는 배타적 경쟁 관계에 있으므로, B의 이입으로 A는 경쟁에서 밀려 점차 개체수가 감소할 것이

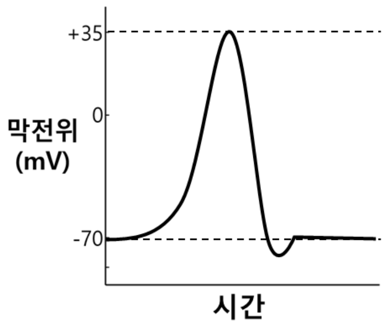
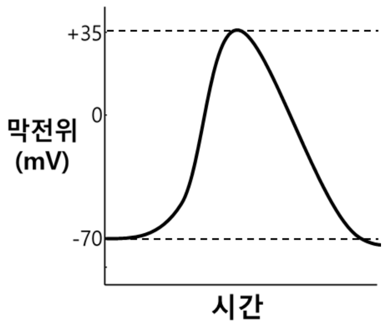
고, A를 상위 포식자로 두고 있는 D는 개체수가 증가할 것이다. A가 감소하면, A의 상위 포식자인 E 역시도 감소하게 된다. B는 D에 대하여 이익을 보는 편리 공생의 관계에 있으므로, D 개체수가 증가함에 따라 B의 개체수는 더욱 증가하게 될 것이고, 그 결과 A와 E는 더욱 감소하게 될 것이다.

[생명과학Ⅰ-ⅲ] <표2>에서는 생물종 A와 B 사이의 경쟁에 의해서 경쟁에서 밀린 A에서 개체수가 크게 감소하나, <표4>에서는 줄어든 생물종 A의 개체수가 다시 회복된 것을 알 수 있다. 생물종 B의 개체수가 <표1>의 단독배양 조건에서와 같이 환경 수용력의 한계치까지 도달한 후 일정하게 유지되고 있는 것을 보면, B와 생태적 지위가 동일했던 A 개체군이 <표4>에서는 더 이상 B와 경쟁하고 있지 않음을 알 수 있다. 이는 B와의 경쟁을 피하기 위해서, A 개체군에서 먹이의 종류를 바꾸거나, 서식지를 바꾸는 등의 생태적 지위 변화가 있었음을 나타낸다. 이러한 변화를 분서(생태 지위 분화)라 한다.

[생명과학Ⅰ-ⅳ] 탐구를 설계하기 전에 유의해야 할 점은, 성균이가 (1)-H, (2)-L, (3)-M을 선택하고 실행 버튼을 눌렀을 때 보았던 알림창의 내용이다. “비교할 수 없는 측정결과가 없다”는 알람은 대조군을 이용한 측정 실험을 꼭 수행해야 한다는 의미이다. 따라서 (가설1)과 (가설2)를 검증하기 위해서는, 대조군과 비교군 모두를 측정하기 위한 탐구 설계가 필요하며, 대조군 실험은 반드시 탐구1로, 그리고 실험군은 탐구2로 설계를 해야 성균이가 겪었던 문제가 해결이 된다. 문제에 제시된 가상의 장치에서 (1)-G 를 선택하면 대조군이, (1)-H 를 선택하면 비교군 설정이 가능하다. 그리고 대조군/비교군 측정결과 비교를 위해서는, (2)와 (3)의 조건은 대조군을 위한 설정과 비교군 측정을 위한 설정이 동일해야 한다. 즉, 전기 자극을 주는 지점이 탐구1과 탐구2에서 다를 경우와, 막전위 측정 지점이 탐구1과 탐구2에서 다를 경우는 측정 결과를 얻을 수 없다.

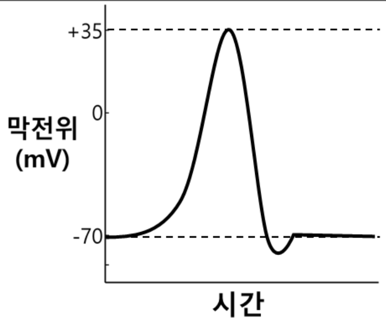
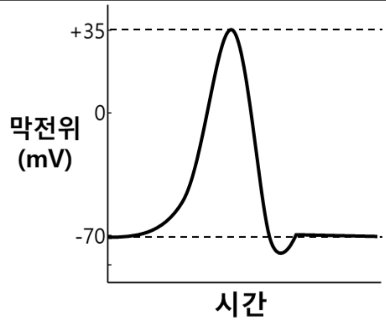
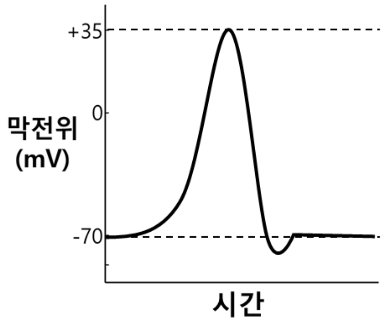
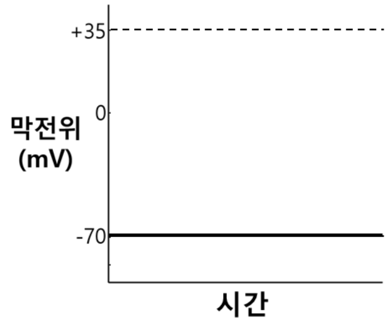
(가설1)을 먼저 살펴보도록 하자. 활동 전위 형성과정에서 자극에 의해서 증가했던 막전위가 다시 감소하는 탈분극 과정을 위해서는 K^+ 통로가 열리는 기작이 반드시 필요하다. 독성 물질 X 처리에 의해서 K^+ 통로가 열리는 기능이 저해되면, 탈분극 과정에서 K^+ 이 외부로 빠져나가지 못해 재분극이 지연되고 활동 전위가 길어진다. 가설1을 확인하기 위해서는 2개의 탐구 설계면 충분하다. 예를 들어, 탐구1(대조군)을 (1)-G (2)-K (3)-L을 설정했다면, 탐구2(비교군)은 (1)-H (2)-K (3)-L로 설계해야 한다.

그리고 흥분의 전도는 뉴런의 양쪽 방향으로 가능하고, 시냅스를 통해서 흥분이 전달되는 것을 고려하면, 다양한 탐구1-탐구2 조합이 가능하다. 단, 전기 자극을 주는 지점을 (2)-M 으로 설정하면 실험 결과를 얻을 수 없기에 잘못된 탐구 설계이다.

탐구 설계의 예	탐구1(대조군) 실행 결과	탐구2(비교군) 실행 결과
탐구1: (1)-G (2)-K (3)-L 탐구2: (1)-H (2)-K (3)-L		

(가설2)를 검증하기 위한 탐구 설계를 단순히 시냅스 전 뉴런에서 자극을 주고, 시냅스 후 뉴런에서 활동 전위가 생성되지 않는 것을 측정하는 것만으로는 부족하다. 그 이유는 독성 물질 X가 Na^{+} 통로가 열리는 기능을 차단하는 경우, 탈분극이 일어나지 않아 활동 전위가 전혀 발생하지 않았기 때문이다. 이러한 경우에도, 독성 물질 X가 시냅스에서의 흥분의 전달을 차단하는 효과가 같이 시냅스 후 지점에서 활동 전위가 발생하지 않는다. 따라서 시냅스 전 뉴런에서 전기 자극 후 활동 전위가 정상적으로 발생하는 것과 흥분이 시냅스 후 뉴런에 전달되지 않는 것 두 가지를 모두 확인해야 한다.

흥분이 한 뉴런에서 양방향으로 전달되는 것을 고려하면, (2)-K 나 (2)-L 조건이 모두 가능하다. 단, 전기 자극을 주는 지점을 (2)-M으로 설정하는 것은 잘못된 탐구 설계이다.

탐구 설계의 예	탐구1(대조군) 실행 결과	탐구2(비교군) 실행 결과
	(3)-L 측정 결과	(3)-L 측정 결과
탐구1: (1)-G (2)-K (3)-L/M 탐구2: (1)-H (2)-K (3)-L/M 이러한 탐구 설계에서는 L과 M 두 지점의 그래프가 동시에 표시된다. 다음의 탐구 설계도 가능하다. 탐구1: (1)-G (2)-L (3)-K/M 탐구2: (1)-H (2)-L (3)-K/M		
	(3)-M 측정 결과	(3)-M 측정 결과
		

막전위를 두 지점에서 동시에 측정하지 않고, 시냅스 전 뉴런에서 활동 전위가 정상적으로 발생하는 것과 시냅스 후 뉴런에서 활동 전위가 측정되지 않는 것을 따로 확인할 수 있다. 이 경우는 탐구1~탐구4의 탐구 설계가 필요하다. 성균이가 겪었던 문제를 해결하기 위해서는 탐구1(대조군)-탐구2(비교군), 탐구3(대조군)-탐구4(비교군)의 조합으로 탐구를 설계해야 한다.

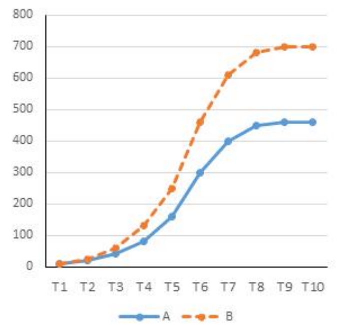
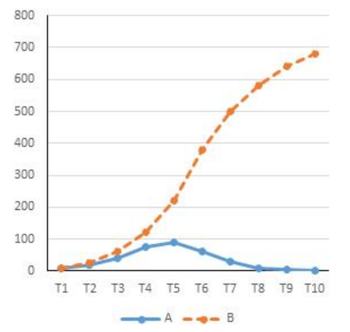
가능한 탐구 설계 1	가능한 탐구 설계 2	가능한 탐구 설계 3	가능한 탐구 설계 4
탐구1: (1)-G (2)-K (3)-L 탐구2: (1)-H (2)-K (3)-L 탐구3: (1)-G (2)-K (3)-M 탐구3: (1)-H (2)-K (3)-M	탐구1: (1)-G (2)-K (3)-L 탐구2: (1)-H (2)-K (3)-L 탐구3: (1)-G (2)-L (3)-M 탐구3: (1)-H (2)-L (3)-M	탐구1: (1)-G (2)-L (3)-K 탐구2: (1)-H (2)-L (3)-K 탐구3: (1)-G (2)-L (3)-M 탐구3: (1)-H (2)-L (3)-M	탐구1: (1)-G (2)-L (3)-K 탐구2: (1)-H (2)-L (3)-K 탐구3: (1)-G (2)-K (3)-M 탐구3: (1)-H (2)-K (3)-M

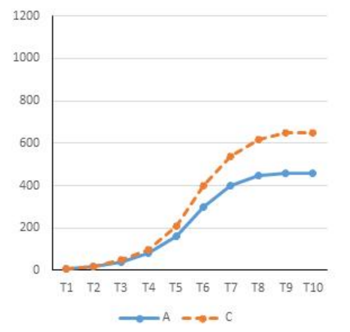
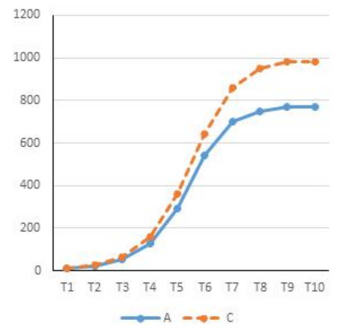
6. 채점 기준

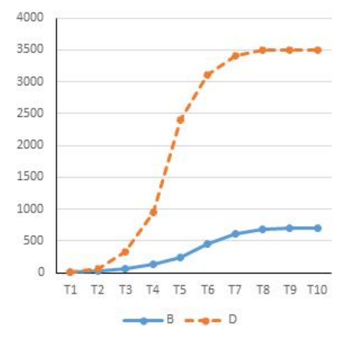
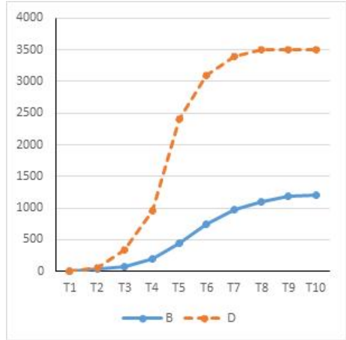
하위문항	채점 기준	배점
생명과학 Ⅰ- i	<표1>과 <표2>의 개체수의 변화를 분석하여 각 개체군의 생장 곡선을 그릴 수 있는가? 단독 배양과 혼합 배양에서 관찰되는 개체군의 생장 곡선의 변화에 근거하여, 생물종 A와 B 사이, A와 C 사이, B와 D 사이, B와 E 사이, D와 E 사이의 개체군 상호작용을 정확하게 추론하였는가?	10점
생명과학 Ⅰ- ii	<표3>의 각 개체군의 개체수 변화에 근거하여, 생물종 A, D, E 사이의 포식과 피식의 관계를 정확하게 도출하였는가? 외래종 B 이입시, 생물종 A, D, E 개체군의 크기의 변화를 추론하고, 그 근거를 제대로 제시하였는가?	8점
생명과학 Ⅰ- iii	생물종 A의 개체군의 개체수가 <표4>에서 회복되었지만, 생물종 B의 개체군에는 영향을 주지 않았음을 파악하였나? 이러한 변화를 설명할 수 있는 가장 타당한 개체군의 상호작용을 제시하였는가?	6점
생명과학 Ⅰ- iv	(가설1)과 (가설2)를 검증하기 위한 탐구 설계가 타당한가? 탐구 설계로 도출되는 결과를 막전위 그래프를 사용하여 예측할 수 있는가?	16점

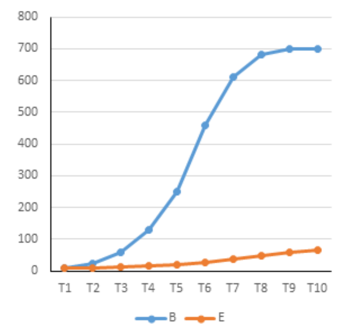
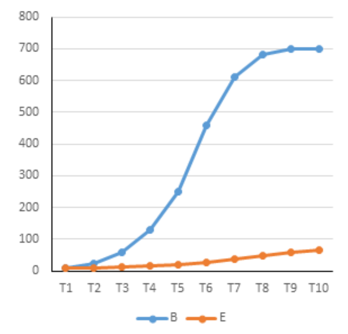
7. 예시 답안

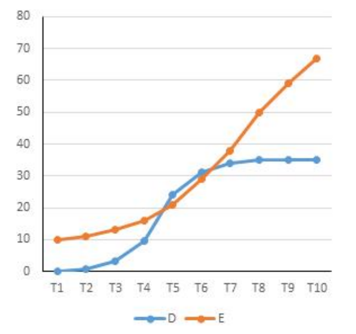
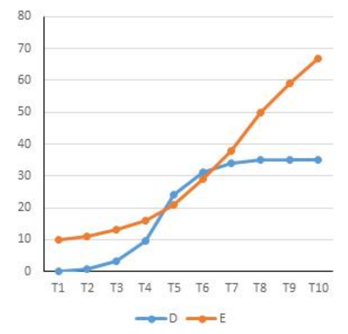
[생명과학 Ⅰ- i] 단독 배양 조건과 혼합 배양 조건 양쪽에서의 두 생물종의 개체수의 변화를 나타내는 생장 곡선을 그려보면 다음과 같다.

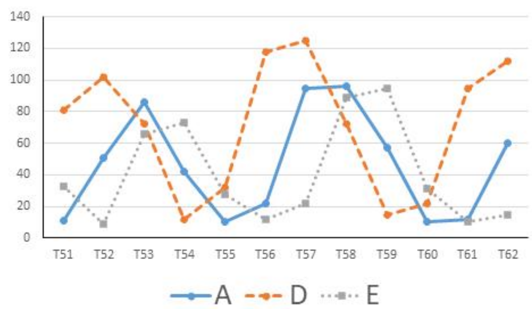
A와 B 단독 배양	A와 B 혼합 배양	A가 밀려나는 배타적 경쟁 관계
		A+B 혼합 배양 조건에서는 초기에는 두 개체군 모두 크기가 증가하지만, 생물종 A는 단독 배양에 비해서 증가 속도가 크게 떨어진다. 결국 B는 살아남고, A는 개체수가 급격히 감소하였다. 이는 생태적 지위가 비슷한 두 종 간 경쟁에서 한 종이 경쟁에서 밀려 사라지는 “경쟁 배타의 원리”현상이라 할 수 있다.

A와 C 단독 배양	A와 C 혼합 배양	상리 공생 관계
		A와 C 모두 단독 배양 보다 혼합 배양 조건에서 개체군의 크기가 더 증가했다. 양쪽에 모두 이익이 되는 것으로 보아 A와 C는 상리 공생 관계라 할 수 있다.

B와 D 단독 배양	B와 D 혼합 배양	B만 이익을 보는 편리 공생 관계
		생물종 B는 단독 배양 조건에 비해, B+D 혼합 배양 조건에서 개체군의 크기가 증가하였다. 하지만 D의 개체수는 B와 혼합 배양을 하더라도 단독 배양에 비해 뚜렷한 차이가 관찰되지 않았다. 이는 B만 이득을 보는 편리 공생 관계라 할 수 있다.

