

다. 논술고사(자연)

◆ 문항카드 7

[동국대학교 문항정보]

1. 일반정보

| | | |
|-------------------------|----------------------------|------------|
| 유형 | ■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술우수자 전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열 / 문제1 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학 I |
| | 핵심개념 및 용어 | 지수함수, 로그함수 |
| 예상 소요 시간 | 25분 / 전체 90분 | |

2. 문항 및 제시문

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

[가] 어떤 비트코인이 초기가격 A_0 에서 매년 일정하게 $a\%$ 비율로 올라가면 n 년 후의 비트코인 가격 A_n 은

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{a}{100}\right)^n, \quad (\text{단, } A_0 > 0)$$

로 표현할 수 있다고 가정하자.

- 『고등학교 수학 I』

[나] $a > 0, a \neq 1, x_1 > 0, x_2 > 0$ 일 때

1) $\log_a x_1 = b \Leftrightarrow x_1 = a^b$

2) $\log_a x_1 = \log_a x_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2$

- 『고등학교 수학 I』

[다] $a > 0, a \neq 1$ 이고 $M > 0, N > 0$ 일 때

1) $\log_a MN = \log_a M + \log_a N$

2) $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$

3) $\log_a M^k = k \log_a M$ (k 는 실수)

- 『고등학교 수학 I』

[라] 10을 밑으로 하는 로그를 상용로그라 하며, 양수 N 의 상용로그 $\log_{10} N$ 은 보통 밑 10을 생략하여 $\log N$ 으로 나타낸다.

- 『고등학교 수학 I』

[문제1] 어떤 비트코인이 초기 가격 A_0 에서 매년 일정한 비율로 올라가 5년 후 초기 가격의 2배가 되었다고 가정했을 때, 그 비트코인 가격은 매년 몇 %씩 올라갔는지 논술하시오 (단, $\log 2 = 0.3$, $\log 1.15 = 0.06$ 으로 계산하시오).

3. 출제 의도

지수함수와 로그함수를 활용하여 지수에 미지수를 포함한 방정식의 해를 구할 수 있는지를 알아보려고 하였다.

4. 문항 및 제시문 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | |
|-----------------------|--|
| 적용 교육과정 | 교육부고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취기준 |
| 제시문(가) ~ 제시문(라) | [12수학 I 01-08] 지수함수와 로그함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있다. [12수학 I 01-05] 상용로그를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|----------|------|-----|------|-------|--------|
| 고등학교 교과서 | 수학 I | 홍성복 | 지학사 | 2020 | 29, 55 |
| | 수학 I | 최부림 | 천재교육 | 2020 | 50, 53 |
| | 수학 I | 권오남 | 교학사 | 2020 | 37 |

5. 문항 해설

지수함수와 로그함수를 활용하여 지수에 미지수를 포함한 방정식의 해를 구하는 문제이다.

- 1) 어떤 비트코인의 초기 가격을 A_0 라 하고, 매년 비트코인 가격이 일정하게 $a\%$ 씩 올라간다고 하면 5년 후 비트코인 가격 A_5 를 방정식으로 표현할 수 있다.
- 2) 5년 후 비트코인 가격이 초기 가격의 2배가 되는 경우를 방정식으로 나타낼 수 있어야 한다.
- 3) 상용로그를 사용하여 미지수 a 를 구할 수 있어야 한다.
- 4) 구한 a 의 의미를 알고 적절한 결론을 내릴 수 있어야 한다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|-----|
| - | <p>[1단계] 어떤 비트코인의 초기 가격을 A_0라 하고, 매년 비트코인 가격이 일정하게 $a\%$씩 올라간다고 하면 5년 후의 비트코인 가격 A_5는</p> $A_5 = A_0 \left(1 + \frac{a}{100}\right)^5$ <p>이다.</p> <p>[2단계] 5년 후 비트코인 가격이 초기 가격의 2배가 되는 경우를 식으로 나타내면,</p> $A_5 = A_0 \left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = 2A_0 \text{ 이므로 } \left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = 2$ <p>이다.</p> <p>[3단계] $\left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = 2$ 이므로 제시문 [나]-2)에 따라</p> $\log\left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = \log 2 \text{ 이고 따라서 } 5\{\log(100+a)-2\} = \log 2 \text{ 이다.}$ <p>$5\log(100+a) = 10 + \log 2 = 10.3$에서</p> <p>$\log(100+a) = 2.06 = 2 + 0.06 = \log 115$</p> <p>$100+a = 115$이므로 $a = 15$이다.</p> <p>[4단계] 따라서 비트코인 가격은 매년 15%씩 늘어날 것이다.</p> | 30점 |
| 상 | S [1단계]부터 [4단계]까지 모두 보이고, 논증이 매끄럽고 설득력 있는 경우 | |
| | A [1단계]부터 [4단계]까지 모두 보였으나, 논증이 매끄럽지 않은 경우 | |
| 중 | B [1단계]부터 [3단계]까지의 과정을 기술한 경우 | |
| | C [1단계]부터 [2단계]까지의 과정을 기술한 경우 | |
| | D [1단계]만 기술한 경우 | |
| 하 | E 내용과 관계없는 것을 기술한 경우 | |
| | F 백지인 경우 | |

