<자연계열 - 2차> 문제지

	모집단위	
	성　　명	
	수험번호	2 1 1 0 8

2021학년도
수시모집 논술전형고사

□ 문제수 및 고사 일시

문제수	일　시	배　점
3	2020. 12. 7.(월) 15:30~17:10(100분)	[문제 1]은 총 점수의 34%, [문제 2], [문제 3]은 각각 33%

□ 수험생 유의사항

- 답안지에 모집단위, 성명, 수험번호, 주민번호 앞자리를 정확히 쓸 것
- 계산기와 통신기기 등은 휴대할 수 없으며, 휴대 시 부정행위자로 처리
- 답안지는 1매만 사용해야 하며, 2매 사용 시 무효(0점) 처리
- 반드시 **검은색 필기구(볼펜, 사인펜)**만 사용할 것
  (연필, 샤프, 지워지는 볼펜, 수정액, 수정테이프 사용 불가)
- 문제지의 여백은 연습장으로 활용 가능함
- **답안을 수정할 경우 두 줄을 긋고 수정할 것**
- 0점 처리 기준
  - 답안지에 답 이외의 특정 표기나 자신의 신원을 드러내는 표시를 한 경우
  - 검은색 필기구로 작성하지 않은 경우
  - 수정이 가능한 연필류(연필, 샤프, 지워지는 볼펜 포함) 등으로 작성한 경우
  - 수정액 또는 수정테이프를 사용하여 수정한 경우
  - 답안지를 2매 이상 사용한 경우(지정된 범위를 벗어나 답안을 작성한 경우 채점 불가)
  - **풀이과정이 없는** 경우

SEOULTECH
서울과학기술대학교
SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 일반항이 $a_n = \left(-\dfrac{2}{3}\right)^n \sin^2\dfrac{n\pi}{4}$ 인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $A = \left(\dfrac{2}{3}\right)^{100}$ 일 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{100} a_n$ 의 값을 A에 대한 식으로 나타내시오.

[1.2] 7개의 자리가 있고 이웃한 자리들 사이의 거리는 모두 같은 원탁이 있다. 이 원탁에 A, B, C 세 사람이 둘러앉을 때, A가 C보다 B에 더 가까이 앉을 확률을 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

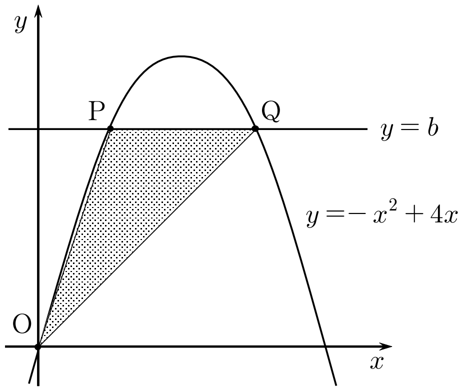
[1.3] $\dfrac{\pi}{6} \le \theta < \dfrac{\pi}{2}$ 일 때, 두 직선 $y = (\tan\theta)x$ 와 $y = \dfrac{1+\tan\dfrac{\theta}{2}}{1-\tan\dfrac{\theta}{2}}(x - \sec\theta)$ 의 교점을 P라 하자. 원점 O와 점 $\mathrm{Q}(\sec\theta, 0)$에 대하여 삼각형 OPQ의 외접원 지름의 최솟값을 구하시오.

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

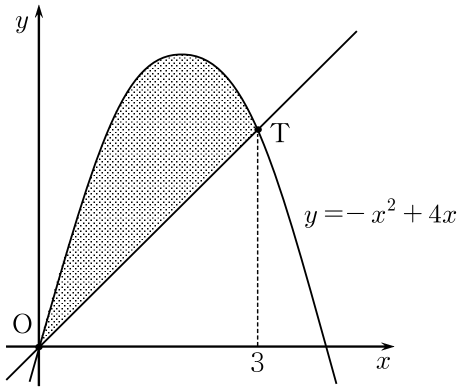
(가) [그림 1]과 같이 $0 < b < 4$일 때, 직선 $y = b$와 곡선 $y = -x^2 + 4x$가 만나는 두 교점을 각각 P와 Q라 하자. (단, 점 Q의 x좌표는 점 P의 x좌표보다 크다.)

(나) [그림 2]와 같이 $x = 3$일 때, 곡선 $y = -x^2 + 4x$ 위의 점을 T라 하자.

(다) [그림 1]과 [그림 2]에서 점 O는 원점이다.



[그림 1]



[그림 2]

[2.1] [그림 1]에서 삼각형 OPQ의 넓이가 최대가 되는 점 Q의 x좌표가 $u + v\sqrt{w}$일 때, uvw의 값을 구하시오. (단, u와 v는 유리수이고, w는 소수인 자연수이다.)

[2.2] [그림 2]에서 곡선 $y = -x^2 + 4x$와 직선 OT로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

[2.3] [그림 2]에서 $0 < x < 3$일 때, 곡선 $y = -x^2 + 4x$ 위의 점 S와 직선 OT 사이의 거리의 최댓값을 구하시오.

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) $x_1 > 0, x_2 > 0$일 때, 다음 성질이 성립한다.

$$\ln x_1 = \ln x_2 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = x_2$$

(나) 수렴하는 두 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_n = b_n$이면 다음 성질이 성립한다.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} b_n$$

(다) $r=3$이고 $s=2$일 때, 모든 자연수 n에 대하여 다음 성질이 성립한다.

$$1^r + 2^r + \cdots + n^r = (1+2+\cdots+n)^s$$

[3.1] $x \geq 3$일 때, 방정식 $x^2 = 2^x$을 만족하는 자연수 해를 하나 구하시오.

[3.2] 제시문 (가)를 이용하여, $x \geq 3$일 때 방정식 $x^2 = 2^x$의 해의 개수를 구하시오.
(필요하면 $\ln 2 = 0.7$로 계산한다.)

[3.3] $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\{n(n+1)\}^s}{n^{r+1}}$의 극한값이 존재하고 0이 아닐 때, 자연수 r과 s의 관계식과 극한값을 구하시오.

[3.4] r과 s가 문항 [3.3]에서 구한 관계식을 만족할 때, 모든 자연수 n에 대하여

$$1^r + 2^r + \cdots + n^r = (1+2+\cdots+n)^s$$

을 만족하는 2보다 크거나 같은 자연수 r의 개수를 구하시오.