B와 E 단독 배양	B와 E 혼합 배양	상호 작용은 관찰되지 않음
		생물종 B와 E의 경우는 단독 배양 조건과 혼합 배양 조건 모두에서 비슷한 생장 곡선을 보인다. 생물종 B와 E 사이에는 상호작용이 없다고 이야기 할 수 있다.

D와 E 단독 배양	D와 E 혼합 배양	상호 작용은 관찰되지 않음
		생장 곡선 그래프에서 D의 개체수는 단위를 100으로 표시하였다. 생물종 D와 E의 경우도 마찬가지로, 단독 배양 조건과 혼합 배양 조건 모두에서 같은 생장 곡선을 보인다. D와 E 사이에는 특별한 상호 작용이 관찰되지 않는다고 할 수 있다.

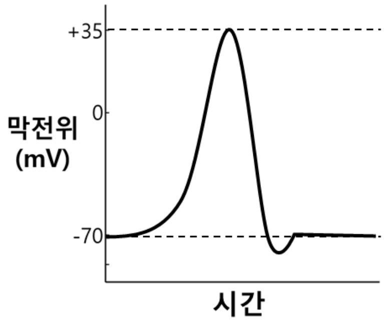
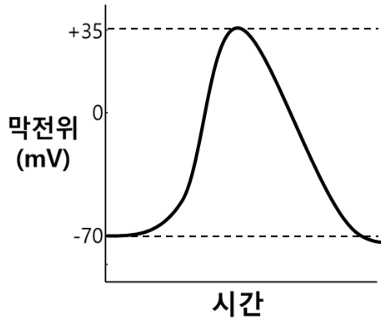


[생명과학 I - ii] <표3>에서 A의 개체수는 10 단위로, D의 개체수는 100단위로, E의 개체수는 1단위로 생장 곡선을 그려보면, D의 개체수 증감에 따라 A와 D 개체수의 증감이 결정되는 주기적인 변동이 관찰이 된다. 이는 포식과 피식의 개체군 사이의 상호 작용을 나타낸다. 개체수 크기가 D>A>E 순서인 것과 [문제1]에서 D와 E 사이에는 상호작용이 없음을 고려하면, A, D, E 간 포식과 피식의 먹이사슬은 D→A→E 임을 알 수 있다.

A와 B는 배타적 경쟁 관계에 있으므로, B의 이입으로 경쟁에서 밀리는 A는 개체수가 감소할 것이고, 그에 따라 A를 상위 포식자로 둔 D는 개체수가 증가하고, A의 상위 포식자인 E는 개체수가 감소할 것이다. B는 D에 대하여 이익을 보는 편리 공생의 관계에 있으므로, D 개체수 증가로 인해 B의 개체수는 더욱 늘어나게 되며, 그 결과 A와 E는 더욱 감소하게 된다.

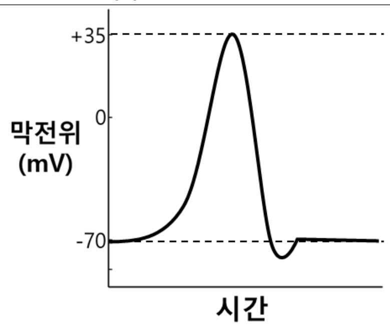
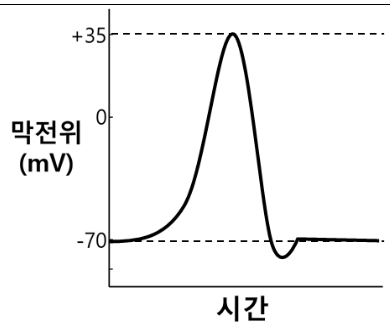
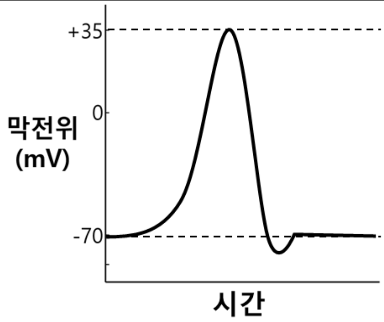
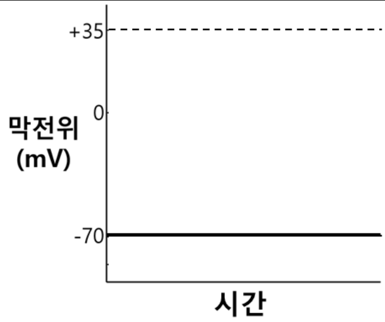
[생명과학Ⅰ-ⅲ] <표2>에서는 생물종 A와 B 사이의 경쟁에 의해서 경쟁에서 밀린 A에서 개체수가 크게 감소하나, <표4>에서는 줄어든 생물종 A의 개체수가 다시 회복된 것을 알 수 있다. 생물종 B의 개체수가 <표1>의 단독배양 조건에서와 같이 환경 수용력의 한계치까지 도달한 후 일정하게 유지되고 있는 것을 보면, B와 생태적 지위가 동일했던 A 개체군이 <표4>에서는 더 이상 B와 경쟁하고 있지 않음을 알 수 있다. 이는 B와의 경쟁을 피하기 위해서, A 개체군에서 먹이의 종류를 바꾸거나, 서식지를 바꾸는 등의 생태적 지위 변화가 있었음을 나타낸다. 이러한 변화를 분서(생태 지위 분화)라 한다.

[생명과학Ⅰ-ⅳ] (가설1)을 위한 탐구 설계와 예상 결과는 다음과 같다.

<table>
<tr><th>탐구 설계</th><th>탐구1(대조군) 실행 결과</th><th>탐구2(비교군) 실행 결과</th></tr>
<tr><td>탐구1: (1)-G (2)-K (3)-L
탐구2: (1)-H (2)-K (3)-L</td><td></td><td></td></tr>
</table>

독성 물질 X 처리에 의해서 K$^+$ 통로가 열리는 기능이 저해되면, 탈분극 과정에서 K$^+$ 이 외부로 빠져나가지 못해 재분극이 지연되고 활동 전위가 길어진다.

(가설2)를 검증하기 위한 탐구 설계와 예상 결과는 다음과 같다.

<table>
<tr><th rowspan="2">탐구 설계 1</th><th>탐구1(대조군) 실행 결과</th><th>탐구2(비교군) 실행 결과</th></tr>
<tr><th>(3)-L 측정 결과</th><th>(3)-L 측정 결과</th></tr>
<tr><td rowspan="3">탐구1: (1)-G (2)-K (3)-L/M
탐구2: (1)-H (2)-K (3)-L/M</td><td></td><td></td></tr>
<tr><th>(3)-M 측정 결과</th><th>(3)-M 측정 결과</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

독성 물질 X가 시냅스 소포와 세포막의 융합을 차단하는 기능을 한다면, 시냅스 전 뉴런에서 발생한 활동 전위가 시냅스 후 뉴런에서 생성되지 않을 것이다. 한 가지 고려 사항은, Na$^+$ 통로가 열리는 기능

을 차단하는 경우 역시도, 시냅스 전 뉴런에서 탈분극이 일어나지 않아 활동 전위가 발생하지 않는다는 점이다. 단순히 시냅스 전에 전기 자극을 주고 시냅스 후에서 활동 전위가 발생하지 않는 것을 확인하는 것만으로는 두 가지 가능성을 구분할 수 없다. 그렇기에 탐구1과 탐구2는 시냅스 전 뉴런에서 전기 자극 후 활동 전위가 정상적으로 발생하는 것과 그 흥분이 시냅스 후 뉴런에 전달되지 않는 것을 모두 확인할 수 있도록 설계되었다.

문항카드 20

1. 일반 정보

유형		■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사
전형명		논술우수전형
계열(과목) / 문항번호		자연계 3교시 / 수학 1
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅱ, 미적분
	핵심개념 및 용어	도형의 방정식, 미분법, 적분법
예상 소요 시간		30분 / 전체 100분

2. 문항 및 제시문

[수학 1] 다음 <제시문1>~<제시문2>를 읽고 [수학 1 - i]~[수학 1 -ⅳ]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

〈제시문1〉

두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\int_a^b \mid f(x)-g(x) \mid dx$$

〈제시문2〉

곡선 $E: y=-x^2+4$ (단, $x \ge 0$, $y \ge 0$)가 x축과 만나는 점을 P, y축과 만나는 점을 Q라고 하고, 곡선 E 및 x축과 y축으로 둘러싸인 도형을 D라고 하자. 또한 원점 O를 포함하는 선분 OP 위의 임의의 점을 A, 선분 OQ 위의 임의의 점을 B라고 하자.

[수학 1 - i] <제시문2>의 두 점 A와 B를 지나고 도형 D의 넓이를 이등분하는 직선 중 원점 O와의 거리가 가장 가까운 직선 l_1과 가장 먼 직선 l_2의 방정식을 각각 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 - ⅱ] 문항 [수학 1 - i]에서 구한 직선 l_1 위의 점 중에서 원점 O와의 거리가 최소인 점을 $\mathrm{C_1}$, 문항 [수학 1 - i]에서 구한 직선 l_2 위의 점 중에서 원점 O와의 거리가 최소인 점을 $\mathrm{C_2}$라고 할 때, 삼각형 $\mathrm{OC_1C_2}$의 넓이를 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 -ⅲ] 포물선 $y=-x^2+4$를 x축 방향으로 m만큼, y축 방향으로 n만큼 평행이동 하였더니 문항 [수학 1 - i]에서 구한 직선 l_1과 l_2에 동시에 접하는 포물선 F를 얻게 되었다. 이때 상수 m, n의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 1 -ⅳ] 문항 [수학 1 -ⅲ]에서 구한 포물선 F 및 문항 [수학 1 - i]에서 구한 직선 l_1과 l_2로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하고 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제는 함수의 도함수를 활용한 그래프의 개형, 포물선과 직선의 위치 관계, 적분법을 이해하고 있는지를 평가하고자 한다.

[수학 1-ⅰ] 점과 직선 사이의 거리를 함수로 표현하고, 도함수를 활용하여 함수의 그래프의 개형을 이해할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학 1-ⅱ] 직선에 수직인 직선의 방정식을 이해하고, 삼각형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학 1-ⅲ] 평행이동한 포물선과 직선의 위치 관계를 이해할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

[수학 1-ⅳ] 정적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지를 평가하는 문제이다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	**[미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용** [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
제시문 2	**[수학] - (2) 방정식과 부등식 - ⑤ 이차방정식과 이차함수** [10수학01-09] 이차방정식과 이차함수의 관계를 이해한다.
수학 1-ⅰ	**[수학] - (3) 도형의 방정식 - ② 직선의 방정식** [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다. **[수학Ⅱ] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용** [12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
수학 1-ⅱ	**[수학] - (3) 도형의 방정식 - ① 평면좌표** [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. **[수학] - (3) 도형의 방정식 - ② 직선의 방정식** [10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다. [10수학02-05] 점과 직선 사이의 거리를 구할 수 있다.
수학 1-ⅲ	**[수학] - (3) 도형의 방정식 - ④ 도형의 이동** [10수학02-08] 평행이동의 의미를 이해한다. **[기하] - (1) 이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
수학 1-ⅳ	**[미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용** [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	황선욱 외	미래엔	2020	111-113, 128-134, 153-155
	수학	박교식 외	동아출판	2020	101-103, 118-124, 143-145
	수학Ⅱ	황선욱 외	미래엔	2020	90-97
	수학Ⅱ	홍성복 외	지학사	2020	90-98
	미적분	황선욱 외	미래엔	2020	166-167
	미적분	김원경 외	비상교육	2020	147-149
	기하	황성욱 외	미래엔	2020	11-15
	기하	고성은 외	좋은책 신사고	2020	11-15

5. 문항 해설

본 문항의 핵심적인 내용은 「수학」의 ‘도형의 방정식’, 「수학Ⅱ」의 ‘미분’, 「미적분」의 ‘적분법’ 단원에서 다루어진다. 따라서 본 문항을 통해 학생들이 함수의 도함수를 이용한 그래프의 개형, 포물선과 직선의 위치 관계, 정적분 등을 적절히 활용하여 주어진 문항을 해결할 수 있는지, 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
수학 1- i	점과 직선 사이의 거리를 함수로 표현하고, 함수의 그래프의 개형에 대한 이해를 통해 두 점 A와 B를 지나고 도형 D의 넓이를 이등분하는 직선 중 원점과의 거리가 가장 가까운 직선과 가장 먼 직선의 방정식을 올바르게 유도할 수 있다.	8
수학 1- ii	직선에 수직인 직선의 방정식을 이용하여, 점 C_1과 점 C_2를 찾고, 삼각형 $\mathrm{O}\,\mathrm{C}_1\mathrm{C}_2$의 넓이를 올바르게 유도할 수 있다.	7
수학 1-iii	평행이동한 포물선과 직선의 위치 관계를 이해하여, 상수 m, n의 값을 올바르게 유도할 수 있다.	8
수학 1-iv	정적분을 활용하여 주어진 도형의 넓이를 올바르게 유도할 수 있다.	7

7. 예시 답안

[수학 1 - i]

도형 D의 넓이 S_D는

$$S_D = \int_0^2 (-x^2+4)\,dx = \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x\right]_0^2 = \frac{16}{3}$$

점 $\mathrm{A}(a, 0)$와 $\mathrm{B}(0, b)$를 지나고 도형 D의 넓이를 이등분하는 직선 l의 방정식은

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \ (\text{단, } 0 < a \le 2,\ 0 < b \le 4)$$

이고, 여기서 a와 b는 다음의 관계식을 만족한다.

$$ab = \frac{16}{3} \quad \cdots\cdots \ ①$$

왜냐하면, 직선 l이 도형 D의 넓이 S_D를 이등분한다는 조건으로부터 직선 l 및 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{2}S_D$와 같아야 하기 때문이다. 즉, $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}S_D$이다.

(참고로, 점 A와 B가 같은 경우를 고려하면 원점 O를 지나고 도형 D의 넓이를 이등분하는 직선이 원점과의 거리가 0으로 가장 가까운 직선이 되지만, **[수학 1 - ii]**에서 구하고자 하는 점 $\mathrm{C_1}$이 원점 O와 같아지기 때문에 삼각형 $\mathrm{OC_1C_2}$를 정의할 수 없다. 따라서 점 A와 B는 서로 다른 두 점으로 이해되어야 한다.)

그러므로, 직선 l의 방정식은 $bx + ay = \frac{16}{3}$이고, 두 부등식 $0 < a \le 2,\ 0 < b \le 4$로부터 아래와 같이 a의 범위를 얻을 수 있다.

$$\frac{4}{3} \le a \le 2$$

원점 O와 직선 $l : bx + ay + \left(-\frac{16}{3}\right) = 0$사이의 거리는

$$\frac{\left|-\frac{16}{3}\right|}{\sqrt{b^2+a^2}} = \frac{16}{3}\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

이므로 원점과 직선 l 사이의 거리가 최소가 되기 위해서는 a^2+b^2의 값이 최대, 반대로 거리가 최대가 되기 위해서는 a^2+b^2의 값이 최소가 되어야 한다. 따라서, a와 b가 만족하는 관계식 ①을 이용하여 a^2+b^2을 a에 대한 함수 $f(a)$

$$f(a) = a^2 + \left(\frac{16}{3a}\right)^2$$

으로 나타내고, 닫힌구간 $\left[\frac{4}{3}, 2\right]$에서 함수 $f(a)$의 최대, 최소를 이해하여야 한다. 이에 함수 $f(a)$의 도함수를 활용하여 $f(a)$의 증가와 감소를 아래와 같이 표로 나타낸다.

$f'(a) = 2a - \frac{512}{9a^3} = 2a\left(1-\frac{16}{3a^2}\right)\left(1+\frac{16}{3a^2}\right)$ 이므로 $f'(a) = 0$에서 $a = \pm\frac{4}{\sqrt{3}}$

a	$\frac{4}{3}$	$\cdots$	2
$f'(a)$	$-$	$-$	$-$
$f(a)$	$\frac{160}{9}$	$\searrow$	$\frac{100}{9}$

따라서 함수 $f(a)$는 $a=\frac{4}{3}$일 때 최댓값을, $a=2$일 때 최솟값을 가진다. 즉, 원점과 직선 $l: bx+ay=\frac{16}{3}$ 사이의 거리는 $(a,\,b)=\left(\frac{4}{3},\,4\right)$일 때 최솟값을, $(a,\,b)=\left(2,\,\frac{8}{3}\right)$일 때 최댓값을 가진다. 그러므로 직선 l_1과 직선 l_2의 방정식은 다음과 같다.

$$l_1: 3x+y=4\,,\qquad l_2: 4x+3y=8$$

[수학 1 - ⅱ]

점 C_1은 직선 l_1 위의 점 중에서 원점과의 거리가 최소인 점이므로, 점 C_1는 원점을 지나고 직선 l_1에 수직인 직선과 직선 l_1과의 교점이다. 이 때 원점을 지나고 직선 $l_1: y=-3x+4$에 수직인 직선의 방정식은 $y=\frac{1}{3}x$이므로, 직선 l_1과의 교점을 구하면 점 C_1은 다음과 같다.

$$\mathrm{C}_1\left(\frac{6}{5},\,\frac{2}{5}\right)$$

위와 같은 방법으로 점 C_2는 원점을 지나고 직선 l_2에 수직인 직선과 직선 l_2와의 교점이다. 원점을 지나고 직선 $l_2: y=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$에 수직인 직선의 방정식은 $y=\frac{3}{4}x$이므로, 직선 l_2와의 교점은 구하면 점 C_2는 다음과 같다.

$$\mathrm{C}_2\left(\frac{32}{25},\,\frac{24}{25}\right)$$

점 C_1과 직선 $y=\frac{3}{4}x$ 사이의 거리를 h라고 하고 선분 OC_2의 길이를 d라고 하면, 삼각형 $\mathrm{OC}_1\mathrm{C}_2$의 넓이 $S_\triangle$는 다음과 같다.

$$S_\triangle=\frac{1}{2}dh$$

이때 점 $\mathrm{C}_1\left(\frac{6}{5},\,\frac{2}{5}\right)$와 직선 $3x-4y=0$ 사이의 거리 h는

$$h=\frac{\left|3\frac{6}{5}-4\frac{2}{5}\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{2}{5}$$

선분 OC_2의 길이 d는

$$d=\sqrt{\left(\frac{32}{25}\right)^2+\left(\frac{24}{25}\right)^2}=\frac{8}{5}$$

그러므로 삼각형 $\mathrm{OC}_1\mathrm{C}_2$의 넓이는 $\frac{8}{25}$이다.