7. 예시 답안

1) 어떤 비트코인의 초기 가격을 A_0 라 하고, 매년 비트코인 가격이 일정하게 $a\%$ 씩 올라간다고 하면 5년 후의 비트코인 가격 A_5 는

$$A_5 = A_0 \left(1 + \frac{a}{100}\right)^5$$

이다.

2) 5년 후 비트코인 가격이 초기 가격의 2배가 되는 경우를 식으로 나타내면,

$$A_5 = A_0 \left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = 2A_0 \text{ 이므로 } \left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = 2$$

이다.

3) $\left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = 2$ 이므로 제시문 [나]-2)에 따라

$\log\left(1 + \frac{a}{100}\right)^5 = \log 2$ 이고 따라서 $5\{\log(100+a) - 2\} = \log 2$ 이다.

$5\log(100+a) = 10 + \log 2 = 10.3$ 에서

$\log(100+a) = 2.06 = 2 + 0.06 = \log 115$

$100+a = 115$ 이므로 $a = 15$ 이다.

4) 따라서 비트코인 가격은 매년 15%씩 늘어날 것이다.

◆ 문항카드 8

[동국대학교 문항정보]

1. 일반정보

| | | |
|-------------------------|----------------------------|------------|
| 유형 | ■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술우수자 전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열 / 문제2 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 확률과 통계 |
| | 핵심개념 및 용어 | 이항분포, 정규분포 |
| 예상 소요 시간 | 25분 / 전체 90분 | |

2. 문항 및 제시문

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하십시오.

[가] 일반적으로 한 번의 시행에서 어떤 사건 A 가 일어날 확률이 p 로 일정할 때, n 번의 독립시행에서 사건 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 로 하면 X 가 가질 수 있는 값은 $0, 1, 2, \dots, n$ 이고, X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = {}_n C_x p^x (1-p)^{n-x}, \quad (x=0, 1, 2, \dots, n)$$

이다. 이와 같은 확률변수 X 의 확률분포를 이항분포라고 하며, 이것을 기호로 $B(n, p)$ 와 같이 나타낸다. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때 X 의 평균, 분산, 표준편차는 각각

$$E(X) = np, \quad V(X) = np(1-p), \quad \sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$$

로 알려져 있다.

- 『고등학교 확률과 통계』

[나] 일반적으로 실수 전체의 집합에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 두 상수 $m, \sigma (\sigma > 0)$ 에 대하여

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

일 때, X 의 확률분포를 정규분포라고 한다. 이때 확률변수 X 의 평균은 m , 표준편차는 σ 임이 알려져 있다. 평균과 표준편차가 각각 m 과 σ 인 정규분포를 기호로 $N(m, \sigma^2)$ 과 같이 나타내고, 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따른다고 한

다.

- 『고등학교 확률과 통계』

[다] 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따를 때, 확률변수

$$Z = \frac{X - m}{\sigma}$$

은 표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

- 『고등학교 확률과 통계』

[라] 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따를 때, n 이 충분히 크면 X 는 근사적으로 정규분포 $N(np, np(1-p))$ 를 따른다. n 이 충분히 크다는 것은 일반적으로 $np \geq 5, n(1-p) \geq 5$ 일 때를 뜻한다.

