<자연계열-3차>

문제지

	모집단위										
	성 명										
	수험번호	2	1	1	0	8					

2021학년도
수시모집 논술전형고사

□ 문제수 및 고사 일시

문제수	일 시	배 점
3	2020. 12. 8.(화) 10:00~11:40(100분)	[문제 1]은 총 점수의 34%, [문제 2], [문제 3]은 각각 33%

□ 수험생 유의사항

- 답안지에 모집단위, 성명, 수험번호, 주민번호 앞자리를 정확히 쓸 것
- 계산기와 통신기기 등은 휴대할 수 없으며, 휴대 시 부정행위자로 처리
- 답안지는 1매만 사용해야 하며, 2매 사용 시 무효(0점) 처리
- 반드시 **검은색 필기구(볼펜, 사인펜)**만 사용할 것
  (연필, 샤프, 지워지는 볼펜, 수정액, 수정테이프 사용 불가)
- 문제지의 여백은 연습장으로 활용 가능함
- **답안을 수정할 경우 두 줄을 긋고 수정할 것**
- 0점 처리 기준
  - 답안지에 답 이외의 특정 표기나 자신의 신원을 드러내는 표시를 한 경우
  - 검은색 필기구로 작성하지 않은 경우
  - 수정이 가능한 연필류(연필, 샤프, 지워지는 볼펜 포함) 등으로 작성한 경우
  - 수정액 또는 수정테이프를 사용하여 수정한 경우
  - 답안지를 2매 이상 사용한 경우(지정된 범위를 벗어나 답안을 작성한 경우 채점 불가)
  - **풀이과정이 없는** 경우

SEOULTECH
서울과학기술대학교
SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 모든 실수 x에 대하여 $\sin x + A\cos x - 2\sin(x+\alpha) = 0$이 성립할 때, α와 A의 값을 구하시오. (단, A는 양수, $0 \le \alpha < 2\pi$)

[1.2] 짝수인 자연수 k에 대하여 다음 극한값을 모두 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{2}{\log_2 k}\right)^{n+1}}{999 + \left(\frac{2}{\log_2 k}\right)^{n}}$$

[1.3] 다음은 어느 대학의 한 학과 400명의 나이와 개인용 컴퓨터 소유여부를 파악한 결과이다.

> **(가)** 나이가 20세 이상인 사람은 150명이다.
> **(나)** 개인용 컴퓨터가 없는 사람은 60명이다.
> **(다)** 나이가 20세 이상이며, 개인용 컴퓨터가 없는 사람은 30명이다.

400명 중 임의로 선택한 한 명이 개인용 컴퓨터를 갖고 있는 사건을 A, 임의로 선택한 한 명이 나이 20세 미만인 사건을 B라 하자. 사건 A와 사건 B가 서로 독립인지 종속인지 판별하시오.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 어떤 열린구간에서 미분가능하고 이 구간에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) > 0$이면, 함수 $f(x)$는 이 구간에서 증가한다.

(나) 함수 $f: X \to Y$가 일대일대응일 때, 역함수 $f^{-1}: Y \to X$가 존재한다.

(다) 함수 $y = f(x)$의 그래프와 역함수 $y = f^{-1}(x)$의 그래프는 직선 $y = x$에 대하여 대칭이다.

[2.1] 양수 r에 대하여 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$\int_0^1 (x^r + x^{\frac{1}{r}})\, dx$$

[2.2] 집합 $X = \{x \mid 0 \le x \le 1\}$일 때 함수 $f: X \to X$가 닫힌구간 $[0,1]$에서 연속이고, 열린구간 $(0,1)$에서 미분가능하며 다음을 만족한다.

i) $0 < x < 1$인 모든 실수 x에 대하여, $f'(x) > 0$

ii) $f(0) = 0, \quad f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{7}, \quad f(1) = 1$

곡선 $y = f(x)$와 x축 및 두 직선 $x = \frac{2}{3}$, $x = 1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 A_1, 곡선 $y = f^{-1}(x)$와 x축 및 두 직선 $x = \frac{5}{7}$, $x = 1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 A_2라 하자. $A_1 + A_2$를 $\frac{q}{p}$로 나타내시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수)