[수학 1 - ⅲ]

포물선 $y = -x^2+4$를 x축 방향으로 m만큼 y축 방향으로 n만큼 평행이동한 포물선 F의 방정식은 다음과 같다.

$$y-n = -(x-m)^2+4$$

포물선 F가 직선 l_1에 접한다는 조건으로부터 m, n이 만족해야 하는 관계식을 얻기 위해서, 직선 l_1의 방정식 $y = -3x+4$를 포물선의 방정식에 대입하여 얻은 이차방정식

$$x^2-(2m+3)x+\left(m^2-n\right)=0 \quad \cdots\cdots \text{Ⓐ}$$

의 판별식을 D_1이라 하면,

$$D_1 = 12m+4n+9=0 \quad \cdots\cdots \text{①}$$

같은 방법으로 포물선 F가 직선 l_2에 접한다는 조건으로부터 m, n이 만족해야 하는 관계식을 얻기 위해서, 직선 l_2의 방정식 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$을 포물선의 방정식에 대입하여 얻은 이차방정식

$$x^2-\left(2m+\frac{4}{3}\right)x+\left(m^2-n-\frac{4}{3}\right)=0 \quad \cdots\cdots \text{Ⓑ}$$

의 판별식을 D_2라 하면,

$$D_2 = \frac{4}{9}(12m+9n+16)=0 \quad \cdots\cdots \text{②}$$

포물선 F가 직선 l_1과 l_2에 동시에 접하기 위한 m, n의 값은 1차방정식 ①, ②를 동시에 만족해야 하므로, 구하고자 하는 상수 m, n의 값은 다음과 같다.

$$m=-\frac{17}{60}, \qquad n=-\frac{7}{5}$$

[수학 1 - ⅳ]

포물선 F 및 직선 l_1과 l_2로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_F라고 하자. 포물선 F와 직선 l_1의 접점의 x좌표의 값을 x_1라고 하면, x_1는 [수학 1-ⅲ]의 2차방정식 Ⓐ의 중근이므로

$$x_1 = \frac{1}{2}(2m+3) = \frac{73}{60}$$

같은 방법으로 포물선 F와 직선 l_2의 접점의 x좌표의 값을 x_2라고 하면, x_2는 2차방정식 Ⓑ의 중근이므로

$$x_2 = \frac{1}{2}\left(2m+\frac{4}{3}\right) = \frac{23}{60}$$

이 때, 직선 l_1과 직선 l_2의 교점의 x좌표의 값이 $\frac{4}{5}$이므로, 구하고자 하는 도형의 넓이 S_F는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_F &= \int_{\frac{23}{60}}^{\frac{4}{5}}\left(x-\frac{23}{60}\right)^2 dx + \int_{\frac{4}{5}}^{\frac{73}{60}}\left(x-\frac{73}{60}\right)^2 dx \\ &= \left[\frac{1}{3}\left(x-\frac{23}{60}\right)^3\right]_{\frac{23}{60}}^{\frac{4}{5}} + \left[\frac{1}{3}\left(x-\frac{73}{60}\right)^3\right]_{\frac{4}{5}}^{\frac{73}{60}} \\ &= \frac{125}{5184} + \frac{125}{5184} = \frac{125}{2592} \end{aligned}$$

문항카드 21

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 수학 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	수학, 수학Ⅱ, 미적분, 기하
	핵심개념 및 용어	접선의 방정식, 수열의 극한, 도형의 넓이
예상 소요 시간	30분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[수학 2]

<제시문1>

(ⅰ) 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2+4x+3 & (x\le 0) \\ \dfrac{1}{x}+2 & (x>0) \end{cases} \quad \text{이고,}\ g(x)=x+3$$

(ⅱ) 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프를 좌표평면에 그렸을 때 나타나는 세 교점을 왼쪽부터 차례대로 Q_1, Q_2, Q_3이라고 하자.

(ⅲ) 함수 $h(x)$를 $h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x)<g(x)) \\ g(x) & (f(x)\ge g(x)) \end{cases}$로 정의하자. 이때, $0<t<1$인 실수 t에 대하여 직선 $y=t(x+3)$과 곡선 $y=h(x)$의 교점의 개수를 t에 대한 함수 $k(t)$라 하자.

<제시문2>

(ⅰ) 양의 정수 n에 대하여, 점 $(n,0)$에서 곡선 $y=h(x)$에 그은 접선 위의 접점 중 제2사분면에 있는 점을 $\mathrm{P_n}(\alpha_{\mathrm{n}}, \beta_{\mathrm{n}})$이라고 하고 이때의 접선을 l_n이라 하자.

(ⅱ) 직선 l_n이 y축과 만나는 점을 T_n이라고 하고, 직선 l_n이 접점 P_n을 제외한 곡선 $y=h(x)$와 다시 만나는 점을 R_n이라고 하자.

(ⅲ) 직선 l_n, y축, 곡선 $y=h(x)$로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_n이라고 하자.

[수학 2-ⅰ] <제시문1>에서 세 교점 Q_1, Q_2, Q_3의 좌표를 모두 구하고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2-ⅱ] <제시문1>에서 함수 $y=h(x)$의 그래프의 개형을 그리고, $0<t<1$인 실수 t의 범위에 따른 함수 $k(t)$의 값을 표로 나타내고, 그 이유를 논하시오.

[수학 2-ⅲ] <제시문2>에서 α_n, β_n을 각각 n에 대한 식으로 나타내고, $\lim_{n\to\infty}\alpha_n$과 $\lim_{n\to\infty}\beta_n$의 값을 구하고 그 이유를 논하시오.

[수학 2 -ⅳ] <제시문2>에서 점 T_n의 y좌표, 점 R_n의 x좌표, 넓이 S_n을 각각 α_n, β_n에 대한 식으로 나타낸 후 $\lim_{n\to\infty} S_n$을 구하고, 그 이유를 논하시오.

3. 출제 의도

본 문제에서는 직선, 포물선 및 유리함수의 그래프와 관련한 기하학, 즉, 포물선의 접선의 방정식, 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이 등을 잘 이해하고 있는지 평가한다. 포물선이 접선을 가질 때, 접선과 포물선의 방정식을 연립하여 얻어지는 이차방정식의 해를 구할 수 있는지 평가한다. 또한 이러한 내용을 수열의 극한과 연관시켜, 극한의 수렴, 발산 등의 개념을 올바르게 이해하고 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 및 관련 성취기준

적용 교육과정	교육부 고시 제 2015-74호 [별책8] “수학과 교육과정”
문항 및 제시문	관련 성취기준
제시문 1	**[기하] - (1)이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-01] 포물선의 뜻을 알고, 포물선의 방정식을 구할 수 있다. [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	[수학] - (4)함수 - ② 유리함수와 무리함수 [10수학04-04] 유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.
제시문 2	**[기하] - (1)이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	[미적분] - (3)적분법 - ② 정적분의 활용 [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
수학 2-ⅰ	**[수학] - (4)함수 - ② 유리함수와 무리함수** [10수학04-04] 유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.
	[기하] - (1)이차곡선 - ① 이차곡선 [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
수학 2-ⅱ	**[수학] - (4)함수 - ② 유리함수와 무리함수** [10수학04-04] 유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다.
	[기하] - (1)이차곡선 - ① 이차곡선 [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
수학 2-ⅲ	**[기하] - (1)이차곡선 - ① 이차곡선** [12기하01-04] 이차곡선과 직선의 위치 관계를 이해하고, 접선의 방정식을 구할 수 있다.
	[미적분] - (1)수열의 극한 - ① 수열의 극한 [12미적01-02] 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 이용하여 극한값을 구할 수 있다.
수학 2-ⅳ	**[수학Ⅱ] - (3)적분 - ③ 정적분의 활용** [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	수학	류희찬 외	천재교과서	2020	121-125
	미적분	류희찬 외	천재교과서	2020	18-20
	수학 II	이준열 외	천재교육	2020	132-138
	기하	김원경 외	비상교육	2020	35-42

5. 문항 해설

[수학 2-ⅰ] 직선과 포물선, 직선과 유리함수의 그래프와의 교점을 계산할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.
[수학 2-ⅱ] 포물선의 및 유리함수의 그래프의 개형과, 또한 직선과의 교점의 개수를 계산할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.
[수학 2-ⅲ] 포물선의 접점과 관련하여 얻어지는 수열의 일반항을 구할 수 있는 능력과, 이와 관련된 수열의 극한값을 계산할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.
[수학 2-ⅳ] 포물선 및 직선들로 둘러싸인 영역의 넓이를 계산할 수 있는 능력을 평가하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
수학 2-ⅰ	교점 Q_1, Q_2, Q_3의 좌표를 구한다.	6점
수학 2-ⅱ	함수 $y=h(x)$의 그래프의 개형을 그린다.	4점
	실수 t의 범위에 따른 함수 $k(t)$의 값을 표로 나타낸다.	4점
수학 2-ⅲ	α_n, β_n을 각각 n에 대한 식으로 나타낸다.	4점
	$\lim_{n\to\infty}\alpha_n$ 과 $\lim_{n\to\infty}\beta_n$ 의 값을 구한다.	4점
수학 2-ⅳ	점 T_n의 y좌표와 점 R_n의 x좌표를 각각 α_n, β_n에 대한 식으로 나타낸다.	4점
	넓이 S_n을 α_n, β_n에 대한 식으로 나타내고, $\lim_{n\to\infty}S_n$을 구한다.	4점

7. 예시 답안

[수학2-ⅰ]

(a) $x\le 0$: 두 식 $y=2x^2+4x+3$과 $y=x+3$을 연립하여 풀면, 두 교점 $Q_1\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$과 $Q_2(0, 3)$을 얻는다.

(b) $x>0$: 두 식 $y=\dfrac{1}{x}+2$와 $y=x+3$을 연립하여 풀면, 교점 $Q_3\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2},\ \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$를 얻는다.

답: $Q_1\left(-\dfrac{3}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$, $Q_2(0,\ 3)$, $Q_3\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2},\ \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$

[수학2-ⅱ]

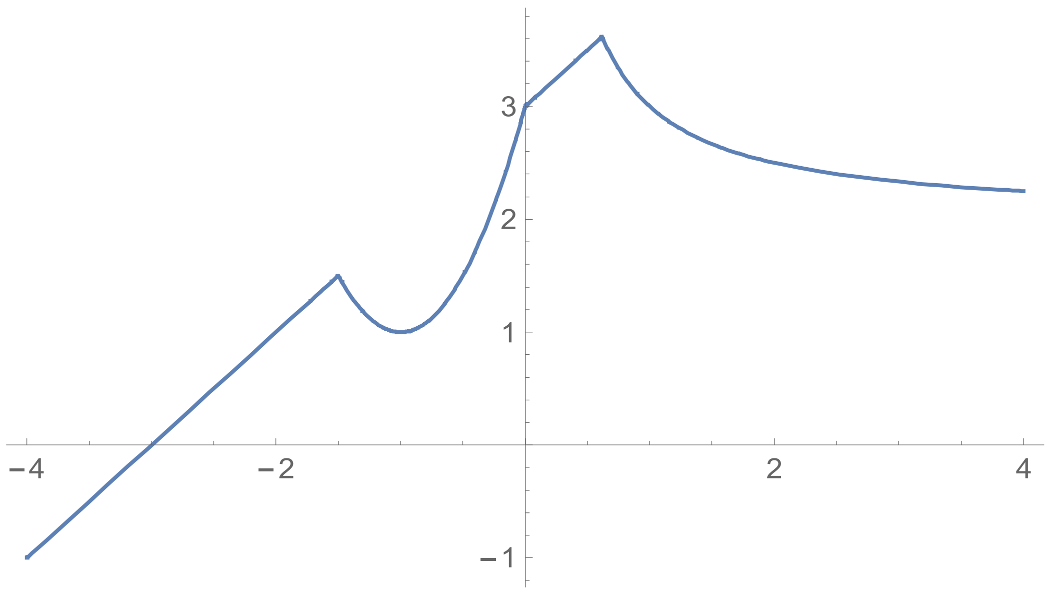
(a) $x\le 0$: $f(x)<g(x)$인 부분을 살펴보면, 부등식 $2x^2+4x+3<x+3$ 으로부터 $-\dfrac{3}{2}<x<0$을 얻는다. 또한 $f(0)=g(0)$이다. 따라서 $x\le 0$일 때, 함수 $h(x)$는 다음과 같다.

$$h(x)=\begin{cases} x+3 & \left(x\le -\dfrac{3}{2}\right) \\ 2x^2+4x+3 & \left(-\dfrac{3}{2}<x\le 0\right) \end{cases}$$

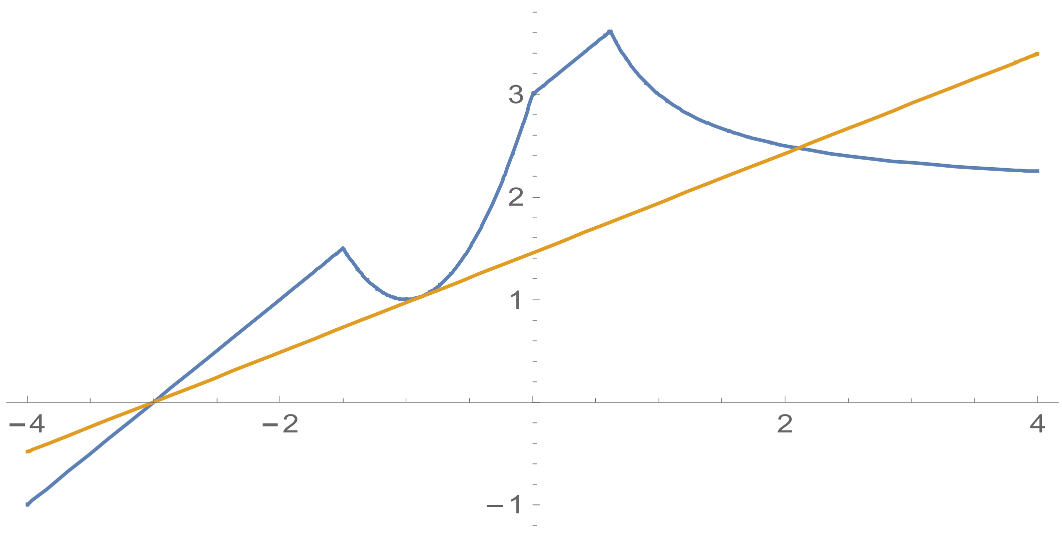
(b) $x>0$: $f(x)<g(x)$인 부분을 살펴보면, 부등식 $\dfrac{1}{x}+2<x+3$ 로부터 $x>\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$을 얻는다.

따라서 $x>0$일 때, 함수 $h(x)$는 다음과 같다. $h(x)=\begin{cases} x+3 & \left(0<x\le \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) \\ \dfrac{1}{x}+2 & \left(x>\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) \end{cases}$

이로부터 곡선 $y=h(x)$의 그래프의 개형은 아래와 같다.



이 곡선 위에 $(-3,0)$을 지나고 기울기가 t인 직선을 그으면, 아래 그림에 있는 것처럼 2사분면에서 곡선과 접할 때, 3개의 교점을 가짐을 알 수 있다.