- 『고등학교 확률과 통계』

[마] 확률변수 Z 가 표준정규분포를 따를 때 $P(0 \leq Z \leq z)$ 의 값을 소숫점 이하 세 자리에서 반올림한 값은 다음과 같다.

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|------|----------------------|
| 0.52 | 0.20 |
| 0.84 | 0.30 |
| 1.28 | 0.40 |
| 2.00 | 0.48 |

- 『고등학교 확률과 통계』

[문제2] 상품K는 무게에 따라 다음과 같이 구분된다.

| 구분 | A등급 | B등급 | C등급 |
|----|--------|-------------------|--------|
| 무게 | 68g 이상 | 50g 이상- 68g 미만 | 50g 미만 |

어느 공장에서 생산되는 상품K 한 개의 무게는 평균이 55.2g이고 표준편차가 10g인 정규분포를 따른다고 한다(단, 단위는 생략할 수 있다).

- 1) 이 공장에서 생산되는 상품K 중에서 임의의 한 개를 선택할 때, 이 상품K가 A등급일 확률을 구하시오.
- 2) 1)을 이용하여 이 공장에서 생산되는 400개 상품K 중에서 A등급으로 구분되는 상품K 수의 평균과 표준편차를 구하시오.
- 3) 제시문 [라]와 2)를 이용하여 이 공장에서 생산되는 400개 상품K 중에서 A등급이 52개 이상일 확률을 구하시오.

3. 출제 의도

이 문제에서 세 가지를 평가하고자 하였다. 첫째, 이항분포의 뜻을 알고 평균과 표준편차를 구할 수 있다. 둘째, 정규분포의 뜻을 알고 표준정규분포표를 이용하여 확률을 계산할 수 있다. 셋째, 이항분포에서 시행의 횟수가 커질 때 정규분포로 근사할 수 있음을 이해한다.

4. 문항 및 제시문 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | |
|-----------------------|---|
| 적용 교육과정 | 교육부고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취기준 |
| 제시문(가) ~ 제시문(마) | [12확통03-03] 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구할 수 있다. [12확통03-04] 정규분포의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|----------|--------|-----------|---------|-------|--------|
| 고등학교 교과서 | 확률과 통계 | 황선욱 외 9인 | 미래엔 | 2020 | 105 |
| | 확률과 통계 | 권오남 외 14인 | 교학사 | 2020 | 96, 99 |
| | 확률과 통계 | 고성은 외 5인 | 좋은책 신사고 | 2020 | 97,102 |
| | 확률과 통계 | 김원경 외 14인 | 비상교육 | 2020 | 93 |
| | 확률과 통계 | 배종숙 외 6인 | 금성 출판사 | 2020 | 165 |

5. 문항 해설

제시문 [가]: 이항분포의 뜻을 알고, 평균과 표준편차를 구하는 방법에 대해 설명하였다.

제시문 [나]: 정규분포의 정의를 설명하였다.

제시문 [다]: 표준정규분포의 뜻을 설명하였다.

제시문 [라]: 이항분포와 정규분포의 관계에 대해 설명하였다.

제시문 [마]: 문제 풀이에 필요한 표준정규분포표의 값을 제시하였다.

문제 2-1) : 정규분포의 확률을 계산하는 문제이다.

문제 2-2) : 이항분포의 평균과 표준편차를 구하는 문제이다.

문제 2-3) : 이항분포와 정규분포의 관계를 이용하여 주어진 확률을 계산하는 문제이다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|-----|
| - | <p>[1단계] 이 공장에서 생산되는 상품 K의 무게를 확률변수 X라 하자. X가 정규분포를 따르므로 제시문 [다]에 의해 $Z = \frac{X-55.2}{10}$이다. 따라서</p> $P(X \geq 68) = P(Z \geq 1.28)$ <p>임을 보인다. 제시문 [나]와 [마]를 이용하여</p> $P(X \geq 68) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.28) = 0.1$ <p>을 계산한다.</p> <p>[2단계] 이 공장에서 생산되는 400개의 상품K 중에서 A 등급으로 분류되는 상품K 수를 확률변수 Y라 하면, Y가 이항분포 $B(400, 0.1)$을 따른다. 제시문 [가]를 이용하여 확률변수 Y의 평균과 표준편차가</p> $m = 400 \times 0.1 = 40, \sigma = \sqrt{400 \times 0.1 \times 0.9} = 6$ <p>임을 계산한다.</p> <p>[3단계] 이 공장에서 생산되는 400개의 상품K 중에서 A 등급으로 분류되는 상품K 수를 확률변수 Y라 하면, Y가 이항분포 $B(400, 0.1)$을 따른다. 제시문 [가]를 이용하여 확률변수 Y의 평균과 표준편차가</p> $m = 400 \times 0.1 = 40, \sigma = \sqrt{400 \times 0.1 \times 0.9} = 6$ <p>임을 계산한다.</p> | 30점 |