[2.3] 음이 아닌 실수 전체의 집합을 정의역과 공역으로 하는 함수 $f(x) = \sqrt{x}\, e^{\sqrt{x}}$에 대하여, 곡선 $y = f^{-1}(x)$와 x축 및 두 직선 $x = e$, $x = 2e^2$으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

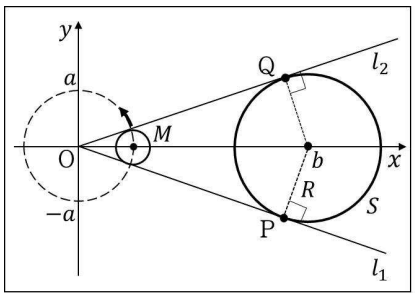
(가) 원 $x^2+y^2=a^2$ 위의 점 C가 점 $(a,0)$에서 출발하여 원 위를 시계바늘이 도는 반대 방향으로 점 $(0,a)$까지 움직인다. 점 C의 시각 t에서의 위치 (x,y)는 $x=a\cos\omega t$, $y=a\sin\omega t$이다.

(단, $a>0$, $\omega>0$, $0\le t\le\dfrac{\pi}{2\omega}$)

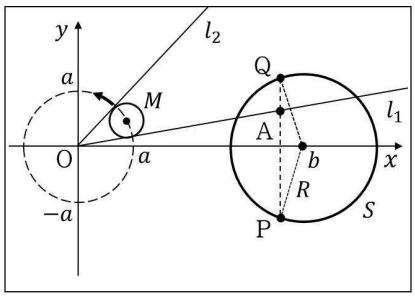
(나) **(가)**에서의 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r인 원 M이 있다. 원점 O를 지나고 원 M에 접하는 두 접선 중 기울기가 작은 접선을 l_1, 기울기가 큰 접선을 l_2라 하자. 시각 t에 따라 점 C의 위치가 변하므로 원 M 및 직선 l_1, 직선 l_2도 위치가 변한다. (단, $r<a$)

(다) 중심이 $(b,0)$이고 반지름의 길이가 R인 원 S가 있다. 시각 $t=0$일 때의 직선 l_1, 직선 l_2는 아래 [그림 1]과 같이 원 S에 접한다. 이때, 원 S와 직선 l_1이 접하는 점을 P, 원 S와 직선 l_2가 접하는 점을 Q라 하자. 선분 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 $-\dfrac{\pi}{2}$보다 크고 0보다 작다. (단, $b>a+r+R$)

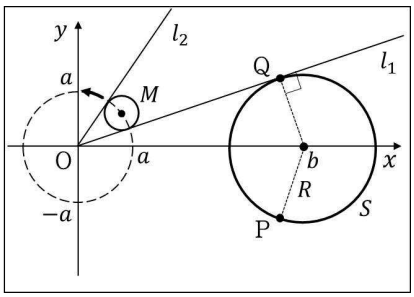
(라) 시각 $t=t_Q$일 때, 원 S와 직선 l_1은 아래 [그림 3]과 같이 점 Q에서 접한다. [그림 2]와 같이 시각 t에 대하여 $0\le t\le t_Q$일 때, 직선 l_1과 선분 PQ의 교점을 A라 하자.



[그림 1] 시각 $t=0$인 경우



[그림 2] 시각 $0\le t\le t_Q$인 경우



[그림 3] 시각 $t=t_Q$인 경우

[3.1] $\dfrac{r}{R}$을 a,b에 대한 식으로 나타내시오.

[3.2] $b=2R$일 때, t_Q를 ω에 대한 식으로 나타내시오.

[3.3] $b=2R$이고 $0\le t\le t_Q$일 때, 점 A의 y좌표를 R,ω,t에 대한 식으로 나타내시오.

[3.4] $b=2R$이고 $0\le t\le t_Q$일 때, 점 A의 속력을 R,ω,t에 대한 식으로 나타내시오. 이 결과로 얻은 점 A의 속력에 대하여, 점 A가 점 P에서 출발하여 점 Q에 도착한다고 할 때 점 A는 x축에 가까워질수록 속력이 감소하고, x축을 지나 점 Q에 가까워질수록 속력이 증가함을 보이시오.