위 그림에서 접선의 기울기가 t일 때, 이차방정식 $2x^2+4x+3=t(x+3)$이 중근을 가지므로, 판별식은 0이 되어, $t=-8+6\sqrt{2}$를 얻는다. 이로부터 아래와 같은 표를 얻는다.

t의 범위	$k(t)$
$0<t<-8+6\sqrt{2}$	2
$t=-8+6\sqrt{2}$	3
$-8+6\sqrt{2}<t<1$	4

[수학2-iii]

$\mathrm{P}_n(\alpha_n,\beta_n)$에서 편의상 $\alpha=\alpha_n$, $\beta=\beta_n$이라고 표기하자. 접점 P_n이 2사분면 위에 놓여있어야 하므로, P_n은 포물선 $y=2x^2+4x+3$ 위에 놓여있어야 한다. 또한 $\mathrm{P}_n(\alpha,\beta)$의 x-좌표인 α는 점 Q_1의 x-좌표인 $-\frac{3}{2}$와 점 Q_2의 x-좌표인 0 사이에 놓여있게 된다. 포물선 $y=2x^2+4x+3=2(x+1)^2+1$ 위의 점 $\mathrm{P}_n(\alpha,\beta)$에서의 접선의 방정식은 $(\alpha+1)(x+1)=\frac{1}{4}(y-1+\beta-1)$로 주어지고, 이 직선이 점 $(n,0)$을 지나므로, 식 $(\alpha+1)(n+1)=\frac{1}{4}(\beta-2)$를 얻는다. 이제 이 식에 $\beta=2\alpha^2+4\alpha+3$을 대입하고 정리하면, α는 2차방정식 $2x^2-4nx-(4n+3)=0$이 근이 됨을 알 수 있다. 근의 공식과 α의 범위를 고려하면, $\alpha_n=n-\frac{1}{2}\sqrt{4n^2+8n+6}$을 얻고, 식 $(\alpha+1)(n+1)=\frac{1}{4}(\beta-2)$로부터 $\beta_n=(4n^2+8n+6)-(2n+2)\sqrt{4n^2+8n+6}$을 얻게 된다.

이제 α와 β의 극한값에 대하여 논해보자. 편의상 $4n^2+8n+6$을 A로 치환하면, $\alpha=n-\frac{1}{2}\sqrt{A}$이고,

분모와 분자에 각각 $n+\frac{1}{2}\sqrt{A}$를 곱해서 정리하면, $\alpha=\dfrac{-2n-\frac{3}{2}}{n+\frac{1}{2}\sqrt{A}}$이 된다. 분모와 분자를 각각 n으로 나누어주면, $\alpha=\dfrac{-2-\frac{3}{2n}}{1+\frac{\sqrt{4n^2+8n+6}}{2n}}$이 되어 $\lim_{n\to\infty}\alpha_n=-1$ 이 됨을 알 수 있다. 비슷한 방법으로 $\beta=A-(2n+2)\sqrt{A}$이고, 분모와 분자에 각각 $A+(2n+2)\sqrt{A}$를 곱해서 정리하면, $\beta=\dfrac{2A}{A+(2n+2)\sqrt{A}}$이 된다. 분모와 분자를 각각 A로 나누어주면, $\beta=\dfrac{2}{1+\frac{(2n+2)}{\sqrt{A}}}$이 되어 $\lim_{n\to\infty}\beta_n=1$ 이 됨을 알 수 있다.

답: $\alpha_n=n-\frac{1}{2}\sqrt{4n^2+8n+6}$, $\beta_n=(4n^2+8n+6)-(2n+2)\sqrt{4n^2+8n+6}$,

$\lim_{n\to\infty}\alpha_n=-1$, $\lim_{n\to\infty}\beta_n=1$

[수학2-ⅳ]

(iii)번의 풀이에서 접선 l_n의 방정식은 $(\alpha+1)(x+1)=\frac{1}{4}(y-1+\beta-1)$로 주어지므로, 이 식에 $x=0$을 대입하면, $y=4\alpha-\beta+6$ 이 되므로, 점 T_n의 y-좌표는 $4\alpha-\beta+6$ 과 같다. 또한 접선 l_n은 곡선 $y=h(x)$와 2사분면에 있는 직선부분과 만나므로, 두 식 $(\alpha+1)(x+1)=\frac{1}{4}(y-1+\beta-1)$과 $y=x+3$을 연립해서 풀면, $x=\dfrac{\beta-4\alpha-3}{4\alpha+3}$이 되므로, 교점 R_n의 x-좌표는 $\dfrac{\beta-4\alpha-3}{4\alpha+3}$ 이 된다.

넓이 $S_n=\triangle \mathrm{Q}_2\mathrm{R}_n\mathrm{T}_n-\int_{-\frac{3}{2}}^{0}((x+3)-(2x^2+4x+3))dx=\triangle \mathrm{Q}_2\mathrm{R}_n\mathrm{T}_n-\frac{9}{8}$ 이고, 여기서 $\triangle \mathrm{Q}_2\mathrm{R}_n\mathrm{T}_n=\frac{1}{2}(3-t_n)(-r_n)$이 된다. 여기서 t_n은 점 T_n의 y-좌표이며, r_n은 점 R_n의 x-좌표이다. 앞에서 구한 t_n과 r_n의 식을 대입해서 정리하면, $S_n=-\frac{1}{2}\dfrac{(\beta-4\alpha+3)^2}{4\alpha+3}-\frac{9}{8}$이 되며, (iii)번에서 구한 α의 극한값과 β의 극한값을 적용하면, S_n의 극한값은 $\frac{7}{8}$과 같게 된다.

답: (점 T_n의 y-좌표)$=4\alpha_n-\beta_n+6$, (점 R_n의 x-좌표)$=\dfrac{\beta_n-4\alpha_n-3}{4\alpha_n+3}$,

$S_n=-\frac{1}{2}\dfrac{(\beta_n-4\alpha_n+3)^2}{4\alpha_n+3}-\frac{9}{8}$, $\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{7}{8}$

문항카드 22

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 물리학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	물리학 I
	핵심개념 및 용어	등가속도 운동, 뉴턴 제 2법칙, 내부 에너지
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

[물리학I]

다음 <제시문1> ~ <제시문3>을 읽고 [물리학 I -i] ~ [물리학 I - ii]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1> 직선을 따라 일정한 가속도 a로 시간 t 동안 운동한 후 물체의 속도는 $v = v_0 + at$이다. (단, v_0은 처음 속도)

<제시문2>일정한 압력 P를 유지하면서 부피가 ΔV만큼 팽창하였을 때 기체가 외부에 한 일은 $W = P\Delta V$이다.

<제시문3>어떤 계에 외부에서 Q만큼의 열을 가했을 때 계가 외부에 W만큼의 일을 했다면 계의 내부 에너지 변화량은 $\Delta U = Q - W$이다.

[물리학 I - i] (가) 그림 i-(a)는 행성 A에서 일정한 중력 가속도로 자유낙하 하는 질량 m인 물체의 속도를 시간의 함수로 그린 그림이다. 중력 가속도가 A의 2배인 대기 없는 행성 B에서 정지해 있던 질량 $\frac{m}{2}$인 물체가 자유낙하 할 때, 물체의 속도를 그림 i-(b)에 표시하고 그 근거를 논하시오. (답안지에 그림 i-(b)를 옮겨 그리고, 그 위에 물체의 속도를 시간의 함수로 그리시오.)

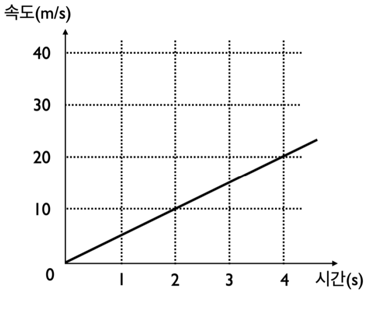


그림 i-(a): 행성 A에서의 자유낙하운동

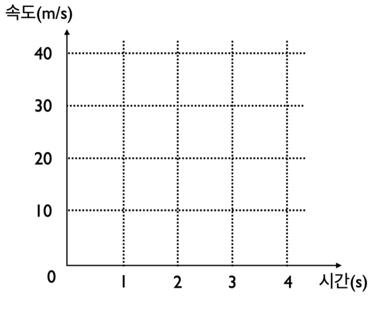


그림 i-(b): 행성 B에서의 자유낙하운동

(나) 행성 A에서 마찰이 없는 수평면에 질량 m인 물체를 놓고 힘 F로 수평 방향으로 밀면 물체의 속도가 그림 i-(c)로 표시된다. 중력 가속도가 A의 2배인 행성 B에서 마찰이 없는 수평면에 질량 $\frac{m}{2}$인 물체를 놓고 힘 $2F$로 수평 방향으로 미는 동안, 물체의 속도를 그림 i-(d)에 표시하고 그 근거를 논하시오. (답안지에 그림 i-(d)를 옮겨 그리고, 그 위에 물체의 속도를 시간의 함수로 그리시오.)

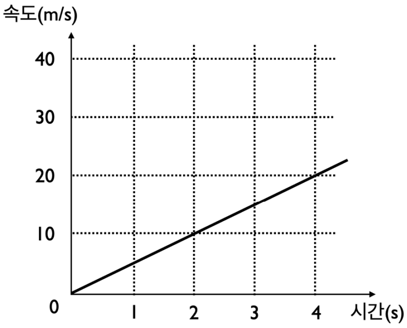


그림 i-(c): 행성 A에서 마찰이 없는 수평면에서의 운동

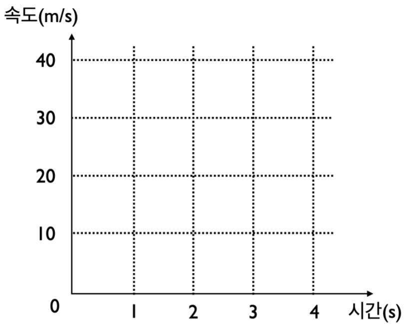


그림 i-(d): 행성 B에서 마찰이 없는 수평면에서의 운동

[물리학Ⅰ-ⅱ] 단면적이 S인 단열된 실린더가 수평면에 수직으로 가만히 놓여있다. 실린더 안에는 위아래로 움직일 수 있는 질량 m인 단열된 피스톤이 그림과 같이 일정량의 이상 기체 위에 놓여 정지해 있다. 피스톤의 위는 진공이며, 피스톤과 실린더 사이의 마찰과 기체 분자의 질량은 무시한다. 중력 가속도는 g이다.

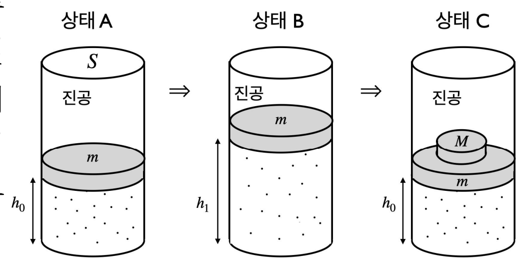


그림 ii-(a) 그림 ii-(b) 그림 ii-(c)

(가) 그림 ⅱ-(a)의 상태 A에서 기체의 압력을 구하고 그 근거를 제시하시오.

(나) 상태 A의 기체에 Q만큼의 열을 서서히 가했더니, 기체 부분의 높이가 h_0에서 h_1로 늘어나 그림 ⅱ-(b)의 상태 B로 변환되었다. 이 과정에서 기체의 내부 에너지 변화량을 구하고 그 근거를 제시하시오.

(다) 상태 B에서 피스톤 위에 질량 M인 물체를 올려 기체 부분의 높이가 h_0인 그림ⅱ-(c)의 상태 C로 서서히 변환시켰다. B에서 C로의 변환 과정에서 기체의 내부 에너지 변화량을 구하고 그 근거를 제시하시오.

3. 출제 의도

- 자유낙하 운동과 등가속도 운동을 이해하고 있는지 평가한다.
- 물체의 속도와 가속도의 관계를 이해하고 있는지 평가한다.
- 내부 에너지와 열역학 제1법칙을 이해하고 있는지 평가한다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 적용 교육과정: 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[물리학 I]**

	영역별 내용
제시문1	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-01] 여러 가지 물체의 운동 사례를 찾아 속력의 변화와 운동 방향의 변화에 따라 분류할 수 있다. [12물리 I 01-02] 뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다
제시문2	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-07] 열기관이 외부와 열과 일을 주고받아 열기관의 내부 에너지가 변화됨을 사례를 들어 설명할 수 있다.
제시문3	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-07] 열기관이 외부와 열과 일을 주고받아 열기관의 내부 에너지가 변화됨을 사례를 들어 설명할 수 있다.
[물리학-i]	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-02]뉴턴 운동 법칙을 이용하여 직선 상에서 물체의 운동을 정량적으로 예측할 수 있다.
[물리학-ii]	(1) 역학과 에너지 [12물리 I 01-07] 열기관이 외부와 열과 일을 주고받아 열기관의 내부 에너지가 변화됨을 사례를 들어 설명할 수 있다.

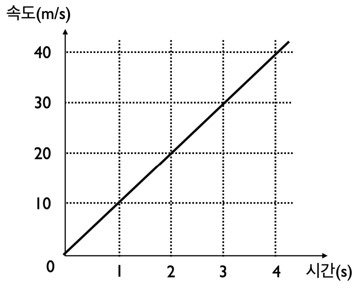
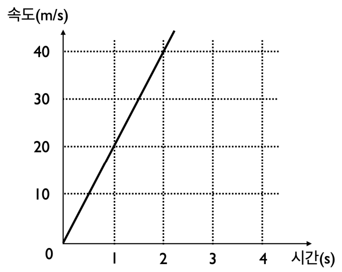
나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	물리학	송진웅 외	동아출판	2018	21-23
	물리학	김성진 외	미래엔	2018	20~27
	물리학	강남화 외	천재교육	2018	18~26
	물리학	송진웅 외	동아출판	2018	50~55
	물리학	김성진 외	미래엔	2018	56~63
	물리학	강남화 외	천재교육	2018	51~59

5. 문항 해설

고등학교 교과 과정 [물리학 I]의 “힘과 운동”단원에서 자유낙하 운동과 일정한 힘이 가해졌을 때의 등가속도 운동에 대한 문제와 “열과 에너지” 단원에서 열과 에너지의 관계를 묻는 문제를 출제했다. 일정한 중력가속도로 자유낙하 하는 물체의 가속도는 물체의 질량에 무관하다는 것을 이해하고 있는 지, 물체의 가속도는 힘에 비례하고 질량에 반비례한다는 것을 이해하고 있는 지를 문항 [물리학 I-i]에서 묻고자 했다. 문항 [물리학 I-ⅱ]는 열역학 제1법칙에 대한 것이다. 계의 내부 에너지의 변화량은 계에 가해준 열에서 계가 외부에 한 일을 뺀 것과 같다는 열역학 제 1법칙을 구체적인 상황에 대해 적용할 수 있는 지를 평가하고자 했다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준		배점
물리학 I - i (가)	 그림 i-(b): 행성 B에서의 자유낙하운동	행성 B에서 자유낙하 하는 물체의 가속도는 행성 A에서 자유낙하 하는 물체의 가속도의 두 배임을 서술하고, 이를 그래프로 표현.	10점
물리학 I - i (나)	 그림 i-(d): 행성 B에서 마찰이 없는 수평면위에서의 운동	행성 B에서 수평면위에서 움직이는 물체의 가속도는 행성 A에서 수평면위에서 움직이는 물체의 가속도의 네 배임을 서술하고, 이를 그래프로 표현	10점
물리학 I - ii (가)	기체의 압력 $P=\dfrac{mg}{S}$	피스톤이 기체에 미치는 힘 mg와 단면적을 이용해 압력을 제시.	4점
물리학 I - ii (나)	$\Delta U=Q-mg(h_1-h_0)$	기체가 외부에 한 일 $mg(h_1-h_0)$을 제시하고 이로부터 ΔU를 제시	8점
물리학 I - ii (다)	$\Delta U=(M+m)g(h_1-h_0)$	단열과정이므로 열이 0임을 서술하고, 기체가 외부에 한 일 $(M+m)g(h_0-h_1)$ 또는 외부에서 기체에 한 일 $(M+m)g(h_1-h_0)$을 계산해 ΔU를 제시	8점

7. 예시 답안

[물리학 I- i]

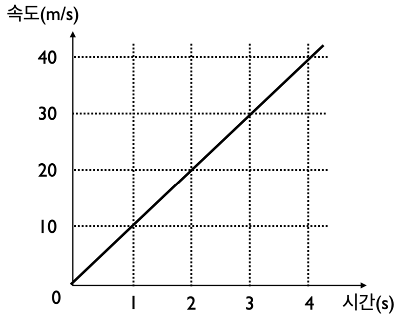


그림 i-(b): 행성 B에서의 자유낙하운동

(가) 대기가 없는 행성A에서 자유낙하 하는 물체의 운동은 뉴턴의 운동법칙에 의해 $F=mg_A=ma_A$이므로 $a_A=g_A$로 주어진다. (g_A는 행성 A에서의 중력가속도) 등가속도 운동이므로 행성 A에서 물체의 속도는 $v=v_0+g_At$이다(<제시문1>). 따라서, 그림(i-a)의 직선의 기울기가 바로 행성 A의 중력가속도에 해당한다($v_0=0$). 행성 B에서 중력가속도 $g_B=2g_A$로 자유낙하하는 물체의 속도를 시간의 함수로 그릴 때, 직선의 기울기는 행성 B의 중력가속도 $g_B=2g_A$로서, 그림(i-a)의 직선의 기울기의 두 배이다. 그래프로 표현하면 오른쪽 그림과 같다.

(별해) 그림(i-a)의 직선의 기울기를 이용해 행성 A의 중력가속도 $5\mathrm{m/s^2}$를 구할 수 있다. 행성 B의 중력가속도는 이 값의 두 배이므로 $10\mathrm{m/s^2}$이므로, 그림(i-b)에 기울기가 $10\mathrm{m/s^2}$인 직선을 그리면 위의 그림을 얻는다.