| | | |
|---|---|---|
| 상 | S | [1단계]부터 [3단계]까지를 모두 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우 |
| | A | [1단계]부터 [3단계]까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우 |
| 중 | B | [1단계]부터 [2단계]까지를 모두 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우 |
| | C | [1단계]부터 [2단계]까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우 |
| | D | [1단계]부터 [3단계]까지 중 한 가지를 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우 |
| 하 | E | [1단계]부터 [3단계]까지 중 한 가지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우 |
| | F | 어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우 |

7. 예시 답안

1) 이 공장에서 생산되는 상품 K 한 개의 무게를 확률변수 X 라 하자.

확률변수 X 가 정규분포 $N(55.2, 10^2)$ 을 따르므로 제시문 [다]에 의해 $Z = \frac{X - 55.2}{10}$ 이고

$$P(X \geq 68) = P(Z \geq 1.28)$$

이다. 제시문 [나]와 [마]를 이용하면

$$P(Z \geq 1.28) = 0.5 - P(0 \leq Z \leq 1.28) = 0.1$$

2) 이 공장에서 생산되는 400개의 상품 K 중에서 A 등급으로 분류되는 상품 K의 수를 확률변수 Y 라 하면 Y 는 이항분포 $B(400, 0.1)$ 를 따른다. 제시문 [가]를 이용하여 확률변수 Y 의 평균과 표준편차를 계산하면

$$m = 400 \times 0.1 = 40, \sigma = \sqrt{400 \times 0.1 \times 0.9} = 6$$

이다.

3) 확률변수 Y 가 이항분포 $B(400, 0.1)$ 을 따르는 데, 제시문 [라]를 이용하면 확률변수 Y 는 근사적으로 정규분포 $N(40, 6^2)$ 을 따른다. 따라서 이 공장에서 생산되는 400개의 상품 K 중에서 A 등급이 52개 이상일 확률은

$$\begin{aligned} P(Y \geq 52) &= P\left(\frac{Y - 40}{6} \geq 2\right) = P(Z \geq 2) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2) = 0.02 \end{aligned}$$

이다.

◆ 문항카드 9

[동국대학교 문항정보]

1. 일반정보

| | | |
|-------------------------|----------------------------|----------------|
| 유형 | ■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사 □ 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술우수자 전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열 / 문제3 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학, 수학 II, 미적분 |
| | 핵심개념 및 용어 | 정적분, 넓이, 부피 |
| 예상 소요 시간 | 40분 / 전체 90분 | |

2. 문항 및 자료

※ 다음 제시문을 읽고 물음에 답하십시오.

[가] 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이 S 는 $S = \int_a^b |f(x)| dx$ 이다.

- 『고등학교 수학II』

[나] 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 미분가능한 함수 $x=g(t)$ 의 도함수 $g'(t)$ 가 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$ 일 때 α, β 를 포함하는 구간에서 연속이면

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(g(t))g'(t) dt$$

이다.

- 『고등학교 미적분』

[다] 함수 $y=x^r$ (r 은 실수)의 부정적분은

1) $r \neq -1$ 일 때, $\int x^r dx = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + C$

2) $r = -1$ 일 때, $\int x^{-1} dx = \ln|x| + C$

- 『고등학교 미적분』

[라] 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때, $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 의 a 에서 b 까지의 정적분을

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

라고 한다.

- 『고등학교 수학II』

[마] 닫힌구간 $[a, b]$ 의 임의의 점 x 에서 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$ 인 입체도형의 부피 V 는 $V = \int_a^b S(x) dx$ 이다(단, $S(x)$ 는 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속).