(나) 물체는 일정한 힘 F에 의해 직선을 따라 등가속도 운동을 한다. $F = ma$으로부터 $a = F/m$임을 알 수 있다. 그림(i-c)의 직선의 기울기가 바로 행성 A에서 움직이는 물체의 가속도 $a_A = F/m$이다. 행성 B에서 힘 $2F$로 질량 $m/2$인 물체를 미는 경우의 가속도는 $a_B = \dfrac{2F}{m/2} = \dfrac{4F}{m} = 4a_A$이므로, 행성 B에서 물체의 속도를 시간의 함수로 그리면, 직선의 기울기는 그림(i-c)의 직선의 기울기의 네 배이다. 그래프로 표현하면 오른쪽 그림과 같다.

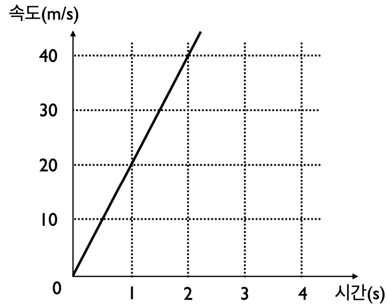


그림 i-(d): 행성 B에서 마찰이 없는 수평면위에서의 운동

(별해) 그림(i-c)의 직선의 기울기 $5\mathrm{m/s^2}$를 얻고, 따라서 행성 A에서의 운동에 대해 $a_A = \dfrac{F}{m} = 5\mathrm{m/s^2}$를 얻는다. 행성 B에서의 물체의 운동에 대해 가속도를 구하면 $a_B = \dfrac{F_B}{m_B} = \dfrac{2F}{m/2} = 4\dfrac{F}{m} = 4a_A = 20\mathrm{m/s^2}$이다. 그림(i-d)에 기울기가 $20\mathrm{m/s^2}$인 직선을 그리면 위의 그림을 얻는다.

[물리학 Ⅰ-ⅱ]

(가) 기체의 윗면에는 피스톤에 의한 중력 mg가 작용한다. 압력 $P = F/S$이므로 기체의 압력은 $\dfrac{mg}{S}$이다.

(나) <제시문 3>을 이용하면, 내부에너지 증가량은 $\varDelta U = Q - W$이며, W는 기체가 외부에 한 일이다. 일정한 압력 $P = \dfrac{mg}{S}$에서 기체의 부피가 Sh_0에서 Sh_1로 변했으므로, <제시문 2>에 의해 $W = P\varDelta V = \dfrac{mg}{S}S(h_1 - h_0)$이다. 따라서, 기체의 내부에너지의 변화량은 $\varDelta U = Q - mg(h_1 - h_0)$이다.

(별해) 기체가 외부에 한 일은 피스톤의 중력에 의한 퍼텐셜 에너지의 증가량과 같다. 질량 m인 피스톤의 높이가 $h_1 - h_0$만큼 변했으므로, 피스톤의 퍼텐셜 에너지의 변화량은 $mg(h_1 - h_0)$이며, 이는 기체가 외부에 한 일 W와 같다. <제시문 3>을 이용하면, $\varDelta U = Q - W = Q - mg(h_1 - h_0)$.

(다) 상태 B에서 상태 C로의 변환과정에서 외부로부터 기체에 가한 열 $Q = 0$이다. <제시문 3>을 이용하면 $\varDelta U = Q - W = -W$이며 $F = (M+m)g$이므로, $W = P\varDelta V = \dfrac{F}{S}S(h_0 - h_1) = (M+m)g(h_0 - h_1)$이다. 상태 B에서 상태 C로의 변환과정에서의 기체의 내부에너지의 변화량은

$\varDelta U = -W = (M+m)g(h_1 - h_0)$이다.

(별해) 기체가 외부에 한 일은 중력에 의한 퍼텐셜 에너지의 변화량과 같다. 질량 m인 피스톤과 그 위에 올려진 질량 M인 물체의 높이가 $h_0 - h_1$만큼 변했으므로, 퍼텐셜 에너지의 변화량은 $(M+m)g(h_0 - h_1)$이며, 이는 기체가 외부에 한 일 W와 같다. <제시문 3>을 이용하면, $\varDelta U = Q - W = -W = -(M+m)g(h_0 - h_1) = (M+m)g(h_1 - h_0)$이다.

문항카드 23

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 화학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I
	핵심개념 및 용어	화학 반응에서의 양적 관계, 산화-환원, 산화수, 중화 반응, 동위원소, 원자 반지름, 이온 반지름, 전자 배치
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 제시문

<제시문1>

화학 반응은 본래의 물질과 성질이 전혀 다른 새로운 물질이 생성되는 현상이다. 화학 반응이 일어날 때 반응물과 생성물의 관계를 화학식을 이용하여 나타낸 것을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식으로부터 화학 반응에 관여하는 물질의 종류뿐만 아니라 반응물과 생성물 사이의 양적 관계를 알 수 있다.

<제시문2>

원자 반지름은 일반적으로 같은 종류의 두 원자가 결합하고 있을 때 두 원자핵간 거리의 $\frac{1}{2}$로 정의한다. 원자가 전자를 얻거나 잃어서 안정한 이온이 되면 전자 배치가 비활성 기체와 같아진다.

<제시문3>

원자의 전자는 원자핵이나 다른 전자들과 상호 작용을 하면서 가장 안정된 상태를 유지하려고 한다. 전자가 존재하는 오비탈의 공간적 성질과 전자의 운동을 나타내는 일련의 수를 양자수라고 한다. 양자수에는 주 양자수(n), 방위 양자수(l), 자기 양자수(m_l), 스핀 자기 양자수(m_s)가 있다.

<제시문4>

산화 환원 반응은 전자를 주고받는 반응이므로 한 반응에서 전자를 잃는 물질이 있으면 반드시 전자를 얻는 물질이 있어야 한다. 따라서 산화와 환원은 항상 동시에 일어난다. 중화 반응에서 산과 염기의 양적 관계를 이용하면 농도를 모르는 산이나 염기의 농도를 알아낼 수 있다.

[화학 I - i] 아래의 반응은 탄화수소 중 하나인, 메테인(CH_4)의 연소 반응에 관한 화학 반응식이다.

$$aCH_4(g) + bO_2(g) \rightarrow cCO_2(g) + dH_2O(l) \quad (a\sim d\text{는 반응 계수})$$

공기는 질소, 산소, 이산화 탄소 등이 혼합된 기체이며, 이 중에서 이산화 탄소의 질량 퍼센트 농도(%)는 0.03%이다. 표준 상태(0℃, 1기압)에서 부피가 10,000L인 밀폐된 공간에서 메테인을 연소시켰더니, 공기 중 이산화 탄소의 질량 퍼센트 농도(%)가 0.052%로 증가되었다. 이때 연소반응에서 사용한 산소의 부피(L)가 얼마인지 논하시오. (단, 공기의 밀도는 1g/L로 가정하며, 반응 전후 밀도의 변화는 무시한다. H, C, O의 원자량은 각각 1, 12, 16이다.)

[화학Ⅰ-ⅱ] 다음은 몇 가지 원소와 동위원소를 나타낸 것이다.

$$^{22}_{11}\mathrm{Na},\quad ^{24}_{11}\mathrm{Na},\quad ^{24}_{12}\mathrm{Mg},\quad ^{27}_{13}\mathrm{Al},\quad ^{32}_{16}\mathrm{S},\quad ^{39}_{19}\mathrm{K}$$

(가) 위의 모든 원소와 동위원소의 원자반지름을 〉, =, 〈를 사용하여 비교하고, 그 이유를 논하시오.
(나) 위의 모든 원소와 동위원소가 가장 안정한 이온이 될 때, 이온의 크기를 〉, =, 〈를 사용하여 비교하고, 그 이유를 논하시오.

[화학Ⅰ-ⅲ] (가) 원자 번호가 15인 인(P) 원자가 바닥상태에 있을 때 바깥 전자 껍질의 전자 배치는 아래의 그림과 같다. 이때 바깥 전자 껍질에 채워진 5개의 전자 모두에 대해, 4개의 양자수를 (n, l, m_l, m_s)와 같은 방식으로 나타내시오.

↑↓		↑	↑	↑

(나) 위의 그림에서 하나의 전자가 이동한 들뜬상태의 전자 배치를 위 그림과 같은 방식으로 나타내고, 그 전자 배치가 들뜬상태인 이유를 논하시오. (단, 위에서 주어진 4개의 오비탈 내에서의 전자 이동만을 고려한다.)

[화학Ⅰ-ⅳ] 아래의 반응은 이산화 황(SO_2), 물(H_2O), 염소(Cl_2)가 반응하여 황산(H_2SO_4)과 염산(HCl)을 생성하는 산화 환원 반응이다.

$$a\mathrm{SO_2}(g) + b\mathrm{H_2O}(l) + c\mathrm{Cl_2}(g) \rightarrow d\mathrm{H_2SO_4}(aq) + e\mathrm{HCl}(aq) \quad (a\sim e\text{는 반응 계수})$$

위의 산화 환원 반응이 끝난 수용액을 완전히 중화시키는데 필요한 0.1M NaOH 표준 용액의 부피는 400mL 이다. 이때 위 반응에서 산화수 변화를 이용하여 환원제가 무엇인지 밝히고, 반응한 환원제의 질량(g)을 논하시오. (단, S, Cl의 원자량은 각각 32, 35.5이다.)

3. 출제 의도

화학I 교과에서 다루고 있는 화학 반응에서의 양적 관계, 원자의 구조 및 전자 배치, 산화-환원 반응, 중화 반응 등에 걸쳐 고르게 문제를 출제하였다. 화학 물질을 구성하는 기본단위인 원자와 이온의 특징과 전자 배치를 이해하고 그 이해를 바탕으로 원자 및 이온의 크기를 예측하고, 양자수와 오비탈의 이해를 바탕으로 전자가 오비탈에 배치되는 원리에 대한 이해를 평가하고자 하였다. 더 나아가 산 염기 반응을 이용하여 산화 환원 반응을 통해 형성된 산의 양적 관계를 이해하는 문제와 같이 단원 간에 연결되는 개념을 이용하여, 화학적 문제를 해결할 수 있는 이해력을 평가하는 문제를 출제하였다. 이들 문제를 통해 고등학교 화학I 교과서에 대한 이해 충실도를 평가하려는 의도가 있다.

4. 문항 및 제시문의 출제 근거

가) 교육과정 근거

※ 적용 교육과정: 교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[화학 I]**

	영역별 내용
제시문1	(1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
제시문2	(2) 원자의 세계 [12화학 I 02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
제시문3	(2) 원자의 세계 [12화학 I 02-02] 양자수와 오비탈을 이용하여 원자의 현대적 모형을 설명할 수 있다. [12화학 I 02-03] 전자 배치 규칙에 따라 원자의 전자를 오비탈에 배치할 수 있다.
제시문4	(4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-03] 산·염기 중화 반응을 이해하고, 산·염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학 I 04-04] 중화 적정 실험을 계획하고 수행할 수 있다. [12화학 I 04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.
화학 I- i	(1) 화학의 첫걸음 [12화학 I 01-03] 아보가드로수와 몰의 의미를 이해하고, 고체, 액체, 기체 물질 1 몰의 양을 어림하고 체험할 수 있다. [12화학 I 01-04] 여러 가지 반응을 화학 반응식으로 나타내고 이를 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다.
화학 I- ii	(2) 원자의 세계 [12화학 I 02-01] 양성자, 중성자, 전자로 구성된 원자를 원소 기호와 원자 번호로 나타내고, 동위 원소의 존재 비를 이용하여 평균 원자량을 구할 수 있다. [12화학 I 02-05] 주기율표에서 유효 핵전하, 원자 반지름, 이온화 에너지의 주기성을 설명할 수 있다.
화학 I- iii	(2) 원자의 세계 [12화학 I 02-02] 양자수와 오비탈을 이용하여 원자의 현대적 모형을 설명할 수 있다. [12화학 I 02-03] 전자 배치 규칙에 따라 원자의 전자를 오비탈에 배치할 수 있다.
화학 I- iv	(4) 역동적인 화학 반응 [12화학 I 04-03] 산·염기 중화 반응을 이해하고, 산·염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있다. [12화학 I 04-04] 중화 적정 실험을 계획하고 수행할 수 있다. [12화학 I 04-05] 산화·환원을 전자의 이동과 산화수의 변화로 설명하고, 산화수를 이용하여 산화·환원 반응식을 완성할 수 있다.

나) 자료 출처

<제시문 1>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	30-36
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	34-39
	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2020	34-38
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2020	39-43

<제시문 2>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	102-104
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	88-91
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	87-89
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2020	91-93

<제시문 3>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	67-69
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2020	66-68
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	70-76
	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	80-82

<제시문 4>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2020	189-192
	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	178-181
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	175-179
	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2020	159-163

<문제 I-i>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	23-28, 33-37
	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	35-38, 41-42,56
	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2020	27-31, 34-36
	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2020	29-33, 39-43

<문제 Ⅰ-ⅱ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2020	60-62,91-93
	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2020	57-59, 80-83
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	57-59, 84-89
	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	71-73, 101-104

<문제 Ⅰ-ⅲ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	노태희 외 6인	천재교육	2020	70-76
	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	80-86
	화학I	이상권 외 7인	지학사	2020	62-65, 67-69
	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2020	62-64, 66-67

<문제 Ⅰ-ⅳ>

참고자료	도서명	저자	발행처	발행연도	쪽수
고등학교 교과서	화학I	황성용 외 3인	동아출판	2020	180-183, 193-195
	화학I	박종석 외 7인	비상교육	2020	159-163, 166-171
	화학I	박종석 외 7인	지학사	2020	170-174, 175-179
	화학I	강대훈 외 3인	와이비엠	2020	186-187, 193-199

5. 문항 해설

<문제 Ⅰ-ⅰ>

몰, 원자량과 분자량, 화학식량, 몰과 기체 부피 사이의 관계, 농도 등에 대한 이해를 바탕으로 간단한 연소 반응에서 화학 반응의 양적 관계를 알아내 종합적으로 파악하고 논리적으로 서술할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다.

<문제 Ⅰ-ⅱ>

원자의 구성 및 동위 원소의 특징, 안정한 이온 형성을 위한 전자 배치에 대한 이해를 기반으로 유효핵전하를 판단하여 원자 및 이온의 크기를 예측하고 논리적으로 서술할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다.

<문제 Ⅰ-ⅲ>

현대 원자 모형을 기반으로 양자수와 오비탈의 정의를 정확하게 이해하고 바닥상태와 들뜬상태에서 전자가 오비탈에 배치되는 원리를 종합적으로 서술할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다.

<문제 Ⅰ-ⅳ>

산화수 개념과 산화 환원 반응에 대한 기본적인 이해를 바탕으로 주어진 산화 환원 반응에서 환원제를

찾고 중화 적정을 이용하여 화학 반응의 양적 관계를 알아내 종합적으로 파악하고 논리적으로 서술할 수 있는지 평가하고자 하는 문제이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
화학 I- i	반응 전후의 질량 퍼센트 농도의 변화를 통해 연소반응의 양적 관계를 이해하고, 기체의 부피와 몰수와의 관계를 이해하고 있는지 평가함.	10점
화학 I- ii	원자의 구성 및 동위 원소의 특징을 이해하고 원자와 안정한 이온의 전자 배치를 바탕으로 원자 및 이온의 크기를 예측할 수 있는지 평가함.	10점
화학 I- iii	현대 원자 모형을 기반으로 양자수와 오비탈의 정의를 정확하게 이해하고 바닥상태와 들뜬상태에서 전자가 오비탈에 배치되는 원리에 대한 이해를 평가함.	10점
화학 I- iv	산화수 개념과 산화 환원 반응에 대한 기본적인 이해를 바탕으로 주어진 산화 환원 반응에서 환원제를 찾고 중화 적정을 이용하여 화학 반응의 양적 관계를 설명할 수 있는지 평가함.	10점

7. 예시 답안

<문제 I- i >

연소 반응 전의 공기 중 이산화 탄소의 질량 퍼센트 농도는 0.03% 이므로, 공기의 밀도 (1g/L)를 이용하여 밀폐된 공간(10,000L) 안의 이산화 탄소의 질량을 계산하면, 1g/L x 10,000L x 0.0003 = 3g 이다.

연소 반응 후, 공기 중 이산화 탄소의 질량 퍼센트 농도가 0.052%로 증가 했을 때의 이산화 탄소의 질량은, 1g/L x 10,000L x 0.00052 = 5.2g 이므로 반응으로 증가한 이산화 탄소의 질량은 5.2-3=2.2g 이다.

이산화 탄소의 분자량은 44g/mol이므로 몰수는 (2.2g)/(44g/mol) = 0.05몰 이다.

메테인의 연소 반응의 계수는 a=1 b=2 c=1 d=2 이므로, 0.05몰의 이산화 탄소를 생성하기 위해서는 0.1몰의 산소가 소모된다.

0℃, 1 기압에서 기체의 부피(L)는 22.4L 이므로, 소모된 산소의 부피는 2.24L이다.