- 『고등학교 미적분』

[문제3] 함수 $y = f(x)$ 가 정의역 $\{x \mid x \geq 3\}$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이며 연속이고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위 임의의 점 $(t, f(t))$ 가

$$\int_3^t (s-3)^2 ds + \int_0^{f(t)} (\sqrt{s} + 3) ds = t f(t)$$

를 만족한다고 할 때, 함수 $y = f(x)$ 를 구하시오. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 $x = 4$ 로 둘러싸인 도형 R 의 넓이를 구하시오. R 을 밑면으로 하는 입체 도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하시오.

3. 출제 의도

도형의 넓이 또는 부피와 적분사이의 관계를 이해하고 있고 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이와 입체도형의 부피를 정적분을 통해 구할 수 있는지 알아보려 하였다.

고등학교 수학II와 고등학교 미적분의 정적분의 활용에서 적분은 도형의 넓이와 부피를 구하는데 필요한 개념이다.

곡선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이와 정적분과의 관계를 이해하고, 정적분을 활용하여 도형의 넓이와 부피를 구하는 문제이다.

4. 문항 및 제시문 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| | |
|----------|--|
| 적용 교육과정 | 교육부고시 제2015-74호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취기준 |
| 제시문(가) | [12수학Ⅱ03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. |
| 제시문(나) | [12미적03-01] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| 제시문(다) | [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. |
| 제시문(라) | [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. |
| 제시문(마) | [12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다. |
| 문제 | [10수학01-12] 간단한 삼차방정식과 사차방정식을 풀 수 있다. [10수학04-05] 무리함수 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행 연도 | 쪽수 |
|-------------|------|-----|------|-------|----------|
| 고등학교 교과서 | 수학 Ⅱ | 홍성복 | 지학사 | 2020 | 127, 142 |
| | 미적분 | 김원경 | 비상교육 | 2020 | 127, 157 |
| | 수학 | 권오남 | 교학사 | 2020 | 72, 238 |
| | 미적분 | 이준열 | 천재교육 | 2020 | 140 |

5. 문항 해설

함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위 임의의 점 $(t, f(t))$ 가 만족하는 식을 분석하여 함수 $y=f(x)$ 를 찾고, 관련 정적분 계산으로 도형의 넓이와 부피를 계산하여 문제에 맞는 설명을 하면 된다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|-----|
| 문제3 | <p>[1단계] 함수 $y=f(x)$의 정의역과 $f(x) \geq 0$로부터 $y=f(x)$의 그래프 위 임의의 점 $(t, f(t))$가 $t \geq 3, f(t) \geq 0$임을 보임.</p> <p>[2단계] 함수 $y=f(x)$의 그래프 위 임의의 점 $(t, f(t))$에 주어진 조건을 분석해 함수 $y=f(x)=(x-3)^2$ (단, $x \geq 3$)을 구함.</p> <p>[3단계] 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 $x=4$로 둘러싸인 도형 R의 넓이 $\frac{1}{3}$을 구하고, R을 밑면으로 하는 입체 도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피 $\frac{1}{5}$을 구함.</p> | 40점 |

| | | |
|---|---|---|
| 상 | S | [1단계]부터 [3단계]까지를 모두 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우 |
| | A | [1단계]부터 [3단계]까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우 |
| 중 | B | [1단계]부터 [2단계]까지를 모두 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우 |
| | C | [1단계]부터 [2단계]까지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우 |
| | D | [1단계]부터 [3단계]까지 중 한 가지를 보이고 논증이 매끄럽고 설득력이 있는 경우 |
| 하 | E | [1단계]부터 [3단계]까지 중 한 가지를 보였으나 논증이 매끄럽지 않은 경우 |
| | F | 어느 단계도 맞게 진술하지 못한 경우, 백지인 경우 |

7. 예시 답안

[예시답안1]

[1] 함수 $y=f(x)$ 가 정의역 $\{x \mid x \geq 3\}$ 에서 $f(x) \geq 0$ 이므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위 임의의 점 $(t, f(t))$ 는 $t \geq 3, f(t) \geq 0$ 을 만족한다.

$$[2] \int_3^t (s-3)^2 ds + \int_0^{f(t)} (\sqrt{s} + 3) ds = tf(t) \text{ 이므로}$$

$$tf(t) = \int_3^t (s-3)^2 ds + \int_0^{f(t)} (\sqrt{s} + 3) ds = \int_0^{t-3} x^2 dx + \frac{2}{3}f(t)^{\frac{3}{2}} + 3f(t) = \frac{1}{3}(t-3)^3 + \frac{2}{3}f(t)^{\frac{3}{2}} + 3f(t)$$

이고 $A=t-3, B=\sqrt{f(t)}$ 를 이용하여 정리하면 $A^3+2B^3-3AB^2=0$ 이 된다. 이를 인수분해 하면

$$(A-B)^2(A+2B)=0 \text{ 이므로 함수 } y=f(x) \text{의 그래프 위 임의의 점 } (t, f(t)) \text{는}$$

$$\sqrt{f(t)}=t-3 \quad \text{또는} \quad t-3+2\sqrt{f(t)}=0$$

을 만족한다. $t \geq 3$, $f(t) \geq 0$ 이므로 구하려는 연속 함수 $y = f(x)$ 는

$$y = (x-3)^2, \quad (\text{단, } x \geq 3)$$

이다.

[3] 함수 $y = (x-3)^2$ 의 그래프와 x 축 및 $x=4$ 로 둘러싸인 도형 R 의 넓이는

$$\int_3^4 (x-3)^2 dx = \int_0^1 s^2 ds = \frac{1}{3} \text{ 이다. } R \text{을 밑면으로 하는 입체 도형을 } x \text{축에 수직인 평}$$

$$\text{면으로 자른 단면이 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는 } \int_3^4 (x-3)^4 dx = \int_0^1 s^4 ds = \frac{1}{5}$$

이다.

[예시답안2]

[1] 예시답안1-[1]과 동일

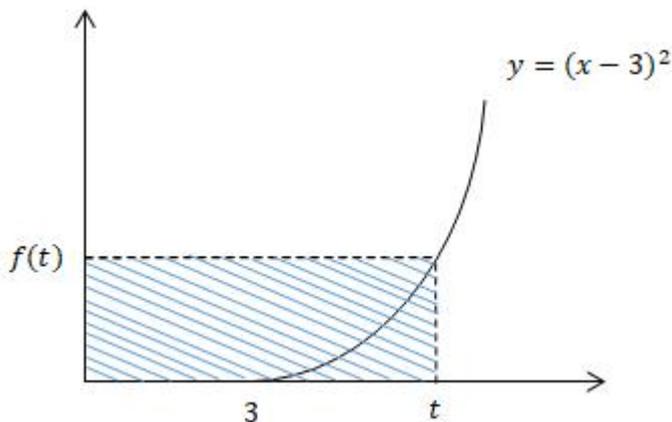
$$[2] \text{ 두 정적분을 다른 표현 } \int_3^t (s-3)^2 ds = \int_3^t (x-3)^2 dx,$$

$$\int_0^{f(t)} (\sqrt{s} + 3) ds = \int_0^{f(t)} (\sqrt{y} + 3) dy \text{ 으로 쓸 수 있다.}$$

$\int_3^t (x-3)^2 dx$ 은 곡선 $y = (x-3)^2$ 과 x 축 및 두 직선 $x=3$, $x=t$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타내고,

$\int_0^{f(t)} \sqrt{y} + 3 dy$ 은 곡선 $x = \sqrt{y} + 3$ 과 y 축 및 두 직선 $y=0$, $y=f(t)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 나타낸다.

$x \geq 3$, $y \geq 0$ 일 때, 좌표평면 위 곡선 $x = \sqrt{y} + 3$ 은 곡선 $y = (x-3)^2$ 과 같으므로,
 $\int_3^t (x-3)^2 dx + \int_0^{f(t)} (\sqrt{y} + 3) dy = tf(t)$ 는 점 $(t, f(t))$ 가 곡선 $y = (x-3)^2$ 의 그래프 위에 위치하는 경우를 나타낸다.



따라서, 구하려는 함수 $y = f(x)$ 는 $y = (x-3)^2$, (단, $x \geq 3$)이다.

[3] 예시답안1-[3]과 동일