<문제 I- ii >

(가) ^{39}K > ^{22}Na = ^{24}Na >^{24}Mg > ^{27}Al > ^{32}S

- ^{39}K > ^{22}Na : 전자껍질 수가 감소(4주기→3주기)하므로 ^{39}K 가 ^{22}Na 보다 크다.
- ^{22}Na = ^{24}Na : 원자의 크기는 유효 핵전하와 전자 껍질의 숫자에 의해 결정되기 때문에, 동위원소 내에서의 크기 차이는 없다.
- ^{22}Na = ^{24}Na >^{24}Mg > ^{27}Al > ^{32}S : 같은 주기에서 원자번호가 증가할수록 유효 핵전하가 증가하여

크기가 작아진다.

(나) $^{32}S^{2-}$ > $^{39}K^{+}$ > $^{22}Na^{+}$ = $^{24}Na^{+}$ >$^{24}Mg^{2+}$ > $^{27}Al^{3+}$

- $^{32}S^{2-}$ > $^{39}K^{+}$: 아르곤의 전자 배치를 갖는 등전자 이온이다. 즉 원자 번호가 클수록 유효 핵 전하가 증가하여 크기가 작아진다.
- $^{39}K^{+}$ > $^{22}Na^{+}$ = $^{24}Na^{+}$: 같은 족 이온이다. 전자 껍질 수가 감소하면 크기가 작아진다.
- $^{22}Na^{+}$ = $^{24}Na^{+}$: 이온의 크기는 유효 핵전하와 전자 껍질의 숫자에 의해 결정되기 때문에, 동위원소 내에서의 크기 차이는 없다.
- $^{22}Na^{+}$ = $^{24}Na^{+}$ >$^{24}Mg^{2+}$ > $^{27}Al^{3+}$: 네온의 전자 배치를 갖는 등전자 이온이며, 원자 번호가 클수록 유효 핵전하가 증가하여 크기가 작아진다.

<문제 I-ⅲ>

인(P) 원자의 바닥상태의 전자 배치는 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$이므로, 바깥 전자 껍질의 전자 배치는 $3s^2 3p^3$이다. 즉 n=3 일 때의 경우이며, l=0, 1이 가능하고, 각각의 l에 대해 m_l = 0 혹은 m_l = -1, 0, 1 이 가능하다. n, l, m_l 로 정해진 오비탈 안에 전자는 m_s = +1/2 혹은 -1/2로 배치될 수 있다.

(가) 3s 에 있는 전자들의 양자수 조합은 (3, 0, 0, +1/2), (3, 0, 0, -1/2) 이고, 3p 에 있는 전자들의 양자수 조합은 (3, 1, -1, +1/2), (3, 1, 0, +1/2), (3, 1, 1, +1/2) 이다.

(나) 들뜬상태는 쌓음 원리 혹은 훈트 규칙에 어긋난 전자 배치 상태이다. 주어진 조건에서 아래의 2가지 경우가 존재한다.

↑	↑↓	↑	↑	쌓음 원리에 어긋난다.
↑↓	↑↓	↑		훈트 규칙에 어긋난다.

<문제 I-ⅳ>

산화 환원 반응이 끝난 수용액을 완전히 중화시키는데 필요한 0.1M NaOH 표준 용액의 부피가 400mL 이므로, 소모된 OH^- 이온의 몰수는 $0.1M \times 400mL \times \frac{1L}{1000mL} = 0.04$ 몰이다.

즉, 0.04몰의 H^+ 가 산화 환원 반응에서 생성되었다.

산화 환원 반응에서, SO_2의 S의 산화수는 +4이고, H_2SO_4의 S의 산화수는 +6으로, SO_2가 전자 2개를 잃어 산화되면서 Cl_2를 환원시키는 환원제이다.

산화 환원 반응의 화학 반응식의 계수는 a=1, b=2, c=1, d=1, e=2 이므로, 1몰의 이산화 황이 4몰의 H^+를 생성시킨다. 즉 0.04몰의 H^+ 가 생성되기 위해서 0.01몰의 SO_2가 필요하며, SO_2의 분자량이 64g/mol이므로 0.64g이 필요하다.

문항카드 24

1. 일반 정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사	
전형명	논술우수전형	
계열(과목) / 문항번호	자연계 3교시 / 생명과학 I	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명과학 I
	핵심개념 및 용어	단일 인자 유전, 성염색체 유전, 우성 열성, 대립형질, 유전자 이상
예상 소요 시간	40분 / 전체 100분	

2. 문항 및 자료

[생명과학 I]

다음 <제시문1> ~ <제시문4>를 읽고 [생명과학 I -i] ~ [생명과학 I - v]를 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

<제시문1>
사람을 포함한 유성 생식을 하는 생물들은 정자와 난자 같은 생식세포가 수정하여 자손을 만든다. 모세포가 분열하여 생성된 생식세포의 염색체 수는 모세포의 절반이므로 생식세포의 분열을 감수 분열이라고 한다.

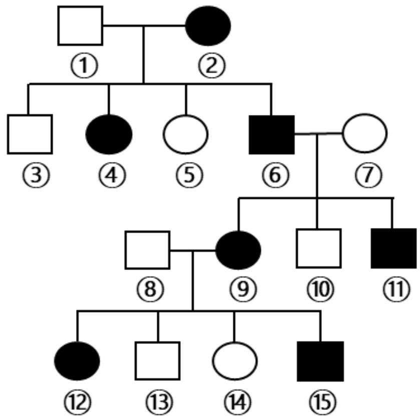
<제시문2>
대립 유전자는 상동 염색체의 같은 위치에 존재하는 동일한 형질을 결정하는 유전자이다. 한 대립 유전자 쌍에서 두 대립 유전자가 서로 다를 때 표현형으로 나타나는 형질을 우성, 나타나지 않는 형질을 열성이라고 한다.

<제시문3>
사람의 유전 중에서 한 쌍의 대립 유전자에 의해 결정되는 유전을 단일 인자 유전이라고 한다.

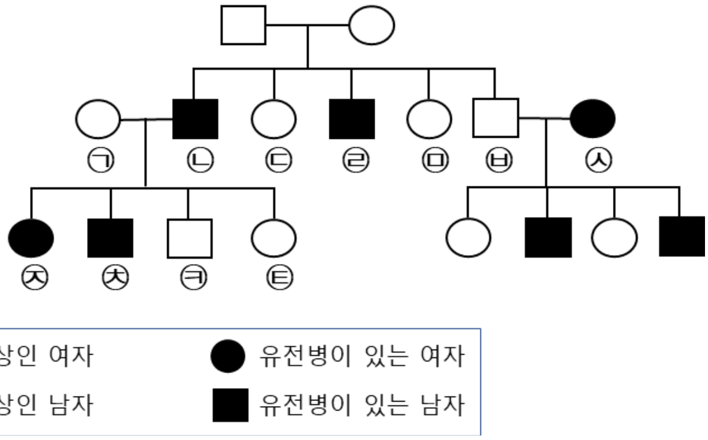
<제시문4>
유전자에는 단백질을 만드는 데 필요한 유전 정보가 DNA의 염기서열로 저장되어 있다. 낫 모양 적혈구 빈혈증은 헤모글로빈을 암호화하는 유전자의 염기 하나가 바뀜으로써 잘못된 유전 정보에 의해 아미노산 하나가 달라져서 헤모글로빈의 구조가 변형되고, 그 결과 적혈구가 낫 모양으로 변하는 유전병이다.

다음은 유전병 (가)와 (나)가 관찰되는 서로 다른 가족들에 대한 가계도이다. 유전병 (가)와 (나) 모두 단일 인자 유전에 의해 나타난다. 유전병 (가)의 가족에게서 유전병 (나)는 전혀 관찰되지 않았으며, 반대로 유전병 (나)의 가족에게서 유전병 (가)는 전혀 관찰되지 않았다. 유전병 (가)에 관련된 대립 유전자를 A와 a, 유전병 (나)에 관련된 대립 유전자를 B와 b로 표시하며 이들의 우열관계는 분명하다. 유전병 (가)의 가계도에 있는 ②의 유전자형은 이형접합성이고, 유전병 (나)의 가계도에 있는 ㉥과 ㉦은 각각 대립유전자 B와 b중 한 종류만 갖는다.

유전병 (가)에 대한 가계도



유전병 (나)에 대한 가계도



[생명과학Ⅰ-ⅰ] 유전병 (가)와 유전병 (나)의 가계도에서 관찰되는 각각의 유전 형태의 특징을 제시하고, 그 근거에 대하여 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅱ] 유전병 (가)의 가계도에 있는 ⑫, ⑭, ⑮ 사람들의 체세포에서 대립 유전자 A와 a에 의해 만들어지는 단백질의 전체 양을 비교한 상대값과, 유전병 (나)의 가계도에 있는 ㉧, ㉨, ㉩, ㉪ 사람들의 체세포에서 대립 유전자 B와 b에 의해 만들어지는 단백질의 전체 양을 비교한 상대값의 결과는 다음과 같다.
(단, 가계도 (가)의 대립 유전자 A와 a에 의해 만들어지는 단백질의 크기는 ⑫, ⑭, ⑮ 사람들 모두에게서 동일하다.)

	유전병 (가)의 대립 유전자 A와 a			유전병 (나)의 대립 유전자 B와 b			
	⑫	⑭	⑮	㉧	㉨	㉩	㉪
체세포 1개당 대립 유전자들에 의해 만들어지는 단백질 전체 양에 대한 상대값	2	2	2	0	0	1	1

<제시문4>를 참고하여 유전병 (가)와 유전병 (나)의 발현 양상을 대립 유전자에 의해 만들어지는 단백질의 관점에서 논하시오.

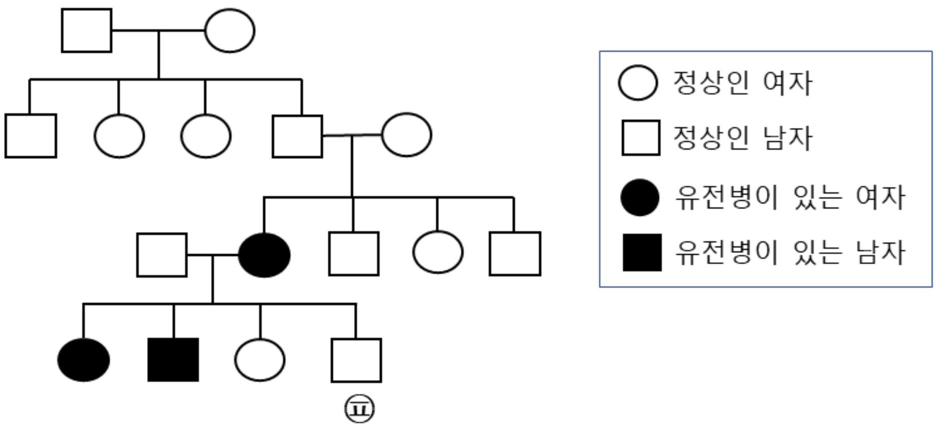
[생명과학Ⅰ-ⅲ] 유전병 (가)의 가계도에 있는 ⑮와 유전병 (나)의 가계도에 있는 ㉤이 결혼하였을 때, 그 자손에게서 유전병 (가)와 유전병 (나)가 나타날 확률을 각각 구하고 그 근거를 논하시오. (단, 돌연변이는 고려하지 않는다.)

[생명과학Ⅰ-ⅳ] 유전병 (나)의 가계도에 있는 ㉪은 유전병 (가)와 (나)가 전혀 없는 정상인 남자와 결혼하여 자손을 낳았다.
(1) 자손 중 염색체 개수가 50개이며 그 중 X 염색체가 5개 Y 염색체가 1개 있는 자손이 태어난 후

곧 사망하였다. 이러한 자손이 태어나게 되는 과정에 대하여 가능한 모든 경우를 논하시오.
(2) 자손 중 터너 증후군이면서 동시에 유전병 (나)가 나타나는 자손이 태어났다. 어떤 과정을 통해 이러한 자손이 태어나게 되었는지 가능한 모든 경우를 논하시오.

[생명과학Ⅰ-ⅴ] 다음은 단일 유전 인자에 의해 나타나는 유전병 (다)에 대한 가족의 가계도이다. 유전병 (다)에 관련된 대립 유전자를 T와 t로 표시하며, 이들의 우열 관계는 분명하다.

유전병 (다)에 대한 가계도



(1) 유전병 (다)와 관련된 유전 형태의 특징을 제시하고, 그 근거에 대하여 논하시오.
(2) 문항 [생명과학 Ⅰ-ⅰ]에 있는 유전병 (가)의 증상이 나타나는 ⑫는 유전병 (다)에 대한 유전자형이 이형접합성이다. 그리고 유전병 (다)의 가계도에서는 유전병 (가)의 증상을 가진 환자가 전혀 관찰되지 않았다. 유전병 (다)의 가계도에 있는 ⓘ과 유전병 (가)의 가계도에 있는 ⑫가 결혼하였을 때, 자손에게서 유전병 (가)와 유전병 (다)가 동시에 나타나는 확률을 구하고 그 근거를 논하시오. (단, 유전병 (가)와 유전병 (다)에 관련된 대립유전자들은 서로 다른 염색체 상에 존재하며, 돌연변이는 고려하지 않는다.)

3. 출제 의도

본 문항은 우성 및 열성 유전 형질의 유전 양식인 단일인자 유전과 상염색체 및 성염색체에 의한 유전, 그리고 염색체 수 이상 등 유전의 기본 개념들에 대한 이해도를 측정하고자 하는 문항이다. 본 문항은 다섯 개의 소문항으로 이루어져 있다. 첫 문항부터 세 번째 문항은 상염색체 우성 유전과 성염색체 열성 유전의 기본 개념과 우성 및 열성 유전 형질이 표현형에 어떻게 영향을 미치는지를 물음으로써 사람의 유전 양식과 대립 유전자의 개념을 정확히 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 네 번째 문항의 경우 사람의 유전에서 나타나는 염색체 수 이상이 어떻게 나타나는지를 논리적으로 추론할 수 있는지를 평가하고자 하였다. 다섯 번째 문항은 상염색체 열성 대립 유전의 개념과 멘델의 독립의 법칙을 정확히 이해하고 있는지를 평가하고자 하였다. 이를 통해 고등학교 교육 과정에 있는 유전의 개념을 제대로 숙지하고 있는지 그리고 이들 개념을 활용하여 문제를 해결하기 위한 논리적 추론 능력을 종합적으로 평가하고자 하였다.

4. 출제 근거

가) 교육과정 근거

※교육부 고시 제2015-74호(별책9) 과학과 교육과정 **[생명과학Ⅰ]**

	영역별 내용
생명과학 Ⅰ-i	(4) 유전 [12생과Ⅰ04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다.
생명과학 Ⅰ-ii	(4) 유전 [12생과Ⅰ04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다.
생명과학 Ⅰ-iii	(4) 유전 [12생과Ⅰ04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다.
생명과학 Ⅰ-iv	(4) 유전 [12생과Ⅰ04-04] 염색체 이상과 유전자 이상에 의해 일어나는 유전병의 종류와 특징을 알고, 사례를 조사하여 발표할 수 있다.
생명과학 Ⅰ-v	(4) 유전 [12생과Ⅰ04-03] 사람의 유전 현상을 가계도를 통해 이해하고, 상염색체 유전과 성염색체 유전을 구분하여 설명할 수 있다. [12생과Ⅰ04-02] 생식 세포 형성 과정에서 일어나는 염색체의 조합을 이해하고, 이 과정을 통해 유전적 다양성을 획득할 수 있음을 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 Ⅰ	이준규 외 5명	천재교육	2018	126-129, 135-139, 141-146
	생명과학 Ⅰ	전상학 외 7명	지학사	2018	120-125, 126-129, 134-139
	생명과학 Ⅰ	이용철 외 3명	와이비엠	2019	125-130, 132-138, 141-146
	생명과학 Ⅰ	김윤택 외 4명	동아출판	2018	117-120, 124-128, 135-140, 144-148
	생명과학 Ⅰ	오현선 외 5명	미래엔	2018	126-131, 132-133, 140-144, 146-152
	생명과학 Ⅰ	심규철 외 5명	비상	2018	115-126, 130-137, 142-148

5. 문항 해설

[생명과학Ⅰ- i]

가계도를 분석을 통해 사람의 유전 양식을 이해하고 있는지 평가하는 문제이다.
유전병 (가)의 가계도에 있는 ②의 경우 이형접합성이 유전병을 나타내므로 유전병을 유발하는 대립유전자는 우성인 형태로 전달됨을 알 수 있다. 그리고 우성 대립유전자가 상염색체와 성염색체 중 어디에 있는지는 ⑥, ⑦, ⑪ 유전형 분석을 통해 확인할 수 있다. 만약 성염색체에 우성인 형태로 전달된다면 ⑪번의 경우 유전병이 나타날 수 없다. 따라서 유전병 (가)의 유전형태는 상염색체 우성 유전 형태이다. 유전병 (나)의 경우 부모세대에게 나타나지 않는 유전병이 자손 세대에서 나타나므로 유전병을 유발하는 대립유전자는 열성인 형태로 전달됨을 알 수 있다. 또한 유전병 (나)의 가계도에 있는 ⓑ과 ⓢ의 경

우 각각 대립유전자 한 종류만 가지면서 자손 중 남자에게서만 유전병을 유발하므로 성염색체 관련 유전임을 알 수 있다. 만약 상염색체 유전이고 ㉥과 ㉦의 경우 각각 대립유전자 한 종류만 가지고 있다면 (BB x bb 라면), 자손 세대에 유전병이 나타날 수 없다. 따라서 성염색체 유전이다. 따라서 유전병 (나)의 유전형태는 성염색체 열성 유전 형태이다(혹은 반성유전이며 열정 유전 형태이다).

[생명과학 I - ii]

본 문제는 유전병을 유발하는 대립 유전자의 돌연변이와 단백질과의 연관성을 이해하고 있는지를 평가하고자 하는 문제이다.

가계도 (가)는 상염색체 우성 유전 형태이기 때문에 유전병을 일으키는 우성 대립유전자를 A라고 하였을 때 정상인 대립유전자는 a로 표시할 수 있다. 따라서 가계도 (가)를 분석하였을 때 ⑫, ⑭, ⑮에 대한 유전형은 Aa, aa, Aa로 표시할 수 있다. 이때 대립유전자에 의해 만들어지는 단백질의 양은 모두 동일하기 때문에 우성 대립유전자 및 정상 대립 유전자에서 단백질이 모두 만들어 진다고 추론할 수 있다. 따라서 정상유전자에 돌연변이가 일어나서 나타난 우성 대립유전자에서 만들어지는 단백질은 구조적 혹은 기능적으로 정상 단백질에 비해 우위에 있어(정상단백질에 비해 단백질 기능이 비정상적으로 활성화되어) 우성 유전 질환이 나타났다고 생각할 수 있다.

가계도 (나)는 성염색체 열성 유전 형태이기 때문에 유전병을 일으키는 열성 대립유전자를 X^b라고 하였을 때 정상 대립유전자는 X^B로 표시할 수 있다. 가계도 (나)의 ㉧, ㉨, ㉩, ㉪에 대한 유전형은 X^bX^b, X^bY,X^BY, X^BX^b로 표시할 수 있다. 이때 ㉧의 경우 단백질의 양은 0, 즉 열성 동형접합자를 구성하는 열성 대립유전자인 X^b에서는 단백질이 만들어지지 않는다고 추론할 수 있다. 따라서 유전병이 나타난 남자인 ㉨의 경우 열성대립유전자가 하나이고 단백질이 만들어지지 않아서 상대적 단백질 양이 0이라고 설명이 가능하다. ㉩ 남자의 경우는 정상 대립유전자가 X 염색체에 하나 존재하고, 이 정상 대립유전자에서 단백질이 만들어지므로 단백질의 상대적 양은 1이 된다. ㉪의 경우 단백질이 만들어지는 정상 대립유전자 한 개와 단백질이 만들어지지 않는 열성 대립유전자 한 개를 가지고 있기 때문에 단백질의 상대적 양은 1이 된다. 따라서 정상 대립유전자에 돌연변이가 일어나서 만들어지는 열성대립유전자 X^b에서는 단백질이 생성되지 않음으로서 열성유전질환이 나타났다고 추론할 수 있다.

[생명과학 I - iii]

사람의 유전현상에서 부모의 대립 유전자가 자손에게 전달되는 과정이 멘델 유전 법칙에 따름을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.

가계도 (가)의 ⑮의 경우 우성 대립유전자에 의해 유전병이 나타나고 또한 유전병 (나)는 전혀 나타나지 않는 남자이기 때문에 ⑮의 유전자형은 AaX^BY로 표시할 수 있다. 가계도 (나)는 성염색체 열성 대립유전자에 의해 전달되는 유전형태이며 ㉤의 남자 형제들에게서 유전병이 나타났기 때문에 부모 세대 중 어머니의 유전형은 이형접합자인 X^BX^b임을 알 수 있다. 따라서 유전병이 나타나지 않는 ㉤의 유전형은 X^BX^B와 X^BX^b 두 가지가 가능하다. 그리고 유전병 (가)가 전혀 관찰되지 않았기 때문에 ㉤의 대립유전자 A에 대한 유전형은 aa일 것이다. 따라서 ㉤의 유전형은 aaX^BX^B, aaX^BX^b중 하나이다. 즉 ⑮와 ㉤이 결혼한 경우 AaX^BY x aaX^BX^B 혹은 AaX^BY x aaX^BX^b 에서 태어난 자손에게서의 확률을 구하면 된다.

1. AaX^BY x aaX^BX^B 경우:

 자손에게서 나타나는 유전자형은 다음과 같다.

	AX^B	AY	aX^B	aY
aX^B	AaX^BX^B	AaX^BY	aaX^BX^B	aaX^BY

(1) 자손 중 유전병 (가)가 나타날 확률:

ⓜ의 유전형 중 aaX^BX^B가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x 자손에게서 유전병 (가)가 나타날 확률 ($\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{4}$

(다른 풀이)

ⓜ의 유전형 중 aaX^BX^B가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x (AaX^BY에서 유전병 (가)의 우성 대립유전자 A가 선택되는 정자가 만들어질 확률 ($\frac{1}{2}$) x (aaX^BX^B에서 유전병 (가)의 우성 대립유전자 R이 없기 때문에 항상 aX^B가 선택되는 난자가 만들어질 확률 (1) = $\frac{1}{4}$

(2) 자손 중 유전병 (나)가 나타날 확률:
AaX^BY에서 유전병 (나)의 열성 대립 유전자 X^b가 없고 aaX^BX^B에서 유전병 (나)의 열성 대립 유전자 X^b 역시 없기 때문에 자손에게서 유전병 (나)가 나타날 확률은 0 이다.

2. AaX^BY x aaX^BX^b 경우:
자손에게서 나타나는 유전자형은 다음과 같다.

	AX^B	AY	aX^B	aY
aX^B	AaX^BX^B	AaX^BY	aaX^BX^B	aaX^BY
aX^b	AaX^BX^b	AaX^bY	aaX^BX^b	aaX^bY

(1) 자손 중 유전병 (가)가 나타날 확률:

ⓜ의 유전형 중 aaX^BX^b가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x 자손에게서 유전병 (가)가 나타날 확률 ($\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{4}$

(다른 풀이)

ⓜ의 유전형 중 aaX^BX^b가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x AaX^BY 에서 유전병 (가)의 우성 대립유전자 A가 있는 정자가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x aaX^BX^b 에서는 유전병 (가)의 우성 대립유전자 A가 없기 때문에 난자가 항상 선택될 확률 (1) = $\frac{1}{4}$

(2) 자손 중 유전병 (나)가 나타날 확률:

	AX^B	AY	aX^B	aY
aX^B	AaX^BX^B	AaX^BY	aaX^BX^B	aaX^BY
aX^b	AaX^BX^b	AaX^bY	aaX^BX^b	aaX^bY

ⓜ의 유전형 중 aaX^BX^b가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x 자손에게서 유전병 (나)가 나타날 확률 ($\frac{1}{4}$) = $\frac{1}{8}$

(다른 풀이)

ⓜ의 유전형 중 aaX^BX^b가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x AaX^BY 에서는 유전병 (나)의 열성 대립유전자 X^b가 없기 때문에 여자에게서는 유전병이 (나)가 나타나지 않는다. 자손에게서 유전병 (나)가 나타나기 위해 Y 염색체를 가지는 정자가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x aaX^BX^b 에서 유전병 (나)의 열성 대립유전자 X^b를 가진 난자가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{8}$

(1)과 (2)는 동시에 일어나지 않기 때문에

유전병 (가)가 나타날 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

유전병 (나)가 나타날 확률은 $0+\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$ 이다.

[생명과학 I -ⅳ]

사람의 유전에서 염색체 비분리에 의한 염색체 수의 이상이 나타남을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.

(소문항-1)

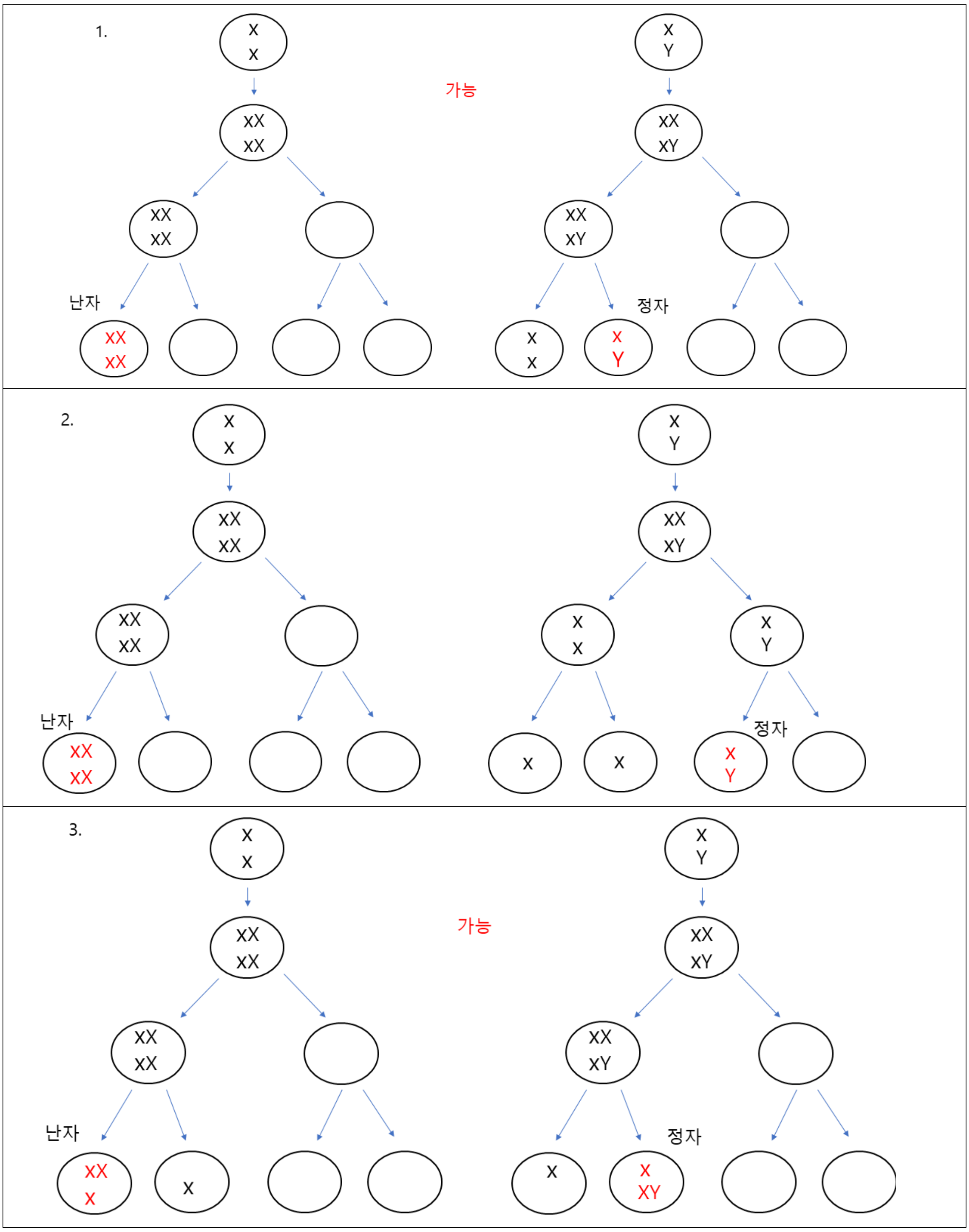
문제에서는 X 염색체의 이상을 가진 자손이 어떻게 태어나게 된 이유를 질문하고 있기 때문에 상염색체에 의해 유전 형질이 전달되는 유전병 (가)의 대립유전자는 고려할 필요가 없다. 가계도 (나)의 ⓔ의 경우 유전병이 나타나지 않으므로 유전자형이 이형접합성인 X^BX^b로 표시할 수 있고, 유전병(나)가 전혀 나타나지 않는 정상인 남자는 X^BY로 표시할 수 있다. 특히 정자와 난자를 생성하는 감수분열은 감수 1분열과 감수 2분열이 연속하여 일어나게 되며, 염색체 수의 이상은 감수 1분열의 상동염색체가 비분리 되는 경우, 감수 2분열의 염색분체가 비분리 되는 경우에 일어난다.

따라서 염색체 개수가 50개이고 그 중 X 염색체가 5개 Y 염색체가 1개인 자손이 태어나기 위해서는 세 가지 경우가 가능하다.

첫 번째는 감수 1열과 감수 2분열 단계에서 연속적으로 비분리 현상이 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 X 염색체 4개를 가진 난자와 감수 1분열에서 비분리 현상이 한 번 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 XY 염색체를 동시에 가진 정자가 수정되어 나타난다.

두 번째는 감수 1열과 감수 2분열 모두에서 비분리 현상이 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 X 염색체 4개를 가진 난자와 감수 2분열 중 비분리 현상이 한 번 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 XY 염색체를 동시에 가진 정자가 수정되어 나타난다.

세 번째의 경우 감수 1열과 감수 2분열 단계에서 연속적으로 비분리 현상이 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 X 염색체 3개를 가진 난자와, 감수 1분열과 감수 2분열의 연속적인 비분리 현상에 의해 만들어진 상염색체 22개와 XXY 염색체를 동시에 가진 정자가 수정되어 나타난다.



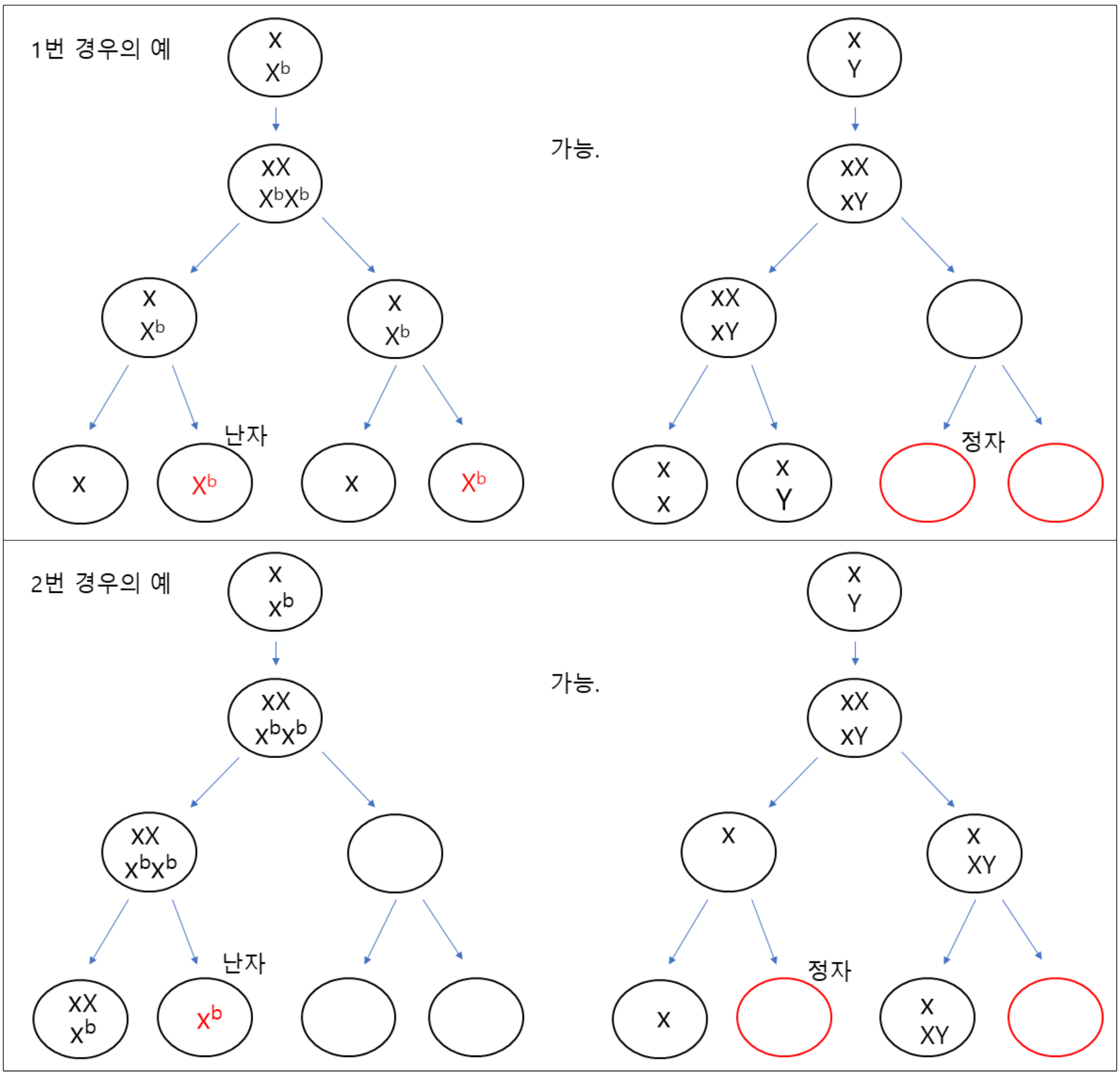
(소문항-2)

터너 증후군이면서 동시에 유전병 (나)가 나타나는 경우는 크게 두 가지 경우가 가능하다.

첫 번째의 경우는 정상적인 감수분열 즉 비분리 현상이 일어나지 않은 X 염색체를 하나 가진 정상 난자와, 비분리 현상의 횟수와는 상관없이 즉 비분리 현상이 일어나서 생성된 성염색체가 없는 정자가 수정되어 나타날 수 있다.

두 번째의 경우는 난자에게서 감수 1분열에서 비분리 현상이 일어나고 감수 2분열에서 연속적으로 비분리 현상이 일어나면서 X 염색체 3개를 가진 난자와 열성 대립유전자 X^b를 가진 1개의 난자가 생기는 경우이다. 이러한 열성 대립유전자 X^b를 가진 난자가, 비분리 현상의 횟수와는 상관없이 비분리 현

상이 일어나서 생긴 성염색체가 없는 정자와 수정되어 나타날 수 있다.



[생명과학 I - v]

상염색체 열성 유전 형태를 이해와 사람의 유전 현상에서 멘델의 유전 법칙이 적용됨을 이해하고 있는지를 평가하는 문제이다.

(소문항-1) 유전병 (다)의 경우 부모세대에게 나타나지 않는 유전병이 자손 세대에서 나타나므로 유전병을 유발하는 대립유전자는 열성인 형태로 전달된다. 그리고 유전병 (다)가 성염색체 유전이라면 ⓟ의 어머니는 열성 동형접합자가 되고 따라서 자손의 남자에게서는 모두 유전병 (다)가 나타나야 한다. 그러나 ⓟ의 경우 정상 남자이기 때문에 성염색체 유전이 아님을 알 수 있다. 따라서 유전병 (다)의 유전 형태는 상염색체 열성 유전 형태이다.

(소문항-2) 유전병 (가)의 가계도에 있는 ⑫는 유전병 증상이 나타나고, 유전병 (다)에 대해서는 이형접합자이기 때문에 유전형은 AaTt로 표현할 수 있다. 유전병 (다)의 가계도에 있는 ⓟ은 유전병 (다)에 대해서는 보인자이며 유전병 (가)는 전혀 나타나지 않기 때문에 유전형은 aaTt로 표현할 수 있다. 따라서 ⑫와 ⓟ이 결혼하는 경우는 AaTt x aaTt로 표시할 수 있다. 또한 두 대립유전자는 서로 다른 염색체에 존재하고 있기 때문에 멘델 법칙 중 독립의 법칙에 따라 유전된다.

자손에게 나타나는 유전자형은 다음과 같다.

	AT	At	aT	at
aT	AaTT	AaTt	aaTT	aaTt
at	AaTt	Aatt	aaTt	aatt

따라서 자손에게서 유전병 (가)와 유전병 (다)가 동시에 나타날 확률은 $\frac{1}{8}$이다.

(다른 풀이)
AaTt에서 유전병 (가)를 일으키는 대립유전자 R과 유전병 (다)를 일으키는 열성 대립유전자 t를 동시에 가지는 정자가 생성될 확률 ($\frac{1}{4}$) x aaTt에서 유전병 (다)를 일으키는 열성 대립유전자 t를 가지는 난자가 생성될 확률 ($\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{8}$. 유전병 (가)의 경우 우성 대립유전자 A에 의해 유전병이 결정되기 때문에 정상대립유전자 a는 상관이 없다. 따라서 자손 중 유전병 (가)와 유전병 (다)가 동시에 나타날 확률은 $\frac{1}{8}$이다.

6. 채점 기준

하위문항	채점 기준	배점
생명과학 Ⅰ-i	• 유전병 (가)가 상염색체 우성 유전이라 기술하고 근거를 제시하면 3점 (우성이라고만 언급하면 1점, 상염색체 상에 있는 근거를 제시하면 2점) • 유전병 (나)가 성염색체 열성 유전이라 기술하고 근거를 제시하면 3점 (열성이라고만 언급하면 1점, 성염색체 상에 있는 근거를 제시하면 2점)	6점
생명과학 Ⅰ-ii	• 가계도 (가)의 경우 우성 대립유전자 및 정상 대립 유전자에서 단백질이 모두 만들어진다 라고 기술하면 2점. 따라서 정상유전자에 돌연변이가 일어나서 나타난 우성 대립유전자에서 만들어지는 단백질은 구조적 혹은 기능적으로 정상 단백질에 비해 우위에 있어(정상단백질에 비해 단백질 기능이 비정상적으로 활성화되어) 우성 유전 질환이 나타났다고 생각할 수 있다 라고 기술하면 3점. (모두 기술하면 5점) • 가계도 (나)의 경우 정상 대립유전자에서는 단백질이 만들어지고 열성 대립유전자에서는 단백질이 만들어지지 않아서 열성 유전 형질이 나타난다고 기술하면 5점.	10점
생명과학 Ⅰ-iii	• ⑮의 유전자형은 AaX^BY이고, ⓜ의 유전형은 aaX^BX^B, aaX^BX^b중 하나이다. 즉 ⑮와 ⓜ이 결혼한 경우 AaX^BY x aaX^BX^B 혹은 AaX^BY x aaX^BX^b 에서 태어난 자손에게서의 확률을 구하면 된다 라고 기술하면 2점 • 두 경우가 동시에 일어나지 않기 때문에 유전병 (가)가 나타날 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ (3점) 유전병 (나)가 나타날 확률은 $0+\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$ (3점) 모두 기술하면 8점	8점
생명과학 Ⅰ-iv	• 감수 1열과 감수 2분열 단계에서 **연속적**으로 비분리 현상이 일어나서 만들어진 X 염색체 4개를 가진 난자와 감수 1분열 혹은 감수 2분열에서 **한 번** 비분리 현상이 일어나서	6점

	만들어진 XY 염색체를 동시에 가진 정자가 수정되어 나타난다고 기술하면 3점, • 감수 1열과 감수 2분열 단계에서 **연속적으로** 비분리 현상이 일어나서 만들어진 **X 염색체 3개**를 가진 난자와, 감수 1분열과 감수 2분열의 **연속적인 비분리 현상에 의해 만들어진 XXY** 염색체를 동시에 가진 정자가 수정되어 나타난다고 기술하면 3점	
	• 비분리 현상이 일어나지 않은 정상 감수분열에 의해 만들어진 X 염색체를 하나 가진 난자와, 비분리 현상의 횟수와는 상관없이 즉 비분리 현상이 일어나서 생성된 성염색체가 없는 정자가 수정되어 나타날 수 있다고 기술하면 3점. • 감수 1분열과 감수 2분열에서 연속적으로 비분리 현상이 일어나면서 **X 염색체 3개를 가진 난자와 열성 대립유전자 X^b를 가진 1개의 난자**가 생기는 경우이다. 이러한 열성 대립유전자 X^b만을 가진 난자가, 비분리 현상의 횟수와는 상관없이 비분리 현상이 일어나서 생긴 성염색체가 없는 정자와 수정되어 나타날 수 있다고 기술하면 3점	6점
생명과학 I - v	• 유전병 (다)가 상염색체 열성 유전이라 기술하고 근거를 제시하면 2점 (열성이라고만 언급하면 1점, 상염색체 상에 있는 근거를 제시하면 1점)	2점
	• 상염색체 열성 대립유전이므로 ⑫와 ㉣이 결혼하는 경우는 AaTt x aaTt로 표시할 수 있고, 자손에게서 유전병 (가)와 유전병 (다)가 동시에 나타날 확률은 $\frac{1}{8}$이다 라고 기술하면 2점	2점

7. 예시 답안

[생명과학 I – i]

유전병 (가)의 가계도에 있는 ②의 경우 이형접합성이 유전병을 나타내므로 유전병을 유발하는 대립유전자는 우성인 형태로 전달됨을 알 수 있다. 그리고 우성 대립유전자가 상염색체와 성염색체 중 어디에 있는지는 ⑥, ⑦, ⑪ 유전형 분석을 통해 확인할 수 있다. 만약 성염색체에 우성인 형태로 전달된다면 ⑪번의 경우 유전병이 나타날 수 없다. 따라서 유전병 (가)의 유전형태는 상염색체 우성 유전 형태이다.
유전병 (나)의 경우 부모세대에게 나타나지 않는 유전병이 자손 세대에서 나타나므로 유전병을 유발하는 대립유전자는 열성인 형태로 전달됨을 알 수 있다. 또한 유전병 (나)의 가계도에 있는 ㉥과 ㉦의 경우 각각 대립유전자 한 종류만 가지면서 자손 중 남자에게서만 유전병을 유발하므로 성염색체 관련 유전임을 알 수 있다. 만약 상염색체 유전이고 ㉥과 ㉦의 경우 각각 대립유전자 한 종류만 가지고 있다면 (BB x bb 라면), 자손 세대에 유전병이 나타날 수 없다. 따라서 성염색체 유전이다. 따라서 유전병 (나)의 유전형태는 성염색체 열성 유전 형태이다.

[생명과학 I – ii]

가계도 (가)는 상염색체 우성 유전 형태이기 때문에 유전병을 일으키는 우성 대립유전자를 A라고 하였을 때 정상인 대립유전자는 a로 표시할 수 있다. 따라서 가계도 (가)를 분석하였을 때 ⑫, ⑭, ⑮에 대한 유전형은 Aa, aa, Aa로 표시할 수 있다. 이때 대립유전자에 의해 만들어지는 단백질의 양은 모두 동일하기 때문에 우성 대립유전자 및 정상 대립 유전자에서 단백질이 모두 만들어 진다고 추론할 수 있다. 따라서 정상유전자에 돌연변이가 일어나서 나타난 우성 대립유전자에서 만들어지는 단백질은 구조적 혹은 기능적으로 정상 단백질에 비해 우위에 있어 우성 유전 질환이 나타났다고 생각할 수 있다.
가계도 (나)는 성염색체 열성 유전 형태이기 때문에 유전병을 일으키는 열성 대립유전자를 X^b라고 하였을 때 정상 대립유전자는 X^B로 표시할 수 있다. 가계도 (나)의 ㉦, ㉧, ㉨, ㉩에 대한 유전형은 X^bX^b,

X^bY,X^BY, X^BX^b로 표시할 수 있다. 이때 ㉧의 경우 단백질의 양은 0, 즉 열성 동형접합자를 구성하는 열성 대립유전자인 X^b에서는 단백질이 만들어지지 않는다고 추론할 수 있다. 따라서 유전병이 나타난 남자인 ㉩의 경우 열성대립유전자가 하나이고 단백질이 만들어지지 않아서 상대적 단백질 양이 0이라고 설명이 가능하다. ㉪ 남자의 경우는 정상 대립유전자가 X 염색체에 하나 존재하고, 이 정상 대립유전자에서 단백질이 만들어지므로 단백질의 상대적 양은 1이 된다. ㉫의 경우 단백질이 만들어지는 정상 대립유전자 한 개와 단백질이 만들어지지 않는 열성 대립유전자 한 개를 가지고 있기 때문에 단백질의 상대적 양은 1이 된다. 따라서 정상 대립유전자에 돌연변이가 일어나서 만들어지는 열성대립유전자 X^b에서는 단백질이 생성되지 않음으로서 열성유전질환이 나타났다고 추론할 수 있다.

[생명과학Ⅰ-ⅲ]

가계도 (가)의 ⑮의 경우 우성 대립유전자에 의해 유전병이 나타나고 또한 유전병 (나)는 전혀 나타나지 않는 남자이기 때문에 ⑮의 유전자형은 AaX^BY로 표시할 수 있다. 가계도 (나)는 성염색체 열성 대립유전자에 의해 전달되는 유전형태이며 ㉤의 유전형은 aaX^BX^B, aaX^BX^b중 하나이다. 즉 ⑮와 ㉤이 결혼한 경우 AaX^BY x aaX^BX^B 혹은 AaX^BY x aaX^BX^b 에서 태어난 자손에게서의 확률을 구하면 된다.

1. AaX^BY x aaX^BX^B 경우:

자손에게서 나타나는 유전자형은 다음과 같다.

	AX^B	AY	aX^B	aY
aX^B	AaX^BX^B	AaX^BY	aaX^BX^B	aaX^BY

(1) 자손 중 유전병 (가)가 나타날 확률:

㉤의 유전형 중 aaX^BX^B가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x 자손에게서 유전병 (가)가 나타날 확률 ($\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{4}$

(2) 자손 중 유전병 (나)가 나타날 확률:

AaX^BY에서 유전병 (나)의 열성 대립 유전자 X^b가 없고 aaX^BX^B에서 유전병 (나)의 열성 대립 유전자 X^b 역시 없기 때문에 자손에게서 유전병 (나)가 나타날 확률은 0 이다.

2. AaX^BY x aaX^BX^b 경우:

자손에게서 나타나는 유전자형은 다음과 같다.

	AX^B	AY	aX^B	aY
aX^B	AaX^BX^B	AaX^BY	aaX^BX^B	aaX^BY
aX^b	AaX^BX^b	AaX^bY	aaX^BX^b	aaX^bY

(1) 자손 중 유전병 (가)가 나타날 확률:

㉤의 유전형 중 aaX^BX^b가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x 자손에게서 유전병 (가)가 나타날 확률 ($\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{4}$

(2) 자손 중 유전병 (나)가 나타날 확률:

	AX^B	AY	aX^B	aY
aX^B	AaX^BX^B	AaX^BY	aaX^BX^B	aaX^BY
aX^b	AaX^BX^b	AaX^bY	aaX^BX^b	aaX^bY

ⓜ의 유전형 중 aaX^BX^b가 선택될 확률 ($\frac{1}{2}$) x 자손에게서 유전병 (나)가 나타날 확률 ($\frac{1}{4}$) = $\frac{1}{8}$

따라서

유전병 (가)가 나타날 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

유전병 (나)가 나타날 확률은 $0+\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$ 이다.

[생명과학 Ⅰ-ⅳ]

(소문항-1)

염색체 수의 이상은 감수 1분열의 상동염색체가 비분리 되는 경우, 감수 2분열의 염색분체가 비분리 되는 경우에 일어난다. 따라서 염색체 개수가 50개이고 그 중 X 염색체가 5개 Y 염색체가 1개인 자손이 태어나기 위해서는 두 가지 경우가 가능하다.

첫 번째는 감수 1열과 감수 2분열 단계에서 연속적으로 비분리 현상이 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 X 염색체 4개를 가진 난자와, 감수 1분열 혹은 감수 2분열에서 한 번 비분리 현상이 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 XY 염색체를 동시에 가진 정자가 수정되어 나타난다.

두 번째의 경우 감수 1열과 감수 2분열 단계에서 연속적으로 비분리 현상이 일어나서 만들어진 상염색체 22개와 X 염색체 3개를 가진 난자와, 감수 1분열과 감수 2분열의 연속적인 비분리 현상에 의해 만들어진 상염색체 22개와 XXY 염색체를 동시에 가진 정자가 수정되어 나타난다.

(소문항-2)

터너 증후군이면서 동시에 유전병 (나)가 나타나는 경우는 크게 두 가지 경우가 가능하다. 첫 번째의 경우는 정상적인 감수분열 즉 비분리 현상이 일어나지 않은 X 염색체를 하나 가진 난자와, 비분리 현상의 횟수와는 상관없이 즉 비분리 현상이 일어나서 생성된 성염색체가 없는 정자가 수정되어 나타날 수 있다.

두 번째의 경우는 난자에게서 감수 1분열에서 비분리 현상이 일어나고 감수 2분열에서 연속적으로 비분리 현상이 일어나면서 X 염색체 3개를 가진 난자와 열성 대립유전자 X^b를 가진 1개의 난자가 생기는 경우이다. 이러한 열성 대립유전자 X^b를 가진 난자가, 비분리 현상의 횟수와는 상관없이 비분리 현상이 일어나서 생긴 성염색체가 없는 정자와 수정되어 나타날 수 있다.

[생명과학 Ⅰ-ⅴ]

(소문항-1)

유전병 (다)의 경우 부모세대에게 나타나지 않는 유전병이 자손 세대에서 나타나므로 유전병을 유발하는 대립유전자는 열성인 형태로 전달된다. 그리고 유전병 (다)가 성염색체 유전이라면 ⓟ의 어머니는 열성 동형접합자가 되고 따라서 자손의 남자에게서는 모두 유전병 (다)가 나타나야 한다. 그러나 ⓟ의 경우 정상 남자이기 때문에 성염색체 유전이 아님을 알 수 있다. 따라서 유전병 (다)의 유전형태는 상염색체 열성 유전 형태이다.

(소문항-2) 유전병 (가)의 가계도에 있는 ⑫는 유전병 증상이 나타나고, 유전병 (다)에 대해서는 이형접합자이기 때문에 유전형은 AaTt로 표현할 수 있다. 유전병 (다)의 가계도에 있는 ⑪은 유전병 (다)에 대해서는 보인자이며 유전병 (가)는 전혀 나타나지 않기 때문에 유전형은 aaTt로 표현할 수 있다. 따라서 ⑫와 ⑪이 결혼하는 경우는 AaTt x aaTt로 표시할 수 있다. 또한 두 대립유전자는 서로 다른 염색체에 존재하고 있기 때문에 멘델 법칙 중 독립의 법칙에 따라 유전된다.
자손에게 나타나는 유전자형은 다음과 같다.

	AT	At	aT	at
aT	AaTT	AaTt	aaTT	aaTt
at	AaTt	Aatt	aaTt	aatt

따라서 자손에게서 유전병 (가)와 유전병 (다)가 동시에 나타날 확률은 $\frac{1}{8}$이다.